

Vom Punktlagefehler zum Qualitätsmodell

Siegfried Meier

Einleitung

In einem furiosen Auftakt Ende der Sechziger, Anfang der Siebziger hat der Jubilar innerhalb von fünf Berufsjahren gut ein Dutzend Arbeiten zur Genauigkeit eines Punktes im mehrdimensionalen euklidischen Raum vorgelegt. Mit der Punktbestimmung sowie ihrer Genauigkeit, in Polygonzügen und mittels Einschneiden, hat er sich von Anfang an zentralen Aufgaben der Geodäsie und des Vermessungswesens gewidmet. Wenn wir nun Jahrzehnte später auf anderer Stufe, abgeklärter und aus verschiedenen Blickwinkeln die Frage *Quo vadis geodesia...?* stellen, so ist es gewiß nicht abwegig zu fragen, wohin sich unsere, meist aufgabenbezogenen Vorstellungen von Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Qualität entwickelt haben und wahrscheinlich entwickeln werden, und ob im speziellen das Punktfehlerkonzept, seinerzeit vom Jubilar verallgemeinernd behandelt, auch weiterhin eine tragfähige Grundlage sein kann oder ob wir, im Zeitalter der Massendatenverarbeitung mit noch ganz anderen Anforderungen als in der reinen Geometrie konfrontiert, auch ganz andere Qualitätsmodelle - so der aktuell gebrauchte terminus - brauchen, und ob der "gute, alte" Punktfehler pass ist. Das sicher nicht an Punkten, die als geometrische Abstraktion *geodätischen Wert an sich* haben, wie Netzpunkte, Paßpunkte, Grenzpunkte. An Punkten von kontinuierlichen Objekten wie Linien- und Flächenobjekten mit ausgeprägter Semantik, abgelegt etwa in objektstrukturierten Datenspeichern, dürfte dagegen das Punktfehlerkonzept allein nicht ausreichen.

Die Genauigkeit eines Punktes im mehrdimensionalen Euklidischen Raum

heißt die Habilitationsschrift von E. GRAFAREND (1969; Druck DGK 1970). Die bis dahin in Teilen, vor allem in ZfV und AVN veröffentlichten Arbeitsergebnisse wurden in dieser Schrift in einem dualen geometrisch-stochastischen Konzept mit Analogien zur Mechanik und Thermodynamik dargestellt.

Bereits die frühen Abhandlungen GRAFARENDs zeichnen sich - in der Tradition von H. WOLF stehend - durch gründliche Recherchen der Vorgänger-Arbeiten aus; man erfährt Wissenschaftsgeschichtliches aus der Geodäsie, Geometrie, Statistik und Physik. Darin ist GRAFAREND von unübertroffener Akribie, und daher können wir im Literaturverzeichnis auf eine Bibliographie der älteren Arbeiten, wie z. B. die in Tabelle 1 genannten, verzichten. Ferner sind GRAFARENDs Abhandlungen verallgemeinernd, manche universell, die benutzten Werkzeuge wirksam, die Notation rationell, die Darstellung häufig kompakt. Letzterem nachempfunden sollen Schema 1 und Tabelle 1 *kurz und bündig* an die einschlägigen Arbeiten des Jubilars zum (mittleren) Punktlagefehler, kurz auch Punktfehler genannt, erinnern.

GRAFAREND untersuchte die tensoriellen Eigenschaften des Schemas der zweiten Momente der Koordinatenfehler. Die Invarianten gegenüber Koordinatentransformationen stehen implizit als Koeffizienten in der charakteristischen Gleichung der Kovarianzmatrix \underline{C} der Koordinatenfehler, sind also mit den Eigenwerten von \underline{C} verknüpft (Schema 1). In den Eigenschaften der Lösungen der quadratischen bzw. der kubischen Gleichung im \mathbb{R}^2 bzw. im \mathbb{R}^3 kommt die Dualität von Invarianten und Eigenwerten ideal-symmetrisch zur Anschauung. Die Eigenwerte der Kovarianzmatrix \underline{C} bestimmen die Halbachsen der Konfidenzellipsen bzw. -ellipsoide, die Invarianten des Tensors \underline{C} die möglichen (skalaren) Punktfehler lt. Tabelle 1 mit unterschiedlichen Überdeckungswahrscheinlichkeiten (Österr. ZfV 1970). Die Punktfehler können neben der Genauigkeitsbeurteilung auch als Zielfunktionen der linearen Optimierung von Meßanordnungen (ZfV 1968, 1971) und der linearen Prädiktion dienen (AVN 1970). Ihre Unterschiede werden speziell im Sonderfall vollständig unkorrelierter Koordinatenfehler von gleicher Varianz σ^2 deutlich (Tabelle 1); z. B. sind im 2D-Fall die Punktfehler nach MÖHLE und WERKMEISTER gleich groß und entsprechen dem wahrscheinlichsten Wert der rayleigh-verteilten Zufallsgröße "ebener Abstand vom Ursprung" (vgl. auch Bull. Godsiqie 1970). Der um den Faktor $\sqrt{2}$ abweichende Punktfehler nach HELMERT läßt sich ebenfalls wahrnehmungstheoretisch erklären. Sei r der ebene und R der räumliche Abstand vom Ursprung, dann sind ihre Quadrate unter den o. a. Voraussetzungen chiquadratverteilt mit zwei bzw. drei Freiheitsgraden und die Erwartungswerte

$$E\{r^2\} = 2\sigma^2, E\{R^2\} = 3\sigma^2.$$

Mithin ist der HELMERTSche Punktfehler auch ein *mittlerer*, was gelegentlich konträr diskutiert wurde.

Die für den Geodäten wohl wichtigste Folgerung aus dem tensoriellen Transformationsverhalten des Schemas der Koordinatenfehler besteht darin, daß der Fehlertensor geometrisch als Ellipsoid interpretiert werden kann und daß mit den Mohrschen Kreisen eine Möglichkeit gegeben ist, auf einfachem Wege Fehler in beliebigen Richtungen im räumlichen oder ebenen Fehlerzustand zu bestimmen (GRAFAREND in ZfV 1967, S. 165; vgl. auch AVN 1969).

Genauigkeit, Unbestimmtheit, Information

Messungen sind nicht fehlerfrei, Meßwerte mehr oder weniger genau bzw. ungenau, vor dem Meßexperiment unbestimmt; selbst *nach* dem Experiment ist die gewonnene *Information als be-seitigte Unbestimmtheit* nicht vollkommen. Faßt man wie üblich die Meßfehler als Realisierungen einer Zufallsgröße mit zugehöriger Wahrscheinlichkeitsverteilung auf, so kann man die Unsicherheit nicht nur durch gewisse Momente, sondern auch vermöge der Entropie dieser Verteilung charakterisieren. Mit dem Aufkommen neuartiger, vor allem elektronischer Meßverfahren in der Geodäsie, dem Durchgang der Daten durch verschiedenartige Kanäle von der rohen Erfassung bis zur detaillierten Auswertung, schien der Zeitpunkt gekommen zu sein, die Fehlerrechnung informationstheoretisch zu erweitern. Die Arbeiten GRAFARENDs enthalten auch dazu Fingerzeige (DGK 1970, ZfV 1971). Allerdings haben sich informationstheoretische Ansätze, abgesehen von ganz wenigen Spezialanwendungen des Maximum-Entropie-Prinzips (vgl. z. B. LEHMANN 1994), in der Fehlertheorie *nicht* einbürgern können bzw. haben sich als wenig hilfreich erwiesen. Die Gründe dafür sind offensichtlich.

Die Entropie der univariaten Normalverteilung ist dem Logarithmus der Varianz proportional. In der Entropie der multivariaten Normalverteilung sind *alle* zweiten Momente des zufälligen Vektors enthalten, und zwar als Logarithmus einer Momenten-Kombination, die gerade $\det \underline{C}$, d. h. dem Punktfehlerquadrat nach WERKMEISTER bzw. der verallgemeinerten Varianz nach WILKS entspricht. Die Genauigkeitsmaße der Punktbestimmung haben gewohntermaßen eine

vergleichbare Maßeinheit wie die geschätzten Parameter. Es besteht kein hinlänglicher Grund, auf eine logarithmische Skala und eine andersgeartete Maßeinheit, die Basis des Logarithmus, zu wechseln. Ferner hat man, je nach Meß- und Registrierverfahren, insbesondere in der Bearbeitung hybrider Daten, sowohl mit diskreten als auch mit stetigen Verteilungen zu tun. Die Entropie einer diskreten Verteilung ist nicht negativ, jene einer stetigen Verteilung kann auch negative Werte annehmen. Schon daraus wird klar, daß beide Entropien *nicht* als Größen der gleichen Art betrachtet und *nicht* miteinander verglichen werden können.

Konstruktiver scheint der Begriff der *relativen* Information, die in einem zufälligen Objekt (zufällige Größe, zufälliger Vektor, zufällige Funktion, zufälliges Feld) über ein anderes zufälliges Objekt gleicher Art enthalten ist, zu sein; interessieren uns doch Informationen, die in einer gemessenen Größe über die zu messende, in einem ausgeglichenen Datensatz über den rohen, in einem gefilterten Signal über das ungefilterte..., enthalten ist. Doch auch in einem solchen, unseren Aufgabenstellungen durchaus angepaßten Relativkonzept, stößt man schon rein rechnerisch an Grenzen: es werden die gemeinsamen Verteilungen der statistisch verwandten Objekte gebraucht. Der Verfasser hat sich selbst an praxis-relevanten Beispielen versucht (MEIER 1990, 1991). Die Ergebnisse sind ernüchternd: die relative oder wechselseitige Information enthält als kritische Größen Kreuzkorrelationskoeffizienten bei zufälligen Größen, Vektoren und Punktfeldern oder Kreuzkorrelationsfunktionen, ggf. auch Kreuzspektren bei zufälligen Prozessen - Kenngrößen also, mit denen wir routinemäßig umgehen, so daß sich die Transformation auf logarithmische Skalen erübrigt.

Qualität von Geoinformationen

Geoinformationen werden in Bildern, speziell in signaturierten Bildern (Karten) analog präsentiert und/oder digital in vorzugsweise objektstrukturierten Datenspeichern (in Geoinformationssystemen; GIS) abgelegt. Den größten Anteil an den Datenbeständen haben die Linienobjekte, einschließlich der Grenzen (Konturen) von Flächenobjekten. Beherrscht man daher die Qualität von Linien, -netzen, -scharen, reliefbezogenen Kurven und Kanten usw., so ist schon viel, wenn auch noch nicht alles getan. Linien- und Flächenobjekte haben - generalisierend gesagt - geometrische, topologische und semantische Eigenschaften. Diese bestimmen, oft in ihren wechselseitigen Beziehungen, die (nicht notwendig statistische) relative Geoinformation, welche in den Objektmodellen über die natürlichen enthalten ist. Insofern ist die Qualitätsbeurteilung von Geodaten, GIS-Objekten und Folgeprodukten aller Art ein ganzheitliches Problem mit vielen Facetten. Als unbedingt erforderliche Qualitätsmerkmale von Geodaten werden beispielsweise von CASPARY (1993) Aussagen über die *Herkunft der Daten*, ihre *logische Konsistenz*, *Positionsgenauigkeit*, *Vollständigkeit*, *Attributgenauigkeit* und *Aktualität* angesehen.

Genauigkeitsbetrachtungen für topographische Karten (TK) haben eine lange Tradition; man denke beispielsweise an die KOPPEsche Formel zur Beurteilung der Höhengenaugigkeit von Schichtenplänen oder an die der Qualitätssicherung von TK dienenden Musterblätter. Für die unterschiedlich strukturierten GIS-Objekte, ihrer Basisdaten und der Folgeprodukte, bemüht man sich seit etwa einem Jahrzehnt, allgemein anerkannte, mit DIN- und ISO-Normen konsistente Richtlinien auszuarbeiten. Die aktuellen, interdisziplinär zwischen Geodäsie, Photogrammetrie, Bildverarbeitung und Geoinformatik organisierten Forschungsarbeiten konzentrieren sich auf die o. a. Qualitätsmerkmale ebenso wie auf ihre Kombination in Qualitätsmodellen. Sie reichen von der Modellierung, der Geometrie und der Fehlerfortpflanzung (STANEK 1994, KRAUS und KRAGER 1994, BETHGE 1997) über die Kombination hybrider Daten (ILLERT 1995), ihre Konsistenz/Integrität (PLÜMER 1996, PLÜMER und GRÖGER 1997), die Visualisierung von Qualitätskenngrößen (KRAUS und HAUSTEINER 1993) bis hin zu Qualitätskontrolle/Qualitäts-

management und die Nutzeranforderungen am Geodatenmarkt (JOOS et al. 1997, SCHILCHER 1997, CASPARY und JOOS 1998).

Die Zusammenstellung der zur Qualitätsbeurteilung erforderlichen Merkmale läßt die Positionsgenauigkeit als rein geometrische Größe als ein zentrales Schlüsselmerkmal erscheinen. Einerseits wird sie von der Datenherkunft bestimmt, die im Zusammenhang mit der Vollständigkeit Aussagen über die geometrische Auflösung beim Übergang von der Realität zum Modell zuläßt, andererseits hat die Positionsgenauigkeit entscheidenden Einfluß auf Attributgenauigkeit und logische Konsistenz. So führen ungenaue Grenzen von Gebieten mit bestimmten Eigenschaften zu fehlerhafter Zuordnung von Attributen und es können topologische Beziehungen verletzt werden (BETHGE 1997, S. 9).

Die hier als zentral herausgestellte Positionsgenauigkeit ist traditionsgemäß eine Domäne der Geodäsie. In Tabelle 2 sind dazu Genauigkeitsmaße für ebene Objekte zusammengestellt. Der Punktfehler tritt nicht nur an punktförmigen Objekten auf, sondern wird auch zur Konstruktion der sog. Fehlerbänder für Linienobjekte benutzt (CASPARY und SCHEURING 1992, SCHEURING 1995). Darunter versteht man ebene Bereiche, welche die Linienlage im Sinne von Vertrauensbereichen überdecken. Da Linien digital durch geordnete Punktfolgen ersetzt sind, können die Fehlerbänder aus der Einhüllenden der Punktfehler entlang der Linie analytisch berechnet werden (DUTTON 1992, BETHGE 1997). Die Situation entlang von Linien kann fernerhin mit den zweiten Momenten der Fehler längs und quer zu ihrer Richtung beschrieben werden. Folgerichtig treten dann im Zuge der allgemeinen Fehlerfortpflanzung und in den Fehlerformeln für abgeleitete (geometrische) Größen Längs- und Querkorrelationsfunktionen auf (Beispiele in Tabelle 3). Diese rein entfernungsabhängigen Funktionen, verknüpft in der berühmten TAYLOR-KARMAN-Beziehung aus der statistischen Theorie der Turbulenz, wurden von GRAFAREND (Phys. Earth Planet. Int. 1976) für die Geodäsie erschlossen. Schließlich sind die Fehlerformeln in Tabelle 3 in Termen des Punktfehlers notiert. Mithin schließt sich der Kreis bzw. wir können vom Ausgang auf den Eingang rückkoppeln: *der Punktfehler erweist sich als ein Elementarbaustein beim Aufbau von Qualitätsmodellen für raumbezogene Geoinformationen.*

Literatur

A Einschlägige Arbeiten von E. Grafarend

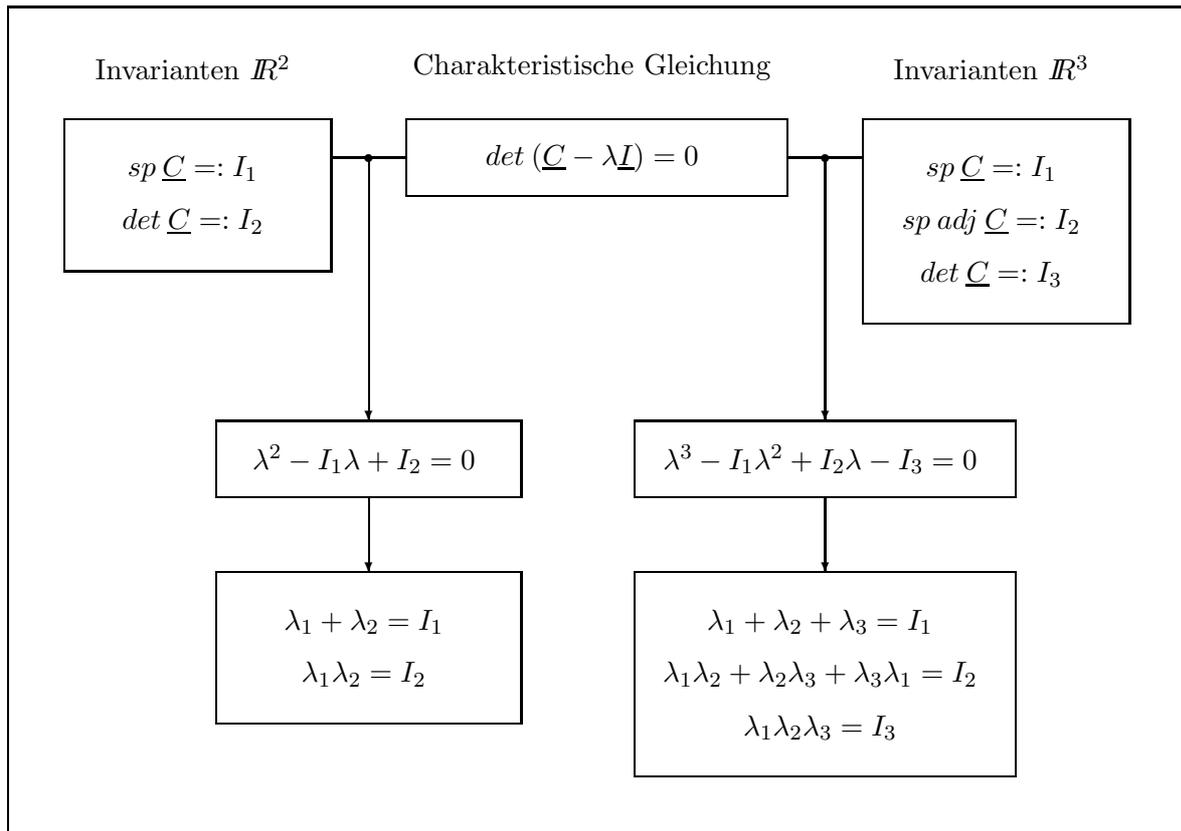
(mit Numerierung nach dem autorisierten Schriftenverzeichnis des Jubilars)

3. Allgemeiner Fehlertensor bei a priori und a posteriori Korrelationen. ZfV 92 (1967) 157-165.
4. Richtungsabhängiges tensorielles Fehlerfortpflanzungsgesetz. AVN 74 (1967) 300-337.
6. Fehlertheoretische Untersuchungen und chronometrische Meßverfahren beim Einsatz von Aufsatzkreiseln in Kombination mit dem elektrooptischen Entfernungsmeßgerät AGA - Geodimeter 4 B. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften C 112, München 1967.
7. Die Genauigkeit eines Punktes im Raum. ZfV 93 (19968) 107-111.
8. Fehlertheoretisch günstigstes Vorwärtseinschneiden. ZfV 93 (1968) 414-419.
11. Die Methode der minimalen verallgemeinerten Varianz als mehrdimensionales Analogon der Methode der minimalen Varianz. ZfV 94 (1969) 223-227.
12. Helmertsche Fußpunktkurve oder Mohrscher Kreis? AVN 76 (1969) 239-240.
15. Die Genauigkeit eines Punktes im mehrdimensionalen Euklidischen Raum. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften C 153, München 1970.

16. Zur Wahrscheinlichkeitstheorie des Helmertschen Punktfehlers. *Österr. ZfV* 58 (1970) 33-41.
17. Fehlertheoretische Maxwell-Boltzmann-Verteilung. *Bull. Godsique* 95 (1970) 41-49.
18. Prädiktion und Punktmaße. *AVN* 77 (1970) 17-22.
26. Mittlere Punktfehler und Vorwärtseinschneiden *ZfV* 96 (1971) 41-54.
39. Genauigkeitsmaße geodätischer Netze. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften A 73, München 1972.
58. Geodetic stochastic processes. Methoden und Verfahren der mathematischen Physik, Bd. 14 (eds. B. Brosowski/E. Martensen), BI-Verlag, Mathematical Geodesy, Mannheim 1975.
62. Geodetic applications of stochastic processes, Communication from the Geodetic Institute, Uppsala University No. 13, Uppsala 1975, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 21 (1976) 151-179.

B Andere im Text zitierte Arbeiten

- BETHGE, F. (1997): Genauigkeit geometrischer Größen aus Vektordaten. DGK, C 473, München.
- CASPARY, W.; SCHEURING, R. (1992): Error-Bands as Measures of Geometrical Accuracy. *EGIS '92*, Vol. 1, Utrecht, 226-233.
- CASPARY, W. (1993): Qualitätsmerkmale von Geodaten. *ZfV* 118, 444-450.
- CASPARY, W.; JOOS, G. (1998): Quality Criteria and Control for GIS Databases. *Proc. of the IAG SC 4 Symp.*, Eisenstadt, Austria, 436-441.
- DUTTON, G. (1992): Handling Positional Uncertainty in Spatial Databases. *Proc. 5th SDH*, Charlston, 460-469.
- ILLERT, A. (1995): Aspekte der Zusammenführung digitaler Datensätze unterschiedlicher Quellen. *Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen*, R. I, H. 103, 105-116, Frankfurt a. M.
- JOOS, G.; BALTZER, U.; KULLMANN, K.-H. (1997): Qualitätsmanagement beim Aufbau einer topographischen Grunddatenbank am Beispiel von ATKIS in Hessen. *ZfV* 122, 149-159.
- KRAUS, K.; HAUSTEINER, K. (1993): Visualisierung der Genauigkeit geometrischer Daten. *Geo- Informations-Systeme* 6, 7-12.
- KRAUS, K.; KRAGER, K. (1994): Accuracy of Derived Data in a Geographical Information System. *Comput., Environ. and Urban Systems*, 18, 87-94.
- LEHMANN, R. (1994): Zur Bestimmung des Erdschwerefeldes unter Verwendung des Maximum-Entropie-Prinzipes. DGK, C 425, München.
- MEIER, S. (1990): Informationsorientierte Filterung ebener Kurven. *Österr. ZfV* 78, 200-211.
- MEIER, S. (1991): Informationsgrößen für generalisierte Punktfelder. *Geowiss. Mitt. TU Wien*, H. 39, 99-106.
- PLÜMER, L. (1996): Zur Überprüfung der Konsistenz von Geometrie und Topologie in Landkarten. *Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen*, Reihe I, Nr. 115, Frankfurt/M.
- PLÜMER, L.; GRÖGER, G. (1997): Achieving Integrity in Geographic Information Systems - Maps and Nested Maps. *Geo Informatica* 1, 345-367.
- SCHEURING, R. (1995): Zur Qualität von Basisdaten von Landinformationssystemen. *Schriftenreihe des Studiengangs Vermessungswesen*, Universität der Bundeswehr München, H. 49.
- SCHILCHER, M. (1997): Qualität der Geodaten - Anspruch und Wirklichkeit des Geodatenmarktes. *Fachtagung GIS '97*, Inst. of Internat. Res., Wiesbaden.
- STANEK, H. (1994): Datenqualität. Modellierung in GIS. *Österr. ZfV u. Geoinf.*, 82, 14-20.



Schema 1: Beziehungen zwischen den Eigenwerten λ_i (reell, positiv) der Kovarianzmatrix \underline{C} der Koordinatenfehler und den Invarianten I_i von \underline{C} , aufgefaßt als symmetrischer Tensor 2. Stufe (nach GRAFAREND, 1967 bis 1971). \underline{I} bezeichnet die Einheitsmatrix.

σ_p^2	\mathbb{R}^2	Sonderfall $\underline{C} = \sigma^2 \underline{I}$	Punktfehler nach	σ_p^2	\mathbb{R}^3	Sonderfall $\underline{C} = \sigma^2 \underline{I}$
$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2$		$2\sigma^2$	HELMERT (1868)	$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$		$3\sigma^2$
$\frac{I_1}{2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$		σ^2	MÖHLE (1936)			
			REISSMANN (1957)	$\frac{I_1}{3} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3}$		σ^2
$\sqrt{I_2} = \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$		σ^2	WERKMEISTER (1920)	$\sqrt{I_2} =$		
			WILKS (1932)	$\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1}$		$\sqrt{3}\sigma^2$
			GRAFAREND (1970)	$\sqrt[3]{I_3} = \sqrt[3]{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$		σ^2

Tabelle 1: Punktfehlerquadrate σ_p^2 in Beziehung zu den Invarianten I_i und Eigenwerten λ_i in Schema 1 (nach GRAFAREND, 1967 bis 1971). \underline{I} bezeichnet die Einheitsmatrix.

Objektklasse	Merkmal	Genauigkeitsmaß	Bemerkungen
Objekte mit analytisch beschreibbarer Gestalt			
punktförmige Objekte	Lagegenauigkeit	Punktfehler	mittels geodätischer Vermessung in der realen Welt realisierbar
polygonale Objekte	Linienlage	Fehlerband	mittels
	Linienlänge	Längenfehler	Fehlerfortpflanzung aus
	Linienrichtung	Richtungsfehler	Punktfehlern ableitbar
geschlossene Polygone	Flächeninhalt	Flächenfehler	
Objekte mit regelloser Gestalt			
unregelmäßig gekrümmte ebene Kurven	Linienlage	Lagefehler, Fehlerband	Einfluß von Diskretisierung und Erfassungsfehlern, systematische und zufällige Effekte
	Linienlänge	Längenfehler	
	Krümmung	Krümmungsfehler	
geschlossene ebene Kurven	Flächeninhalt	Flächenfehler	

Tabelle 2: Genauigkeitsmaße für ebene Objekte (nach BETHGE, 1997).

Punktlagefehler nach HELMERT entlang einer Polygonseite der Länge s	$\sigma_p^2(t) = \sigma_p^2(0)[(\frac{s-t}{s})^2 + (\frac{t}{s})^2]$ $t = 0, t = s : \sigma_p^2(0) \text{ (Max.)}$ $t = s/2 : \sigma_p^2(0)/2 \text{ (Min.)}$	Koordinaten- und Punktfehler $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 =: \sigma^2$ $\sigma_p^2(0) = \sigma_p^2(s) =: 2\sigma^2$
Mittl. Fehler der Polygonseitenlänge	$\sigma_s^2 = 2[F(0) - G(s)]$ $F(0) = \sigma^2, G(s) = 0 : \sigma_s^2 = \sigma_p^2(0)$	G, F ... Längs-, Querkorrelationsfunktion vollständige Isotropie
Mittl. Fehler der Polygonseitenrichtung	$\sigma_r^2 = 2[F(0) - F(s)]/s^2$ $F(0) = \sigma^2, F(s) = 0 : \sigma_r^2 = \sigma_p^2(0)/s^2$	vollständige Isotropie
Mittl. Fehler des Flächeninhalts eines Polygons	$\sigma_A^2 = \frac{\sigma_p^2(0)}{4} \sum_{i=1}^n s_i^2$	n Seiten Gaußsche Flächenformeln vollständige Isotropie

Tabelle 3: Fehlerquadrate geometrischer Größen an polygonalen Objekten (nach BETHGE, 1997).

