

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION  
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

---

Reihe C: Dissertationen · Heft Nr. 206

Programmentwicklung und Genauigkeitsuntersuchungen  
zur Bündelmethode der Aero triangulation

Von der  
Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Harald Meixner  
geboren zu Wien/Österreich

München 1975

---

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

ISBN 3 7696 9262 4

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

D-8 München 22, Marstallplatz 8

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. K. Linkwitz

Tag der Einreichung: 4. Mai 1973

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Juli 1973

---

Copyright 1974 by Deutsche Geodätische Kommission München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: Gebr. Brunner, München

ISBN 3 7696 9262 4

# Inhaltsverzeichnis

Seite

1.	<u>EINLEITUNG</u> .....	5
1.1	Geschichtliche Entwicklung der Blocktriangulation .....	5
1.2	Verfahren der Blockausgleichung .....	6
1.2.1	Interpolationsverfahren .....	7
1.2.2	Unabhängige Modelle .....	8
1.2.3	Bündelmethode .....	9
1.2.4	Verbreitung der Methoden .....	10
1.3	Rechenprobleme .....	10
1.3.1	Computersituation .....	10
1.3.2	Computereigenschaften .....	11
1.3.3	Rechenaufwand .....	13
1.3.4	Möglichkeiten der mathematischen Behandlung .....	14
	a) Iterative Verfahren .....	15
	b) Direkte Verfahren .....	16
1.4	Zusammenfassung .....	17
2.	<u>EXISTIERENDE BÜNDELPROGRAMME</u> .....	18
2.1	Bündelprogramm am CGS nach M. Keller .....	18
2.2	Bündelprogramm - Finnland .....	19
2.3	Bündelprogramm COMBAT von Gyer und Kenefick (DBA-Systems)...	20
2.4	Müller-Programm, Hannover .....	22
2.5	Standortbestimmung .....	23
	a) Computer- und Programmsituation .....	24
	b) Näherungswerte und Bedienungskomfort .....	24
	c) Normalgleichungen .....	25
	d) Mathematischer Ansatz .....	25
	e) Rechenzeiten und Programmieraufwand .....	25
3.	<u>BÜNDELAUSGLEICHUNGSPROGRAMM PAT-B</u> .....	27
3.1	Entwicklungskonzept .....	27
3.2	Mathematisches Modell .....	27
3.3	Programmtechnische Durchführung .....	38
3.3.1	Näherungswerte .....	38
3.3.2	Sortierung .....	40
3.3.3	Gleichungslösung .....	43
3.3.4	Programmbeschreibung .....	43
3.4	Einige wichtige Eigenschaften des Systems PAT-B .....	48
3.4.1	Konvergenz .....	48
3.4.2	Rechenzeiten .....	51
3.5	Alternativer Ansatz für die Bündelblockausgleichung .....	53
4.	<u>UNTERSUCHUNGEN ZUR GENAUIGKEIT DER BÜNDELMETHODE</u> .....	58
4.1	Grundsätzliches zur Genauigkeitsuntersuchung .....	58
4.2	Blockausgleichung Testfeld Oberschwaben .....	59
4.2.1	Testgebiet .....	60
4.2.2	Paßpunktverteilungen .....	61
4.2.3	Ergebnisse der Blockausgleichungen .....	63
4.3	Maxime der Paßpunktverteilung .....	74
5.	<u>MODELLÜBERPRÜFUNG UND WEITERE ENTWICKLUNG</u> .....	75
	LITERATURNACHWEIS .....	79
	CURRICULUM VITAE .....	82

## 6. ZUSAMMENFASSUNG

Die erreichten Genauigkeitsaussagen über den Block Oberschwaben nach der Ausgleichung mit dem Bündelprogramm PAT-B ermöglichten es, Richtlinien für die Paßpunktverteilungen anzugeben, auch wenn hier die Genauigkeit ungünstig beeinflusst wurde durch dem Bildmaterial überlagerte systematische Fehlereinflüsse. Die guten Resultate unterstreichen jedenfalls deutlich die Leistungsfähigkeit der Bündelmethode. Sie sollte daher auf breiter Basis in der Praxis Verwendung finden.

In der Folge steht eine nächste Stufe der Verfeinerung an. Wie sie vorangetrieben werden sollte, ist aufgezeigt worden mit dem Hinweis auf die zusätzlichen Parameter. Da das Programm PAT-B möglichst universell geschrieben wurde, wird man darin zur Berücksichtigung von systematischen Fehlern ohne großen Aufwand diese unabhängigen Unbekannten vorsehen, lassen sie doch noch bessere Ergebnisse erwarten. Die Universalität des Programms erlaubt es, auch Großblöcke mit bis zu einigen 1000 Bildern in einem Guß streng auszugleichen.

Solche Großblöcke erfordern selbst an Großcomputern wie der CDC 6600 stundenlange Rechenzeiten und die Bearbeitung der anfallenden umfangreichen Datenmengen kann zum Beispiel wegen der Fehlersuche ein praktisches Problem darstellen.

Wie aus der vorliegenden Arbeit hervorgeht, sollte man sich in Zukunft im Sinne der Resolution der Commission III (ISP-Meeting Ottawa 1972) auf folgende Untersuchungen und Entwicklungsaufgaben konzentrieren:

- die Erforschung der Existenz, der Wirkungen und der Korrektur nicht-zufälliger Fehler bei der Aerotriangulation, u.a. auf Grund der Diskrepanz zwischen theoretischer und hier praktisch erzielter Genauigkeiten
- Studien über Theorie und Methoden der Fehlerabschätzung und
- die Behandlung zusätzlicher und terrestrischer Daten und ihre Verwendung in einem kombinierten Bündelausgleichungssystem.

## 1. EINLEITUNG

Z u m T h e m a :

Moderne Großrechenanlagen und neue methodische Entwicklungen setzen die numerische Photogrammetrie in die Lage, umfangreiches Datenmaterial durch möglichst strenge Ausgleichung optimal auszuschöpfen. Dadurch wird eine neue Leistungsstufe der photogrammetrischen Punktbestimmung erreicht, die auch wirtschaftlich für die Praxis von größtem Interesse ist.

Die Aufgabe besteht darin, die Bündelmethode, die von den verschiedenen mathematischen Ansätzen die strengste ist (Jordan [30], 1972), theoretisch und praktisch zu entwickeln, ihre Leistungsfähigkeit auszuschöpfen und auf Grund der praktischen Ergebnisse der Blockausgleichungen des Testfeldes "Oberschwaben" mit der Theorie zu vergleichen.

Die Entwicklung des Bündelblockprogramms PAT-B (Programmpaket Aero-Triangulation mit Bündeln) stellt dabei einen entscheidenden Abschnitt dar, wodurch jetzt die Leistungsfähigkeit der Methode der Bündelblockausgleichung - unterstrichen durch die erzielten Genauigkeitsergebnisse - als gesichert angesehen werden darf.

Das folgende Kapitel skizziert die geschichtliche Entwicklung der Blocktriangulation seit Anfang der Fünfzigerjahre. Die verschiedenen mathematischen Ansätze und die damit im Zusammenhang stehenden Rechenprobleme der Blockausgleichung sollen anschließend aufgezeigt werden. Die Entwicklung der Computerprogramme wird anhand der wichtigsten praxisreifen Lösungen dargelegt, denn nicht zuletzt bestimmen diese Programme den Standort für die weiteren Konzeptionen.

### 1.1 Geschichtliche Entwicklung der Blocktriangulation

Die Blocktriangulation wurde zunächst mit großem Erfolg in der Form der Slotted-Templet-Methode ([30], § 132.2) als Behelfsverfahren wegen der beschränkten Genauigkeit nur auf kleinmaßstäbige Blöcke angewendet. Erst in der zweiten Hälfte der Fünfzigerjahre standen mit speziell dafür entwickelten mechanischen Analogrechnern leistungsfähige Verfahren für die Blockausgleichung zur Verfügung. Erst im Anschluß wurden mit Hilfe der EDV erfolgreich numerische Lösungsverfahren entwickelt. Diese Analogrechner waren nicht entworfen, um mit digitalen Verfahren zu konkurrieren, sie waren aber eine Reihe von Jahren theoretisch und praktisch durchaus konkurrenzfähig mit den numerischen Lösungsverfahren.

Das erste, auf Ähnlichkeitstransformationen der Modelle beruhende Verfahren der Lageblockausgleichung wurde als sogenannte Stereo-Templet-Methode (vgl. [30] § 132.2, Seite 1847 f.) verwirklicht. Dieses Ausgleichsprinzip wurde von Jerie 1958 allgemein anwendbar zum ITC - Jerie-Analogrechner für Lageblockausgleichung weiterentwickelt, der in mechanischer Analogie Ausgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate mit numerischer Genauigkeit durchzuführen erlaubt (ausführliche Beschreibung siehe [30], § 132.2, Seite 1850 f.). Mit diesem Analogrechner wurde die Entwicklung der strengen Anforderungen genügenden, mo-

dernen Verfahren der Lageblockausgleichung erfolgreich eröffnet. Aus wirtschaftlichen Gründen (Zwei-Mannstunden pro Modell) wird man heute jedenfalls digitale Lösungen vorziehen (siehe auch [62], § 132.2, Seite 1834). Im Gegensatz zu diesen rechnerisch iterativen Verfahren (für jeden Iterationsschritt werden die Normalgleichungen analog gelöst) stellte bereits 1956 das Institut Géographique National (Paris) für die mechanische Darstellung und Lösung der Höhenblockausgleichung mit Streifen einen speziell dafür entwickelten Analogrechner vor. Dessen Grundgedanke besteht in der mechanischen Realisierung der Streifendeformationen durch biegsame Flächen aus Plastikmaterial. Als Ergebnis von Verbesserungsbemühungen entstand der ITC-Jerie-Analogrechner für Höhenblockausgleichung (Jerie 1958), von dem fast 50 Exemplare gebaut worden sind. Anstelle der kontinuierlichen Fläche tritt hier eine elastische Achse mit mechanischen "Rippen".

Fast parallel dazu setzt sich die elektronische Berechnung nur langsam durch. Die Gründe für die Schwierigkeiten waren verschiedener Art.

War das mathematische Modell und der theoretische Ansatz der Bündelblockausgleichung schon sehr früh allgemein formuliert worden - als Repräsentant jener Gruppe, die mit ihren Vorschlägen und Beiträgen zur Lösung des Problems mitbestimmend waren, wird in der Literatur H.H. Schmid (siehe auch [58]) häufig genannt - so war allgemein die fehlertheoretische Kapazität der strengen Verfahren lange nicht erkannt. In dieser Zeit der für aufwendige Computerprogramme zu geringen Computerkapazitäten (kleiner als 10 K) entstanden als wahre Pionierleistungen von H. Schut Blockprogramme für Polynomausgleichung ([60] Schut 1960, [61] Schut 1963, weitere Verfeinerungen in [62] Schut 1968).

Erst nachdem über Röhrencomputer (1. Generation) und Computer mit LDS-Moduls (2. Generation) Anfang 1964 die Entwicklung der Computer mit integrierten Schaltkreisen (3. Generation) einen Stand erreicht hatte, der Multiplikationszeiten von nur einigen Mikrosekunden und Kernspeicherkapazitäten von über 10 K wirtschaftlich möglich machte, wurde eine großzügige Lösung des Blockausgleichungsproblems sinnvoll realisierbar. Eines der ersten mit Erfolg angewendeten und in der Literatur ausführlich beschriebenen Verfahren der Blockausgleichung mit räumlichen Ähnlichkeitstransformationen ist in Großbritannien entwickelt und beim British Ordnance Survey als Standardverfahren eingeführt worden ([9] Amer 1962, [54] Proctor 1962). Das Programmpaket PAT-M (siehe [7] Ackermann, Ebner, Klein 1970) stellt einen weiteren entscheidenden Schritt in Richtung von universellen Programmen dar. Wenn jedoch die Programmierung der Bündelverfahren lange Zeit im Vordergrund des Interesses steht, ist der Hauptgrund in der Allgemeinheit der Lösung zu suchen ([28] Gyer und Kenefick 1969; [31], [33], [35] Keller und Tewinkel 1964-1967, etc.).

## 1.2 Verfahren der Blockausgleichung

Die verschiedenen Verfahren der Blockausgleichung werden nun noch einmal in Kürze charakterisiert werden. Für diese Klassifizierung der Verfahren der Blockausgleichung soll hier als wesentlich gelten die theoretische Grundlage, also das

mathematische Modell, das die Art der Verknüpfungen der Recheneinheiten beschreibt aus welchen der Block gebildet wird.

- Streifen- oder Interpolationsverfahren:

Der Block wird aus triangulierten und eventuell schon vorausgeglichenen Einzelstreifen zusammengesetzt. Die Blockausgleichung besteht aus simultanen Streifenausgleichungen (Transformation und Korrektur der Streifendeformationen), wobei die sogenannten relativen Widersprüche zwischen den Streifen mitbeachtet werden.

- Unabhängige Modelle:

Bei diesen Verfahren wird der Block als Gesamtheit von verknüpften Einzelmodellen (oder Gruppen von Modellen = Sektionen) aufgefaßt, deren Transformationen und Verknüpfungen Aufgabe der Blockausgleichung bildet. Im Gegensatz zu den Streifenverfahren werden hier die Einheiten, aus denen der Streifen zusammengesetzt wird, nur linearen Transformationen, also keinen nichtlinearen Deformationen unterworfen.

- Bündelverfahren:

Hier ist der Block als die Gesamtheit aller Meßbilder bzw. ihnen zugeordneter Strahlenbündel definiert. Die Blocktriangulation hat die simultane Orientierung aller Strahlenbündel und die Bestimmung der Strahlenschnitte zu bewerkstelligen, unter Beachtung aller gegebenen Überdeckungsrelationen und Paßpunktdaten.

### 1.2.1 Interpolationsverfahren

Bei der Interpolationsausgleichung mit Polynomen wird versucht, die Streifendeformationen durch Polynome mit den Streifenkoordinaten  $x, y, z$ , als unabhängige Variable zu korrigieren. Diese Theorie beansprucht nicht, die Streifendeformationen zu erklären oder den Koeffizienten der Polynome eine fehlertheoretische Bedeutung zu geben.

Der Polynomansatz beschreibt zunächst Korrekturen für die Punkte in jeder Streifenachse durch unabhängige, willkürlich gewählte Polynome.

$$dx_a = \left| a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x^i \right| \quad (1)$$

Zusätzlich treten weitere Glieder für Punkte außerhalb der jeweiligen Achse hinzu. Somit ergeben sich folgende allgemeine Polynomausdrücke:

$$\begin{aligned} dx &= dx_a - y \cdot dA(x) + z \cdot dL(x) + e_x \\ dy &= dy_a + y \cdot dM(x) - z \cdot dQ(x) + e_y \\ dz &= dz_a + y \cdot dQ(x) + z \cdot dM(x) + e_z \end{aligned} \quad (2)$$

wobei

$$\begin{aligned}
 dM(x) &= \frac{\delta(dx_a)}{\delta x} = a_1 + 2a_2 x + \dots \\
 dA(x) &= \frac{\delta(dy_a)}{\delta x} = b_1 + 2b_2 x + \dots \\
 dL(x) &= - \frac{\delta(dz_a)}{\delta x} = -c_1 - 2c_2 x - \dots \\
 dQ(x) &= \qquad \qquad \qquad d_1 + 2d_2 x + \dots
 \end{aligned}
 \tag{2a}$$

Aus den obigen Formeln, die als ein Beispiel für den Ansatz eines Interpolationsverfahrens dienen, geht hervor, daß pro Streifen im Block nur die Parameter der Polynome ( $a_i, b_i, c_i, d_i$ ) als Unbekannte behandelt werden und bei der Ausgleichung zu bestimmen sind. Weiter ist die Identität eines in zwei Streifen liegenden Punktes als zusätzliche Bedingung zu berücksichtigen.

Man erkennt, daß diese Methode wegen der geringen Zahl der Unbekannten (max. in der Größenordnung von  $10^2$ ) relativ wenig Rechenkapazität einer EDV-Anlage erfordert. Die Programmierung ist gegenüber den anderen Verfahren vergleichsweise einfach. Es ist erstens kein umfangreicher Suchprozeß und zweitens wegen des geringen Umfangs der Normalgleichungen keine aufwendige Gleichungslösungsroutine erforderlich. Selbst bei Mittelcomputern wird es möglich sein, das ganze Normalgleichungssystem im Kern zu behandeln, was zudem bedeutet, daß Transportzeiten zwischen Platte und Kern außer Betracht gelassen werden dürfen.

Bei vernünftigen Paßpunktverteilungen und infolge der günstigen Korrektoreigenschaften bei systematischen Fehlern erweist sich dieses Verfahren als leistungsfähig ( [10] Anderson 1972). Noch heute wird die Streifenpolynomausgleichung viel verwendet und dient auch zum Beispiel bei Kubik und Schenk [24] für die Näherungswertbeschaffung. Leider bestehen "abgesehen von Faustregeln keinerlei theoretische Anweisungen über den jeweils anzusetzenden Grad der Korrekturpolynome" (Ackermann [8] 1965, Seite 31). Nach Ansicht von Ackermann (vgl. [8]) erweist sich auch eine tiefere Begründung der Polynomansätze als fehlertheoretisch nicht schlüssig.

Im Gegensatz dazu ist die Theorie nach Vermeir direkt mit der Vorstellung gekoppelt, daß die Verknüpfung der einzelnen Bildpaare durch Koordinatenanschluß und die Übertragung der Elemente der absoluten Orientierung zum jeweiligen Folge-Bildpaar bewerkstelligt ist. Als stochastische Größen werden die Übertragungselemente  $dm_i, da_i, dl_i, dq_i$  ( $i = 1 \dots n - 1$ ) sowie die Meßoperationen  $e_x, e_y, e_z$  betrachtet (ausführliche Darstellung in Vermeir [67] 1954, und Ackermann [3], 1965).

### 1.2.2 Unabhängige Modelle

Unabhängige Einzelmodelle werden durch räumliche Ähnlichkeitstransformationen zum Block mit Bestimmung der räumlichen Koordinaten  $U, V, W$  der Triangulations-



punkte zusammengefaßt. Pro Modell sind 7 unabhängige Transformationsparameter zu bestimmen. Außerdem enthält jeder Neupunkt drei unbekannte Koordinaten. Die linearisierten Fehlergleichungen haben folgende Gestalt:

$$\begin{pmatrix} v_U \\ v_V \\ v_{W_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & 0 & 2Z & -2Y \\ Y & -2Z & 0 & 2X \\ Z & 2Y & -2X & 0_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\lambda \\ da \\ db \\ dc_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dU \\ dV \\ dW_j \end{pmatrix} + R\lambda \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z_j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} U \\ V \\ W_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

Dieser allgemeine und wegen seiner Freiheitsgrade recht flexible Ansatz ist auch fehlertheoretisch ausgearbeitet und erfaßt (Ebner [40] 1972, Ackermann [37] 1968, Schumacher [44] 1973).

Gegenüber den Interpolationsverfahren besteht ein Vorteil dieser Methode neben den klaren fehlertheoretischen Aussagen darin, daß sie nicht an Streifen gebunden, praktisch frei von Paßpunkt voraussetzungen ist. Sie kann zudem überall dort eingesetzt werden, wo Analogauswertegeräte zur Verfügung stehen. Auf der großen Anzahl dieser Stereoautographen in aller Welt beruht zu einem Teil die weite Verbreitung der Blocktriangulation nach der Methode der unabhängigen Modelle. Die praktischen Resultate konnten die Bestätigung für die wirtschaftliche Anwendbarkeit besonders für Großsysteme eindrucksvoll liefern (Boniface [14] 1972, Gauthier [24] 1972, Ackermann [6] 1972).

### 1.2.3 Bündelmethode

Die Bündelblockausgleichung ist fehlertheoretisch die strengste, zugleich aber auch aufwendigste der bisher angewendeten Methoden und basiert auf der Messung von Bildkoordinaten im Komparator (Schmid [58], 1958). Aus den Bildpunkten und den zugehörigen Projektionszentren werden die einzelnen Bildbündel aufgespannt. Die Orientierung aller Bündel relativ zueinander und in bezug auf die terrestrischen Paßpunkte erfolgt in einer gemeinsamen Ausgleichung nach der Methode der Kleinsten Quadrate. Geht man bei den vorigen Methoden von Modellkoordinaten aus, so wird hier der Umweg über die analoge oder rechnerische Modellbildung vermieden, indem man auf die ursprünglichen Bildkoordinaten zurückgreift. Dieser Umstand erlaubt es unter anderem, die „Vorgeschichte“ der Bildpunkte unmittelbar zu berücksichtigen. Filmschrumpfung, Verzeichnung, Refraktion und eventuell Erdkrümmung werden direkt im Bild korrigiert. Instrumentell wird nur noch ein einziges Mal in den Triangulationsablauf eingegriffen: im Stereo- oder Monokomparator werden die x, y-Koordinaten gemessen. Der strenge mathematische Ansatz und damit die günstigeren Genauigkeitseigenschaften sowie die einfache Handhabung dieser Methode ließen eine weite Verbreitung erwarten. Sie hat sich aber nur schwer durchgesetzt, da sie in hohem Maße abhängig ist von der Computersituation und dem Vorhandensein ausgereifter Programme.

#### 1.2.4 Verbreitung der Methoden

Einen guten Überblick über die Verbreitung der Methoden der Aerotriangulation liefert die Untersuchung von Kubik und Kuré ( [54] 1972). Es wurden dazu 267 Organisationen in 89 Ländern um Angaben gebeten, welche Methode angewendet wird. 90 Antworten lieferten folgendes Bild:

keine Aerotriangulation	29 %
Interpolationsverfahren	40 %
Unabhängige Modelle	26 %
Bündelmethode	5 %.

Die große Zahl von Nichtbeantwortungen legt den Schluß nahe, daß der größte Teil dieser Organisationen überhaupt noch keine Aerotriangulation betreibt.

Ohne einer späteren Untersuchung vorgreifen zu wollen, dürfte sich ein Trend zur Bündelmethode als dem exaktesten Hilfsmittel einstellen, denn die Bewältigung großer Systeme und Datenmengen stellt an die Computer heute keine unlösbaren Forderungen und die Verbreitung von Großcomputern nimmt stark zu (vgl. 1.3.1). Überdies ist die Situation auf dem Programmsektor entscheidend geworden. Wurde bisher nach vorhandenen Programmen beurteilt und kaum nach Leistung, so wird in Zukunft das Wissen über die Ergebnisse heute zum Großteil noch fehlender, methodenvergleichender Untersuchungen eine stärker auf Wirtschaftlichkeit ausgerichtete Beurteilung die Entwicklung der Blocktriangulation beeinflussen (Ebner [21] 1972, OEEPE-Versuchsfeld Oberschwaben: vergleichende Ergebnisbeurteilungen, erscheint 1973).

### 1.3 Rechenprobleme

Die anspruchsvollen Verfahren haben Probleme gemeinsam, über die normalerweise in der photogrammetrischen Praxis nicht viel geschrieben wird. Sie betreffen im wesentlichen die Computer, die Programme und die Programmorganisation sowie die Numerik. Es entwickelte sich eine Eigengesetzlichkeit der computerorientierten Eigenschaften der Verfahren, die im folgenden aufgezeigt werden soll und aus der heraus die weiteren Kapitel zu verstehen sein werden.

#### 1.3.1 Computersituation

Die zuletzt veröffentlichte Diebold-Statistik über die Verbreitung der Computer (1.1.1972) zeigt sehr deutlich zwei Tendenzen: Erstens ein starkes Anwachsen der Großcomputer gegenüber Mittelcomputern (vgl. Tabelle 1) sowie zweitens am Beispiel der Bundesrepublik eine Verdoppelung der Anzahl der Computer binnen 2,5 Jahren (vgl. Figur 1). Während wie in Tabelle 1 ersichtlich, bei den Mittelcomputern (etwa IBM 360/30) eine Stagnation eintrat, so stieg zum Beispiel die Zahl der UNIVAC 1108/II-Großcomputer von 5 im Jahre 1970 auf 16 im Jahre 1972. Die durchschnittliche Jahreszuwachsrate betrug im Mittel aus den letzten 6 Jahren 28 % (vgl. Figur 1). Interessant dabei ist, daß die in [7], 1970 prognostizierten Werte für 1972 (nämlich Verdoppelung binnen 2 1/2 Jahren) mit der heutigen

Realität übereinstimmen. Daraus folgt, daß uns somit die adäquaten Rechenhilfsmittel zur Verfügung stehen!

1.3.2. Computereigenschaften

(demonstriert am Beispiel der CDC 6600 der Universität Stuttgart)<sup>1)</sup>

Es scheint notwendig, auf die Organisation eines Computers deshalb etwas näher einzugehen, um daraus zu erkennen, welche Möglichkeiten ein effizientes Programmsystem heute ausschöpfen kann und sollte bzw. welche Details bei der CDC 6600-ähnlichen Anlagen ebenfalls zu beachten sind.

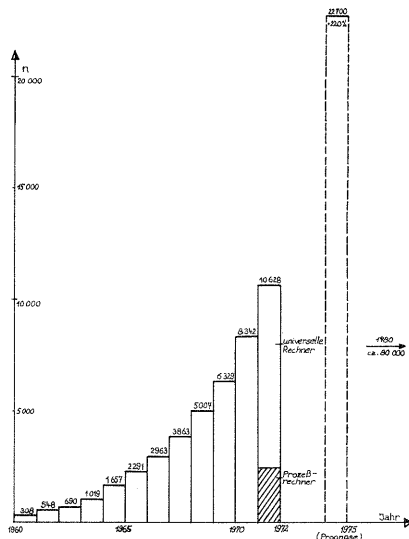
1) Quelle: Adams Associates, Benutzerhandbuch der CDC 6600, Computer Characteristics (1968/4)

Typ	Rechengeschwindigkeit		Monatsmiete in US-Dollar	Rechenkosten in DM/h	Anzahl installiert in der BRD:	
	µsec (1)	µsec (2)			1970	(1972)
IBM 360/30	460	40	2700 - 20000		808	(800)
360/40	260	12	5000 - 35000		296	(405)
360/50	48	4	14000 - 55000		86	(139)
(370/145)					-	( 52)
360/65	7	1.3	34000 -100000		19	( 28)
(370/155)					-	( 37)
360/75	4	0.8	47000 -170000		2	( 2)
(370/165)					-	( 15)
360/90		0.18	125000 -250000		-	( 1)
Telefunken TR 4	31	10	12500 - 25000	1200		( 34)
TR 440		0.6	45000 -250000			( 13)
UNIVAC 1107	17	4	32000 - 80000		3	( 3)
1108/II	4	0.75	45000 -250000		5	( 16)
CDC 6600	1	0.3	62000 - 91000	5400	1	( 2)

(1) Gleitkomma-Multiplikation im Assembler  
 (2) Vollständige Additionszeit

Tabelle 1:

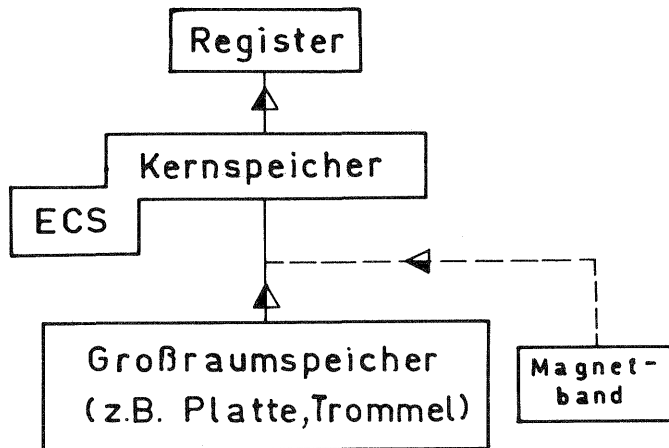
Einige Angaben über Rechenleistungen und Rechenkosten elektronischer Rechenanlagen (nach Diebold-Statistik 1969 und 1972, Adams Associates, Computer Characteristics 1968/4 und eigenen Erhebungen).



Figur 1:  
 Übersicht über den Stand der elektronischen Rechenanlagen in der Bundesrepublik seit 1960 mit einer Prognose für 1975 (bzw.1980), Quelle: Diebold-Statistik, 1972 (Monatsmiete  $\geq$  DM 2500.--). n ... Anzahl der Computer

a) Speicherorganisation:

Die Organisation des Speichers im Computer ist streng hierarchisch. Man spricht deshalb oft von einer sogenannten Speicherhierarchie. Dieser Speicher besteht aus drei Gruppen:



Figur 1a:

Speicherorganisation an der CDC 6600 an der Universität Stuttgart.

- Rechenwerk:

Es ist der kleinste Teil des Rechners (3 Register). Das Rechenwerk führt die Berechnungen aus und auf dieses beziehen sich die Angaben über Rechengeschwindigkeit (CDC 6600: Gleitkomma-Multiplikation = 1 Mikrosekunde).

- Hauptspeicher oder Kern:

Man bezeichnet ihn auch als Arbeitsspeicher, weil er die Funktion für Übertragung von Daten aus dem Großraumspeicher in die Register und umgekehrt übernimmt. Dieser Bereich, der für die Blockausgleichung etwa 100 K oktal Worte (etwa 32000 Worte á 60 bit) groß sein soll, ist entweder als Magnetkern-, Draht- oder Dünnschichtspeicher bzw. seit neuestem als Speicher mit integrierten Schaltkreisen (zum Beispiel IBM 370/Serie) realisiert.

Die CDC 6600 bietet zusätzlich die Möglichkeit, einen "erweiterten Kern" (ECS: External Core Storage) zu verwenden. Dieser hat eine Zugriffszeit von nur wenigen Mikrosekunden, ist aber in der Größe mit etwa 500 K á 60 bit Worten beschränkt.

- Großraumspeicher:

Er dient der Speicherung sämtlicher Daten, die nicht im Kern Platz finden (bei großen Normalgleichungssystemen zum Beispiel die gerade nicht benötigten Submatrizen, oder sämtliche eingelesene Koordinaten). Seine dem Benutzer verbleibende Größe beträgt etwa 13 Millionen Worte á 60 bit (Platteneinheit: CDC 6638). Während der Zugriff vom Register zum Kern bei problemorientierten Programmiersprachen (zum Beispiel FORTRAN) computerintern, automatisch geschieht, gibt es beim Großraumspeicher die Möglichkeit, ihn vom Kern wahlfrei oder sequenziell

zu adressieren. Ist die sequenzielle Adressierung anspruchslos und leichter programmierbar, so ist sie bei der CDC 6600 etwa dreimal so langsam wie der wahlfreie Zugriff (realisiert als random excess). Die Zugriffszeit hängt im wesentlichen von der Rotationsgeschwindigkeit der Magnetplatte oder -trommel ab. Sie beträgt in unserem Fall etwa 50 Millisekunden. Etwas schneller ist der Zugriff bei UNIVAC im Fastrand und Flyinghead. Benötigt der Computer beim sequenziellen Zugriff einen sogenannten Puffer, der die Organisation des Transports bewerkstelligt, dabei aber überdies Kernspeicherplatz in Anspruch nimmt, so kann man beim wahlfreien Zugriff jede beliebige Adresse direkt ansprechen, korrigieren, und am selben Platz wieder abspeichern. Im anderen Fall ist es notwendig, einen geänderten Wert ans Ende der bisherigen Daten abzuspeichern, wodurch im Laufe der Programmabarbeitung die Größe des benötigten Plattenbereichs zunimmt und damit auch die Such- und Zugriffszeit zu den einzelnen Elementen sich erhöht. Gerade die optimale Organisation dieses Datentransportes kann über die Wirtschaftlichkeit der gesamten Berechnung und somit eines Programms entscheiden. Der Programmieraufwand konzentriert sich daher zu einem hohen Prozentsatz auf diesen Teil (vgl. Kapitel 2.3.2).

Die CDC 6600 der Universität Stuttgart hat zur Zeit zusätzlich zu den Platteneinheiten vier Magnetbandstationen für 7-Spur-Magnetbänder. Diese stellen einen theoretisch unbegrenzt großen Speicherraum dar, der zur Ablage von Daten und Ergebnissen nach Beendigung der Berechnung dient. Die Einlesegeschwindigkeit beträgt etwa 100 K characters<sup>1)</sup> pro Sekunde. Für Anlagen ohne Platten- oder Trommelspeicher muß das Magnetband als Großraumspeicher dienen, ist aber als solcher wegen der hohen Transferzeit kein gleichwertiger Ersatz.

#### b) Rechengeschwindigkeit und Rechenschärfe:

An der CDC 6600 besteht ein Wort aus 60 bit, was 16-stelliger Genauigkeit entspricht. Daraus ergibt sich eine für die meisten Fälle ausreichende Rechenschärfe (Schenk [57] 1972), wobei jedoch bei schlechter Kondition des Normalgleichungssystems unter Beachtung von [57] Schenk, 1972 und [63] Schwarz, 1968 unter Umständen wesentliche Stellen im Zuge der Auflösung verloren gehen. Durchwegs "doppelte Genauigkeit" wird man zum Beispiel an IBM-Anlagen verwenden müssen (1 Wort à 32 bit). Die Rechengeschwindigkeit ist auch aus Tabelle 1 für verschiedene Rechenanlagen ersichtlich. Für die CDC 6600 beträgt die Gleitkomma-Multiplikationszeit im Assembler 1  $\mu$ sec. und die Additionszeit inklusive Adressierung 0.3  $\mu$ sec. Das entspricht 1 Million Multiplikationen und ca. 3 Millionen Additionen pro Sekunde.

#### 1.3.3 Rechenaufwand

(abgeschätzt für einen 1000-Modelle- bzw. -Bilderblock: 20 Streifen à 50 Einheiten; bei direkter Gleichungslösung)

Jede Erörterung über notwendigen Programmieraufwand und Computerkapazitäten muß

---

1) Ein character: entspricht zum Beispiel 1 Ziffer oder einem alphanumerischen Zeichen. Im Vergleich dazu ist 1 Wort (à 60 bit) imstande, mehrere Ziffern oder alphanumerische Zeichen zu beinhalten (siehe auch Schenk [56], Seite 21).

unvollständig bleiben, wenn man dabei nicht gleichzeitig den numerischen und organisatorischen Aufwand für die Lösung der Blockausgleichung abschätzt. Die theoretischen Werte sind übernommen aus Ebner [18], 1971, Seite 137. Die praktischen Resultate sind bestätigt durch praktische Blockausgleichungen ([24] Gauthier 1962, [49] Meixner 1972, sowie weitere eigene Ausgleichungen). Grundlage für die theoretischen Werte sind die aus Formel 16a-d abgeschätzten Größen (vgl. Kapitel 3.4.1).

Wir entnehmen in [18] für  $n_s = 20$  ( $n_s$  = Anzahl der Streifen) multipliziert mit 1000:

	$10^9 n_M$	$10^3 n_T$	SS	rel. Verhältnis
Bündel (B 6)	1.2	7	4800	5
Modelle (M 7)	0.6	41	2800	3
Modelle (M43)	0.2	8	1000	1

Dieser 1000-Bilderblock mit pro Einheit etwa 6 Neupunkten liefert ein Normalgleichungssystem mit  $6 \times 1000 + 6 \times 3 \times 1000 = 24\ 000$  Unbekannten. Es wird dabei klar, daß nicht nur aufwendige und optimierte Such- und Sortier Routinen in einem wirtschaftlichen Programm enthalten sein müssen, sondern daß dieses Gleichungssystem nicht als Ganzes, nur unterteilt in Submatrizenform, im Kern abgearbeitet werden kann. In diesem Fall der Bündelblockausgleichung muß man 1.2 Milliarden Multiplikationen und 7000 Plattentransporte ausführen, um die endgültige Lösung zu erhalten. Ein Computer mit kleinerem Kern als jener der CDC 6600 würde eine weitere Unterteilung der Normalgleichungsmatrix in Submatrizen und somit einen erhöhten Aufwand an Plattentransporten erforderlich machen. Im Kapitel 3.3 wird der Einfluß der Unterteilung auf Grund verschiedener Numerierung an einem Beispiel abgeschätzt.

Beachtet man in Tabelle 1 und Figur 1 die rasche Verbreitung von Großcomputern, so darf man daraus schließen, daß die Voraussetzungen für diese rechenaufwendigen Blockausgleichungssysteme und damit für allgemeine und universelle Programme vorhanden sind.

#### 1.3.4 Möglichkeiten der mathematischen Behandlung

Vor dem Hintergrund der vorhin behandelten Details und in Anlehnung an die Untersuchungen von Kubik [12], 1967 und Ebner [18], 1971 sollen in Kürze die wesentlichsten Lösungsmöglichkeiten der Gleichungssysteme, wie sie bei der Blockausgleichung anfallen, erwähnt werden. Weitere ausführliche Darstellungen finden sich in [63] und [65].

Die Lösung der einzelnen Phasenschritte mittels digitaler Rechenanlagen bestehen im wesentlichen jeweils in der Lösung einer Gruppe von Gleichungen, die im allgemeinen nicht-linear sind. Zur Lösung nicht-linearer Gleichungssysteme dienen iterative Methoden, die von Näherungswerten ausgehend eine Folge schrittweiser,

gegen die Lösung konvergierender Annäherungen liefern, die nach einem geeigneten Kriterium abgebrochen werden.

Eine bekannte und allgemein übliche Methode zur Lösung nichtlinearer Gleichungen ist zum Beispiel die wiederholte Linearisierung und jeweilige Lösung des linearisierten Gleichungssystems (Newton'sche Approximation, siehe auch [30] § 132.2, Seite 1855 f. und § 132.4).

Abgesehen von diesem Newton-Iterationsprozeß unterscheiden wir zwischen direkten und iterativen Lösungsverfahren der linearisierten Gleichungen selbst. Sie werden entweder zur Lösung der vollständigen Fehler- oder Normalgleichungsmatrix oder zur Lösung der teilreduzierten Normalgleichungsmatrix herangezogen.

#### a) Iterative Verfahren:

Zu den bekanntesten und verbreitetsten iterativen Verfahren zählen u.a. das Gauss-Seidel-Verfahren sowie jenes der (blockweisen) Überrelaxation und konjugierten Gradienten. Auf eine formelmäßige Darstellung dieser Verfahren wird hier verzichtet, zumal mit der Dissertation Wolfrum [68] 1969, eine übersichtliche, detaillierte Untersuchung über iterative Verfahren der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen vorliegt. Angewendet auf das Problem der Bündelausgleichung ergeben sich dabei einige Charakteristika, die im folgenden noch einmal kurz zusammengefaßt werden.

Iterative Verfahren werden angewendet sowohl bei der Lösung der Fehlergleichungsmatrix als auch bei der Lösung der Normalgleichungsmatrix. Schwarz beschreibt in [63], 1968 die Methode der konjugierten Gradienten in der Ausgleichsrechnung, wonach sich allgemein der Lösungsvektor  $x$  ohne explizites Aufstellen der Normalgleichungen nach höchstens  $n$  Iterationsschritten ergibt und der Betrag der Verbesserungsvektoren  $v$  monoton abnimmt. Das bedeutet, daß in jedem Fall das Verfahren konvergiert, vorausgesetzt, die Rundungsfehler sind vernachlässigbar. Ein bedeutender Vorteil dieses Verfahrens besteht zudem in dem Wegfallen des in 1.3.3 schon erwähnten aufwendigen Such- und Sortierprozesses, und der optimalen Ausnutzung der Fehlergleichungsmatrix, da sämtliche Nullelemente unberücksichtigt und nicht multipliziert und transportiert werden. Sie beeinflussen daher auch nicht die Kondition des Gleichungssystems. Eine zahlenmäßige Abschätzung des Speicher- und Lösungsaufwandes findet sich bei Schenk in [56]. Generell darf dazu gesagt werden, daß der geringe Programmieraufwand (kein Aufbauen der Normalgleichungsmatrix und Wegfallen des größten Teils der Datenvorsortierung, weil man nicht an optimale Bandstruktur einer Matrix gebunden ist) und die günstigen Rechenzeiten bei guter Paßpunktverteilung (siehe dazu Anderson [10], participant 9, [13] Seite 13) Vorteile gegenüber den anderen Verfahren darstellen, die auf den ersten Blick bestechend wirken. Die Erfahrungen mit diesem Verfahren zeigten jedoch, daß die Rechenzeiten, die Konvergenz und die richtige Wahl des Abbruchkriteriums von der Güte der Näherungswerte und der Paßpunktverteilung sehr stark abhängig sind (vgl. auch [56] Seite 41). Diese Aussage gilt generell für sämtliche Iterationsverfahren, auch dann, wenn wie in Untersuchungen am Institut der Photogrammetrie Stuttgart [13], oder im in 2.2 besprochenen finnischen Bündel-

ausgleichungsprogramm (Kilpelä [37], 1971 und Anderson [10], 1972: starkes Ansteigen der Iterationsanzahl bei schlechterer Paßpunktverteilung) oder in den Versuchen von D.C. Brown (mitgeteilt in [15], 1967) mit Gauss-Seidel-, beschleunigtem Gauss-Seidel- und Überrelaxationsverfahren (Schwarz [63], 1968) die iterativen Verfahren zur Lösung der Normalgleichungsmatrix herangezogen werden. Diese hohe numerische Instabilität ist, wie aus der Literatur ersichtlich, offenbar der Hauptgrund dafür gewesen, daß die iterativen Verfahren an praktischer Bedeutung verloren haben.

Von den leistungsfähigen Programmen für die Blockausgleichung verwenden nur noch zwei (Finnland 1972, IGN-Paris, 1968) eine iterative Gleichungslösungsroutine. Weitere Verbreitung erlangten

#### b) Direkte Verfahren:

Dazu zählen als wichtigste das Gauss- und das Gauss-Cholesky-Eliminationsverfahren für positive definite, symmetrische Matrizen (Zurmühl [72], Seite 70-72). Sie werden ausführlich in der mathematischen Literatur beschrieben (zum Beispiel E. Stiefel [65], 1961, Linkwitz und Scheck [47], 1971). Das Hauptaugenmerk unserer Betrachtungen soll jedoch vor allem auf dem Gebiet der Anwendung liegen, da die mathematisch-theoretischen Unterschiede zwischen den einzelnen direkten Verfahren als bekannt vorausgesetzt werden können.

In fast allen der im nächsten Kapitel noch näher beschriebenen Rechenprogrammen für die Bündelblockausgleichung werden sie angewendet. Besonders sei auf das Verfahren, wie es am Coast and Geodetic Survey programmiert ist (vollständige Normalgleichungsmatrix) hingewiesen (Kapitel 2.1). Unter anderem bestätigen die langen Rechenzeiten (2 Stunden für 180 Bilderblock) eindrucksvoll die Zweckmäßigkeit von teilreduzierten Normalgleichungen. Sie erlauben erst ein optimales Ausnützen der Bandstruktur - aufwendige Such- und Sortierprogramme vorausgesetzt. Der Programmieraufwand für die Realisierung der direkten Lösungsverfahren ist gerade wegen der Notwendigkeit des Ausnützens der Bandstruktur der Normalgleichungsmatrix ungleich höher als bei den iterativen Verfahren. An die Optimierung der Submatrizentransporte und an die Speicherkapazität der Rechanlage werden hohe Anforderungen gestellt, da in den Submatrizen zum überwiegenden Teil (ca. 70 %) Nullelemente mitgeführt werden müssen, wodurch der Speicherplatzbedarf stark erhöht wird.

Die Rechenzeiten sind im Gegensatz zu den iterativen Verfahren unabhängig von der jeweiligen Paßpunktverteilung und der Kondition, setzen aber Großrechenanlagen voraus (vgl. dazu auch Schenk [56] Seite 1). Da der Rechenaufwand im wesentlichen von der Bandbreite ( $p$ ) und von der Blockkonfiguration und den Überdeckungsverhältnissen abhängt (proportional zu  $p^2$ ), können die Rechenzeiten nach Ebner ([18], 1971) recht gut abgeschätzt werden.

Die obgenannten Vor- und Nachteile der Lösungsmöglichkeiten waren entscheidend für die Wahl des Subprogramms HYCHOL (beschrieben in [39] Klein, 1971) als Gleichungslösungsroutine im Programm PAT-B. Es handelt sich dabei um ein auf dem



Cholesky-Verfahren aufbauenden Hypermatrizencode.

Zu den direkten Verfahren zählt ferner die bei Schenk in [56] erwähnte Koordinatenmethode, die unter Berücksichtigung sämtlicher Nullelemente auch innerhalb des Bandes ein optimal konditioniertes System liefert, bei großen Blöcken ab ca. 500 Einheiten, insbesondere bei starken Überdeckungen eine Begrenzung darin erfährt, daß die Indexmatrix für die "Nicht-Nullelemente" die Speicherkapazität selbst großer Computer bald übersteigt. Im Gegensatz zu HYCHOL muß hier anstelle der großen Submatrizen jede einzelne 6 x 6-Matrix vom Großraumspeicher in den Kern und zurücktransportiert werden. Das erhöht die Anzahl der Plattentransporte zum Beispiel bei einem 200-Bilderblock pro Submatrix um etwa den Faktor 30 (!) (man beachte dabei, daß die Transferzeit schon bisher (vgl. zum Beispiel Kapitel 1) etwa 20 % der Gesamtrechnenzeit betrug). Bei stark regelmäßigen Blöcken dürften sich die Vor- und Nachteile wohl die Waage halten, wengleich erst praktische Vergleiche und eingehendere Analysen die Frage der größeren Effektivität beantworten werden.

#### 1.4 Zusammenfassung

Die Entwicklung der Blocktriangulation ist an einem Punkt angelangt, wo die verschiedensten Aspekte für die Wirtschaftlichkeit der Aero-triangulation objektiv abgeschätzt werden können. Man muß heute an ein Ausgleichungssystem höchste Ansprüche hinsichtlich Universalität und Wirtschaftlichkeit stellen können. Die fehlertheoretischen Untersuchungen der Verfahren der Blockausgleichung sind weit gediehen und man beherrscht mit den Großcomputern den numerischen Aufwand, was in den Abschnitten zuvor skizziert worden ist. Es kommt jetzt darauf an, daß die zukünftigen Programmentwicklungen vor allem allgemein benutzbar und kompatibel sind und keine Beschränkungen hinsichtlich Blockgröße, Überdeckungsverhältnisse oder Näherungswerte haben.

Bevor ein Beitrag dazu in Kapitel 3 vorgestellt wird, soll im folgenden Abschnitt ein kurzer Einblick in die wichtigsten existierenden Bündelausgleichungsprogramme gegeben werden.

## 2. EXISTIERENDE BÜNDELPROGRAMME

Soweit die Literatur und die persönlichen Kontakte mit den Verfassern es erlauben, wird versucht, einen Überblick über die wichtigsten existierenden und im Einsatz befindlichen Bündelausgleichungsprogramme zu vermitteln. Der Vergleich verschiedener Programme kann jedoch immer nur zu einem bestimmten Zeitpunkt berechnete Schlüsse zulassen, da Weiterentwicklungen zu vermuten und wahrscheinlich sind, ohne daß darüber sofort berichtet wurde. Die Bedeutung einer guten Software ist besonders in den USA erkannt und so behandelt man neue Fortschritte im Know-how öffentlich zunächst nur mit großer Vorsicht und Zurückhaltung (vgl. auch DBA-Systems, Inc., Florida: Kapitel 2.2). Die Veröffentlichungen sagen zudem oft nur Prinzipielles aus, berichten aber im Detail auch wegen des Umfangs wenig; andere Programme existieren zum Beispiel nur an Hochschulen, werden aber praktisch nicht angewendet. Auf deren Beschreibung muß hier verzichtet werden. Die hohen Entwicklungskosten eines "Ideal"-Programms sowie der Umstand, daß jede Institution bisher bestrebt war, ihr eigenes Programm selbst zu schreiben, sind charakteristisch für die begrenzten Anwendungsmöglichkeiten der bisherigen Bündelprogrammentwicklungen. Zwei amerikanische und zwei europäische Beispiele sollen im folgenden behandelt werden.

### 2.1 Bündelausgleichungsprogramm am Coast and Geodetic Survey nach M. Keller [31], [32].

#### - Programmaufbau:

Das Bündelprogramm ist in FORTRAN programmiert, wie übrigens alle folgenden hier aufgeführten Programme, und läuft seit 1966 auf einer IBM 360/30 sowie einer IBM 7030 (STRETCH) mit 39K à 64 bit Worten und wurde 1968 auf der CDC 6600 in Suitland, Maryland, USA installiert. Es ist bisher als einziges Bündelprogramm allgemein verfügbar (siehe dazu auch Schenk [56], Seite 72).

Das Programm ist in vier Teile segmentiert:

Vor der eigentlichen Bündelausgleichung (d) sind (a) ein Bildkoordinatenkorrekturprogramm [33] mit 3-Bild-Orientierung [34], (b) ein Streifenausgleichungsprogramm (Polynomverfahren) [35], (c) eine Transformation der Paßpunkte in ein geozentrisches Koordinatensystem [16] vorgespannt. Die Umwege über 3-Bild-Orientierung und Streifenausgleichung dienen dazu, grobe Fehler vorweg zu eliminieren. Es können dabei

1. Fehler in der Photogrammetrie
2. Fehler in der terrestrischen Punktbestimmung innerhalb eines Streifens und nur in diesem (!) aufgedeckt werden. Dieser Polynomausgleich liefert die Näherungswerte für die Bildpunkte.

Der Blockausgleichung selber geht eine sogenannte Resectionphase voraus, um gute Näherungswerte für die Kammerposition  $(x_0, y_0, z_0)$  sowie für die drei Drehungen  $\omega, \varphi, \alpha$ , zu erhalten.

#### - Mathematisches Modell:

Wie in den folgenden drei hier beschriebenen Programmen werden die Paßpunkte

als fehlerfreie Größen behandelt. Eine unterschiedliche Genauigkeit derselben kann dadurch simuliert werden, daß man den Beobachtungen im Bild, die zu einem Paßpunkt gehören, ein unterschiedliches Gewicht gibt. Es stellt dies ein Ersatzverfahren dar, welches sich im Gegensatz zu dem in PAT-B angewendeten als weniger zweckmäßig erwiesen hat (vgl. auch Kapitel 3.2). Ausgehend vom linearisierten Beobachtungsgleichungen, wie sie unter anderem 1958 von H.H. Schmid in [58] aufgezeigt wurden, werden die Normalgleichungen aufgestellt und nach einer Gauss-Cholesky Eliminationsmethode gelöst. Zu beachten ist hier, daß die vollen Normalgleichungen mit allen Unbekannten gebildet und gespeichert werden, was einen beträchtlich größeren Speicheraufwand erforderlich macht.

- Programmeigenschaften:

Das Programmerteam am CGS von zeitweise bis zu 10 Mann bürgt für einen hohen Standard der internen Programmorganisation und peripheren Transporte. Die kontinuierliche Weiterentwicklung auf den oben beschriebenen Grundlagen führt für die eingespielte Organisation zu einem selbstverständlich gewordenen Bestandteil in der photogrammetrischen Praxis. Leider sind diese Vorteile eben auch die Nachteile dieses Programms. Es ist außerhalb des CGS praktisch von keiner Bedeutung, weil man zum Beispiel schon die Eingabe so spezifiziert hat, daß jede Abweichung von der Numerierung der Punkte (Paßpunkt, Neupunkt, Verknüpfungspunkt etc.) und der Reihenfolge der Eingabe falsche Ergebnisse liefern würde. Die Anzahl der an der Ausgleichung beteiligten Punkte ist mit 2142, die der Paßpunkte mit etwa 300 limitiert. Maximal können laut [32] 200 Bilder an einer gemeinsamen Ausgleichung teilnehmen (eine neueste Version für 600 Bilder wurde vor kurzem dem Institut für Photogrammetrie, Stuttgart, jedoch ohne Subroutinen, zur Verfügung gestellt; vgl. auch 2.6).

Selbst wenn es möglich wäre, all diese Voraussetzungen einzuhalten, wäre es wegen der spezifisch auf die CDC 6600 abgestimmte Organisation nur schwer möglich, das Programm anderen Benutzern mit anderen Computern zugänglich zu machen. Sind wegen der guten Näherungswerte meist 1-2 Iterationen ausreichend, so betragen die Rechenzeiten auf der CDC 6600 zum Beispiel für einen 180-Bilderblock für eine einzige Iteration etwas über 2 Stunden oder pro Bild etwa 40 Sekunden (!). Die Grenzen sind bei allem Raffinement, mit dem hier ein Problem gelöst wurde, wohl deutlich.

## 2.2 Bündelprogramm-Finnland

### Kurzbeschreibung

Das Programm, wie es seit etwa 1968 in Finnland mit Erfolg bei der geodätischen Netzverdichtung angewendet wird, ist unter anderem aus der Arbeit von E. Kilpelä [47] bekannt geworden; wenngleich Einzelheiten dort mehr gehütet werden als in den USA, so ist doch erkennbar, daß das mathematische Modell das gleiche ist wie in 2.1, wobei wiederum von linearisierten Beobachtungsgleichungen ausgegangen wird. Die Bildkoordinaten wurden ebenfalls als gleich genau und unkorreliert vorausgesetzt. Die geodätischen Koordinaten sind daher als fehlerfrei und invariant angesehen.

Das Programm läuft an einer Elliott 503 des Staatlichen Rechenzentrums Helsinki und es können Blöcke mit maximal 717 unbekanntem Koordinaten behandelt werden. Diese Beschränkung legt den Schluß nahe, daß Normalgleichungen aufgestellt werden, die reduziert sind auf die Gruppe der unbekanntem Koordinatenverbesserungen. Der größte, bisher ausgeglichene Block dürfte ein aus 81 Bildern bestehender gewesen sein. Rechenzeiten sind leider nicht bekannt; wegen der geringen Kapazität der verwendeten Rechenanlage Elliott 503 vermutlich auch kaum vergleichbar mit anderen wesentlich leistungsfähigeren und größeren Anlagen. Eine neueste Programmversion, die auf einem mittleren IBM-Computer läuft, verwendet zur Gleichungslösung die blockweise Überrelaxation (vgl. Kapitel 1.3). Überdies dürfte diese Version etwas leistungsfähiger sein als die alte.<sup>1)</sup>

Wiederum zeigt sich die Charakteristik der bisherigen Entwicklungen: Die Programme sind zu speziell für eine Organisation entwickelt und somit gebunden an bestimmte Blockkonfigurationen und Blockgrößen, an Meßanordnungen und den hauseigenen Computer und somit nicht allgemein übertragbar.

### 2.3 Blockausgleichungsprogramm COMBAT von M.S. Gyer und J.F. Kenefick (DBA-Systems, Inc.)

Anlässlich des Symposiums für Computational-Photogrammetry an der State University of N.Y. im Januar 1969 vom DBA-Systems, Melbourne, Florida/USA, vorgestellt [28]. Die wesentlichsten Bestandteile dieses Programms (1969) sollen, obwohl es sicherlich weiterentwickelt worden ist und nicht allgemein zugänglich ist, erwähnt werden.

#### - Programmaufbau

Das Programm besteht aus sechs Unterprogrammen:

##### a) DPREP: (Data preparation)

Es werden die einzelnen Bildkoordinaten korrigiert wegen Verzeichnung, Refraktion, Filmschrumpfung, etc. Unter der Voraussetzung von regelmäßigen Blöcken, die aus parallelen Streifen bestehen, werden die Anfangs- und Endkoordinaten der Aufnahmestandpunkte jedes Streifens eingelesen. Für dazwischenliegende Bilder werden die Werte entsprechend linear interpoliert. Die Näherungswerte der zu den Bildpunkten gehörenden Geländekoordinaten werden mittels näherungsweise Ausgleichung beschafft ([28], Seite 6 und 7).

##### b) SORT

In diesem Teil werden alle Bilder senkrecht zur Streifenrichtung umsortiert. Auch hier ist vorausgesetzt, daß der Block regelmäßig geflogen wurde und daß sinnvollerweise die Anzahl der Parallelstreifen geringer ist als die Anzahl der Bilder innerhalb eines Streifens - sonst würde durch das Umsortieren die Bandbreite der Normalgleichungsmatrix und somit die Rechenzeiten größer.

---

1) In Anderson [10] scheint der finnische Teilnehmer (Nr. 9) diese neueste Version verwendet zu haben. Nähere Einzelheiten dazu waren nicht zu erfahren (ISP-Meeting, Ottawa 1972).

In diesem Programm werden die Forderungen nach strenger Regelmäßigkeit des Blocks noch deutlicher als in anderen Programmen. Andererseits ermöglicht diese, wie mir scheint einschneidende Spezifikation erst den Einsatz eines Mittelcomputers der Größe CDC 3100. Dieser ist etwa um den Faktor 10 langsamer als die CDC 6600.

c) NEF (Normal Equations Formation)

Ähnlich wie im finnischen Programm werden hier direkt teilreduzierte Normalgleichungen gebildet. Reduziert wird hier auf die unbekanntes Orientierungsparameter der Bilder. Somit ist der Umfang des Gleichungssystems nur mehr von der Anzahl der vorhandenen Bilder abhängig und nicht von der viel stärker variablen und im allgemeinen großen Anzahl der Geländekoordinaten. Besonders für Katasterblöcke mit eventuell 1000 Punkten pro Bild wird dieser Vorteil deutlich spürbar. Selbst bei einer geringen Anzahl von Verknüpfungspunkten (topographische Fälle) (etwa 6 Punkte pro Bild, vgl. dazu Schenk [56]) liegt der Gleichungslösungsaufwand in der gleichen Größenordnung, wie wenn man auf die unbekanntes Geländekoordinaten reduzieren würde.

d) SOLVE (Gleichungslösungsprogramm)

Wie in allen effizienten Blockausgleichungsprogrammen ist auch hier ein entscheidender Teil die Gleichungslösung. Die Lösung erfolgt mittels des in den Vereinigten Staaten unter Recurrent Partitioning bekannten Algorithmus. Es ist dies ein auf Submatrizen angewendetes Gauss-Eliminationsverfahren, das wie bei allen anderen hier besprochenen Fällen den Umstand ausnützt, daß die Normalgleichungsmatrix zum größten Teil mit Nullelementen besetzt ist [23], [27]. Zur Berechnung der Varianzen der Geländekoordinaten ist es möglich, mit demselben Programm die Normalgleichungsmatrix nach Beendigung des Iterationsprozesses zu invertieren.

e) UNFOLD

Die Berechnung der Geländekoordinaten erfolgt mit dem Subprogramm UNFOLD. Aus den jetzt bekannten Orientierungselementen werden die Zuschläge zu den Näherungswerten der Geländekoordinaten sowie der mittlere Gewichtseinheitsfehler errechnet.

Was M. Keller in 2.1 mit den Triplets und der Streifenpolynomausgleichung erreicht (die Vor-Elimination von groben Fehlern im Bild und Gelände), erreicht man hier durch eine Teilblockausgleichung. Und wiederum wird deutlich, wie stark schematisch die Bilder des Blocks angeordnet sein müssen: Es werden je zwei benachbarte Streifen ausgeglichen und Fehler innerhalb dieses Blockabschnittes manuell beseitigt. Ein automatisches Fehlersuchprogramm wird bisher außer bei TOPOCOM [48] nirgends operationell angewendet, ganz zu schweigen von einem automatischen Fehlereliminierungsverfahren. Es ist also ungemein wichtig, um nicht bei den sehr leistungsfähigen und schnellen Rechenanlagen unverhältnismäßig viel Bearbeitungszeit in Kauf nehmen zu müssen, daß man möglichst eindeutig und möglichst viele Fehler klar erkennt und sie beseitigen kann. In der Behandlung der Näherungswerte (Kapitel 3.3) wird nochmals dies zur Sprache kommen.

- Mathematisches Modell

Abgesehen davon, daß als Drehmatrix eine für die Computerpraxis unvorteilhafte weil rechenaufwendigere Darstellung mit trigonometrischen Winkelfunktionen gewählt wurde, gelten hier für die linearisierten Beobachtungsgleichungen die gleichen Charakteristika wie im Kapitel 2.1.

- Programmeigenschaften

DBA-Systems verwenden für das Blockprogramm einen Mittelcomputer vom Typ CDC 3100,8 K à 48 bit Worte (doppelte Genauigkeit) mit 4 Bandstationen. Es scheint möglich zu sein, auch Mittelcomputer bei der Behandlung solch rechenintensiver und organisatorisch aufwendiger Probleme erfolgreich einzusetzen. Es wird zwar der für eine Privatfirma wichtige Kostenfaktor damit klein gehalten, man erkaufte dies aber auf der anderen Seite mit einer beschränkt universellen Einsatzmöglichkeit. Wie oben schon mehrfach erwähnt, müssen Blöcke in Parallelstreifen vorliegen (daher der geringe Sortieraufwand) und dürfen maximal 25 Streifen beinhalten. Für eine Iteration bei einem 140-Bilderblock mit 7 Streifen benötigt man ca. 1200 Sekunden, was einer Rechenzeit bei diesem kleinen Block von 30 Sekunden pro Bild entspricht. Die manuelle Eingabe von erster und letzter Aufnahmeposition der Streifen ist notwendig. Für kleine, regelmäßige Blöcke ist dieses Programm in seiner Art optimal und wurde daher seit 1969 mit Erfolg angewendet. Für alle anderen Institutionen ist es von geringer praktischer Bedeutung.

2.4 Müller-Programm, Hannover [51], [52]

- Programmaufbau

a) Vorprogramm

Es erledigt die Bildkorrektur und sortiert die Messungen. Die Eingabe ist bis jetzt nur über Lochstreifen vorgesehen.

b) Hauptprogramm

Die aus dem Vorprogramm erhaltenen sortierten Bildkoordinaten werden zusammen mit einigen Steuerdaten eingelesen. Da das Programm nicht ohne Ausgangswerte für die Orientierungsunbekannten der Bilder auskommt, sind diese bisher manuell einzugeben. Hier besteht jedoch im Fall von parallelen Flugstreifen die Möglichkeit, einige Parameter (Längsneigung, Querneigung, Kantung und Flughöhe) für alle Bilder des Blocks pauschal anzugeben; für die Lage der Projektionszentren genügen die Koordinaten des Anfangs- und Endbildes jedes Flugstreifens zusammen mit der Bildnummernfolge der übrigen Bilder der Streifen. Maximal 38 Bilder können interpoliert werden. Große Bedeutung für einen reibungslosen Ablauf der Berechnungen hat wie bei 2.1 die richtige Numerierung der Bilder, der Paßpunkte, Verknüpfungspunkte und der Neupunkte. Die Bildnummern werden unmittelbar zum Ordnungsmerkmal. Bei unregelmäßigen Blöcken bedarf es eines geschulten Sachbearbeiters, der durch geschickte Numerierung die Bandbreite kleinhalten kann.

- Mathematisches Modell

Transformationsgrundlage sind die bekannten projektiven Beziehungen [58].

Die Paßpunktkoordinaten werden als fehlerfrei angesehen (Fehlergleichungen siehe Dissertation Wunderlich [69] 1961, Seite 59). Wahlweise kann das mathematische Modell modifiziert werden, indem 1 oder 3 zusätzliche Parameter zur Korrektur der Bildkoordinaten für alle Bilder gemeinsam eingeführt werden ([51], [12]). In einer Version wird eine Korrektur  $r^2$  in der anderen mit  $xy$ ,  $r^3$  und  $y$  ausgeführt. Die neueste Programmversion ermöglicht es, nacheinander bis zu 12 Parameter zu berücksichtigen (Bauer [12] 1972). Der Vorteil der zusätzlich eingeführten Parameter liegt in einer deutlichen Genauigkeitssteigerung bei systematischen Fehlern im Block [12].

Mit diesem Ansatz sollen nicht meßbare Fehlereinflüsse (Refraktion, Bildfehler) erfaßt werden. Da hiermit im Falle von Senkrechtaufnahmen auch die Erdkrümmung in erster Näherung berücksichtigt wird, erübrigt sich für begrenzte Objekte eine Umrechnung ebener Landeskoordinaten in ein lokales oder geozentrisches Blockkoordinatensystem. Das auf die Orientierungsunbekannten teilreduzierte Normalgleichungssystem, dessen Größe von der Anzahl der Bilder abhängt, wird unmittelbar punktweise aufgestellt. Es entsteht eine "banded bordered" Normalgleichungsmatrix. Wiederum wird ein Gauss-Eliminationsverfahren zur Lösung des Systems verwendet. In den ersten drei Iterationen werden dessen Koeffizienten (7-stellig!) neu aufgestellt, ab der vierten Iteration wird nur noch die rechte Seite neu berechnet. Wegen der Linearisierung der Beobachtungsgleichungen, der Unschärfe der Näherungswerte und der nur 7-stelligen Koeffizienten der Normalgleichungsmatrix muß hier etwa 5-7 mal iteriert werden.

#### - Programmeigenschaften

Das Programm ist in FORTRAN für eine Siemens 4004/45 geschrieben. Die Kapazität dieser Anlage mit ca. 32 K Worten à 32 bit, 3-Bandeinheiten und einer Platte als Zwischenspeicher erlaubt es, maximal 11 parallele Flugstreifen mit 300 Bildern im Block auszugleichen. Weiters ist nach dem Stand vom Herbst 1971 die Kapazität des Programms beschränkt mit 200 Punkten je Bild, maximal 1000 Ausgleichungspunkten, 2000 Neupunkten, die maximale Anzahl der an einem Punkt beteiligten Bilder ist zwölf. Es wäre möglich, Bildmaterial, das mit maximal 3 verschiedenen Kammern gemacht wurde, zu verwenden. An der Siemens 4004/45 benötigt man für einen Block mit 80 Bildern 1 Stunde (ca. 40 sec. pro Bild). Die zusätzlichen Parameter erhöhen in diesem Programm die Rechenzeit um etwa 30 %.

Unternimmt man den Versuch, das Müller-Programm einzureihen unter die vorhandenen Bündelausgleichungsprogramme, so steht dieses sicher in der Spitzengruppe vor allem, weil ein sehr allgemein formulierter mathematischer Ansatz (Müller [51], 1971) wegen seiner Flexibilität große Beachtung verdient. Die programmtechnische Konzeption hingegen ist vermutlich wegen des relativ kleinen Computers nur für eine beschränkte Größenordnung von Blöcken angelegt.

## 2.5 Standortbestimmung

Die aufgeführten Rechenprogramme sollen uns deutlich machen, wo wir heute in der Entwicklung von Theorie und Verwirklichung auf dem Weg zum Endziel der Aerialtriangulation stehen. Dazu wollen wir zunächst den Stand von heute kurz skizzieren.

ren und schließlich einen Ausblick geben auf ein Entwicklungskonzept sowie eine Strategie entwickeln, mit der dieses verwirklicht werden soll.

Der Überblick über die vorhandenen Bündelausgleichungsprogramme macht deutlich, wie stark die bisherigen Entwicklungen durch eine Strategie beeinflusst waren, die von folgenden Punkten wesentlich geprägt wurde.

#### a) Computer- und Programmsituation

Große Organisationen, wie zum Beispiel IGN-Paris, Coast and Geodetic Survey, USA, NRC-Canada, Vermessungsämter, Ordnance Survey in Großbritannien und DBA-Systems waren bestrebt, ein eigenes Programm zu besitzen. Mit den ihnen zu Gebote stehenden Mitteln entwickelten sie ihre eigenen Systeme, sodaß ihre speziellen und immer wiederkehrenden Probleme gelöst werden konnten. Man hat ja die Organisation der Bildflüge, die aufwendige Numerierungs- und Vorbereitungsarbeit, kurz die gesamte Produktion in der Hand.

Scheinbar ist es einfacher, für jeden speziellen Fall in jeder Organisation ein eigenes Programm zu schreiben, als etwa zu versuchen, ein allgemeines zu entwickeln, das später jeden Sonderfall bewältigen kann oder sich in eines der bereits existierenden einzuarbeiten. Ein deutliches Beispiel gibt uns das Programm von CGS: Es wird zwar kostenlos in Lochkartenform jedem zur Verfügung gestellt, die Komplexität, fehlende weil im Assembler für die CDC 6600 geschriebenen Subroutinen sowie die Spezifikationen bei der Handhabung, ganz zu schweigen von Implementierungs- und Installationsschwierigkeiten an anderen Anlagen bedeuten, daß dieses Programm zunächst keine praktische Verwendung bei einer anderen Organisation finden kann.

Entwickelt und programmiert sind alle bisher hier aufgeführten Programme für Mittelcomputer, wobei die CDC 3100 und Elliott 503 die unterste Grenze zu sein scheinen. Die Entwicklung am Computermarkt ließ schon während der letzten Jahre die Tendenz zu größeren und schnelleren Rechnern erwarten. Beim CGS trat zum Beispiel der Fall ein, daß zu einem Zeitpunkt, als ein für die kleine IBM-Anlage maßgeschneidertes Programm nach jahrelanger Entwicklung fertig war, eine CDC 6600 zur Verfügung stand.

#### b) Näherungswerte und Bedienungskomfort

Aus den linearisierten Beobachtungsgleichungen (8a) wird deutlich, daß wir für die Bündelblockausgleichung Näherungswerte benötigen. Dieses Problem mußte bei allen hier besprochenen Programmen mit manuellen Eingaben gelöst werden. Meist hat man aus Übersichtskarten die Koordinaten der Projektionszentren graphisch entnommen. Dem sicheren Aufdecken und Vorwegeliminieren grober Fehler kommt große Bedeutung nicht zuletzt wegen der nachfolgenden kostspieligen Bündelblockausgleichung zu (vgl. 3.3.3). Während bei M. Keller zwischen Fehlern, die in der Photogrammetrie (fehlerhafte Bildkoordinatenmessung) und Geodäsie (falsche terrestrische Koordinaten) liegen, unterschieden werden kann, wird D. Brown wegen der vorangehenden Teilblockausgleichung in seinem Programm vermutlich zusätzlich auch Fehler zwischen benachbarten Streifen aufdecken.



Bisher fast selbstverständlich in Kauf genommen wurde eine weitere Beschränkung: Streifenform ist Voraussetzung (vgl. dagegen 2.4). Darauf baut sich bei [56] die Erzeugung der Näherungswerte mit Polynomausgleichung, die sich zur Fehlerfindung als nicht optimal geeignet erweist, auf und bei 2.3 die Teilblockausgleichung und die vorangehende Näherungswertfindung sowie weil zu spezialisiert die Sortierung und Organisation der Daten für die

#### c) Normalgleichungen

Wie wir in Kapitel 1.3 gesehen haben, hängen die maximale Größe noch rechenbarer Blöcke sowie die Paßpunktanzahl und deren Verteilung sehr eng mit den Normalgleichungen, deren Aufbau und Kondition zusammen. Die Leistungsfähigkeit der Software und die vorhandenen Computer begrenzen die verbreitete Anwendung der Bündelausgleichung so lange, wie ineffektive Verfahren zur Lösung der Normalgleichungen verwendet werden. Denn diese macht den größten Anteil an der Gesamtrechenzeit aus. Auf deren Optimierung kommt es entscheidend an.

Wenngleich M. Keller auf reduzierte Normalgleichungen verzichtet, hat sich doch das direkte Aufstellen von diesen teilreduzierten Normalgleichungen und deren direkte Lösung weitgehend durchgesetzt. Eine Reduktion der Normalgleichungen auf die Koordinatenunbekannten (zum Beispiel in 2.2) ist ab durchschnittlich 7 Punkte pro Bild (siehe Schenk [56], Seite 60/61) wegen der Rechenzeiten für die Gleichungslösung abzulehnen. In Zukunft wird man daher wie bei Brown und Müller die Normalgleichungen auf die unbekanntes Orientierungsparameter reduzieren. Die Rechenzeit ist dann unabhängig von der Anzahl der Punkte im Block und nur mehr abhängig von der Anzahl der Bilder.

#### d) Mathematischer Ansatz

Der mathematische Ansatz wie er auch von Schenk in [56] verwendet wurde, erweist sich als nicht sehr zweckmäßig, da eine höhere oder geringere Bewertung der Beobachtungen von Paßpunkten im Bild nur dann gerechtfertigt sein kann, wenn die Paßpunkte besser oder schlechter einstellbar und meßbar wären als die übrigen Bildpunkte. Eine Behandlung der terrestrischen Koordinaten als Beobachtungen und somit als stochastische Größen im Sinne der Ausgleichsrechnung stellt ein besseres Modell dar, mit dem sich fehlerhafte terrestrische Paßpunkte leicht an ihren terrestrischen Verbesserungen erkennen lassen.

#### e) Rechenzeiten und Programmieraufwand

Die Rechenzeiten sollen in einer vernünftigen Relation zum erwarteten Genauigkeitsgewinn und der Rationalisierung der Produktion stehen. Was aber ist an Rechenzeit und somit an Rechenkosten überhaupt tragbar? Geht man davon aus, daß mehr als 10 Stunden, unabhängig von der Größenordnung eines Rechners, praktisch nie dem Benutzer zur Verfügung stehen (Computerwartung, etc.), und Blöcke bis 4000 Modelle sowie Multiplikationszeiten von 0.1 - 1  $\mu$ sec. wünschenswert sind, so ergibt sich daraus, daß pro Bild maximal 10 Sekunden Rechenzeit vertretbar sind. Mit anderen Worten 10 - 15 DM reine Rechenkosten pro Bild und Durchrechnung übersteigen nicht einen vernünftigen Anteil an den gesamten Triangulationskosten (Vorbereitung, Punktmarkierung, Messung etc.). Die Beschränkungen bezüg-

lich Größe des Blocks (600 Bilder sind das Maximum des bisher Rechenbaren gewesen), der Paßpunktanordnung, Überdeckungsverhältnisse und Kammertyp stehen in engem Zusammenhang mit dem Programmieraufwand eines umfassenden Systems. So wurden allein für das Gleichungslösungsprogramm HYCHOL (PAT-M und PAT-B) ca. 2000 Mannstunden aufgewendet. Die Vergleichszahlen für das gesamte Programmpaket PAT-M (Modellausgleichungsprogramm,  $\sqrt[5]{7}$ ) liegen mit 8000 Stunden noch weit höher.

### 3. BÜNDELAUSGLEICHUNGSPROGRAMM PAT-B

#### 3.1 Entwicklungskonzept

Das Konzept muß die Programmierung der Endstufe der Aerotriangulation als ein geschlossenes, optimiertes System umfassen.

Konkret bedeutet das unter Bezugnahme auf Kapitel 2.:

- Automatische Numerierung im Zusammenhang damit eine optimierte Bandbreite und optimale Rechenzeiten sind Voraussetzung für relativ unbegrenzte Systeme mit vielleicht 4000 Bildern und mehr;
- es muß möglich sein, beliebige Überdeckungsverhältnisse und Kammertypen sowie alle Arten von Hilfsdaten zu integrieren;
- die Kompatibilität des Programms mit anderen Computertypen muß eine leichte Übertragbarkeit an andere Rechner ebenso einschließen wie eine einfachste Bedienung des Programms selbst;
- nicht nur minimale Rechenkosten sind wirtschaftlich von Interesse, sondern auch die Verkürzung von Bearbeitungszeit;
- der mathematische Ansatz, die Art der integrierten Vorprogramme sowie der Output selbst muß dem Bearbeiter jede zweckmäßige Information zur Deutung der Ergebnisse liefern;
- grobe Fehler sollten automatisch aufgedeckt und automatisch eliminiert werden (Kapitel 3.3.3);
- Einflüsse systematischer Fehler sollten aufgezeigt und in der Ausgleichung berücksichtigt werden können (siehe auch Kapitel 4.2.3 und 51).

Aufbauend auf den Erfahrungen mit anderen Bündelprogrammen (siehe Kapitel 2) und auf bereits am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart vorhandenen Erfahrungen und Programmen (HYCHOL, PAT-M, siehe auch 5, 6, 7, 39) wurde vom Verfasser in den Jahren 1971/72 ein derartiges Bündelprogramm erstellt. Außerdem ist die Verwendung von Hilfsdaten und die Berücksichtigung systematischer Fehlereinflüsse durch zusätzliche Parameter darin vorgesehen und wird zu einem späteren Zeitpunkt verwirklicht.

Im folgenden werden ausgehend vom mathematischen Ansatz die speziellen Eigenschaften des Programms sowie die Lösung verschiedener mathematischer und programmtechnischer Probleme beschrieben. Praktische Erfahrungen mit Konvergenz und Rechenzeiten, Genauigkeitsaussagen über das Versuchsfeld Oberschwaben sowie die Interpretation der Ergebnisse sind Gegenstand des 4. Kapitels. Abschließend erfolgt eine Modellüberprüfung und ein Ausblick auf die zukünftigen Entwicklungen.

#### 3.2 Mathematisches Modell

##### - Funktionales Modell

Das funktionale Modell beschreibt im Falle der Bündelausgleichung den Vorgang wie aus den Bildkoordinaten ausgeglichene Neupunktkoordinaten im Landessystem resultieren.

Um die geometrischen Eigenschaften eines Luftbildes bei der optischen Abbildung beschreiben zu können, legt man dem funktionalen Modell die Gesetze der Zentralperspektive zu Grunde.

Die Bildpunkte in der Bildebene und das durch die innere Orientierung bezüglich des Luftbildes festgelegte Projektionszentrum spannen ein Geraden-Strahlenbündel auf. Die Strahlenbündel werden in der Blockausgleichung sodann so orientiert, daß alle zu einem Geländepunkt gehörenden Strahlen durch einen Punkt gehen.

Abweichungen von dieser idealisierten Vorstellung der Zentralperspektive zum Beispiel Filmschrumpf, Verzeichnung oder Refraktion erfordern die Wahl einer Reduktion. Es werden soweit bekannt, diese Abweichungen systematischen Charakters auf das Modell korrigiert; man spricht dabei von der Korrektur systematischer Bildfehler.

#### - Stochastisches Modell

Den geometrischen Modellvorstellungen sind die stochastischen Eigenschaften zugeordnet. Grundsätzlich wird man jeder (beobachteten) Größe Fehlereigenschaften zuordnen; einige Elemente des funktionalen Modells wird man jedoch zweckmäßigerweise als Konstante wählen.

In unserem Fall wurde zunächst wie bisher üblich vorausgesetzt, daß die innere Orientierung hinreichend genau bekannt sei und als gegeben angenommen werden kann. Erst in Kapitel 5 werden unter bestimmten Annahmen den Elementen der inneren Orientierung auch stochastische Eigenschaften zugeordnet.

Die Bildkoordinaten nach Transformation und Reduktion und die terrestrischen Paßpunkte als Resultat terrestrischer Beobachtungen werden als stochastische Größen aufgefaßt (siehe Jordan/Eggert [30], Kapitel III). Die Bildkoordinaten betrachten wir als gleichgenau und unkorreliert. Alle trotz Korrektur verbleibenden nicht erfaßbaren Restabweichungen betrachtet man als zufällige Fehler. Die nur bedingt erfaßbaren Korrelationen zwischen den Bildkoordinaten sind manchmal nicht unerheblich, zur Berücksichtigung dieser Korrelationen ist das im Folgenden ausgeführte mathematische Modell geeignet. Wir sind aber heute noch davon entfernt, einen auf gezielten praktischen Versuchen aufgebauten Ansatz plausibel und zielführend berücksichtigen zu können.

Die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten im fehlertheoretischen Ersatzmodell, welches sich vorläufig als ausreichend und zweckmäßig erweist, resultieren also einerseits aus den Einstell-, Beobachtungs- und Gerätefehlern und andererseits aus Restfehlern der Verzeichnung, Refraktion, Filmschrumpf, vernachlässigten Korrelationen und Fehlern der inneren Orientierung. Danach besteht die Aufgabe der Bündelausgleichung darin, auf Grund der projektiven Beziehungen, wonach Objektpunkt, Bildpunkt und Projektionszentrum auf einer Geraden liegen, die einzelnen Bildbündel so zueinander und im Bezug auf die terrestrischen Paßpunkte zu orientieren, daß die Quadratsumme der Restfehler

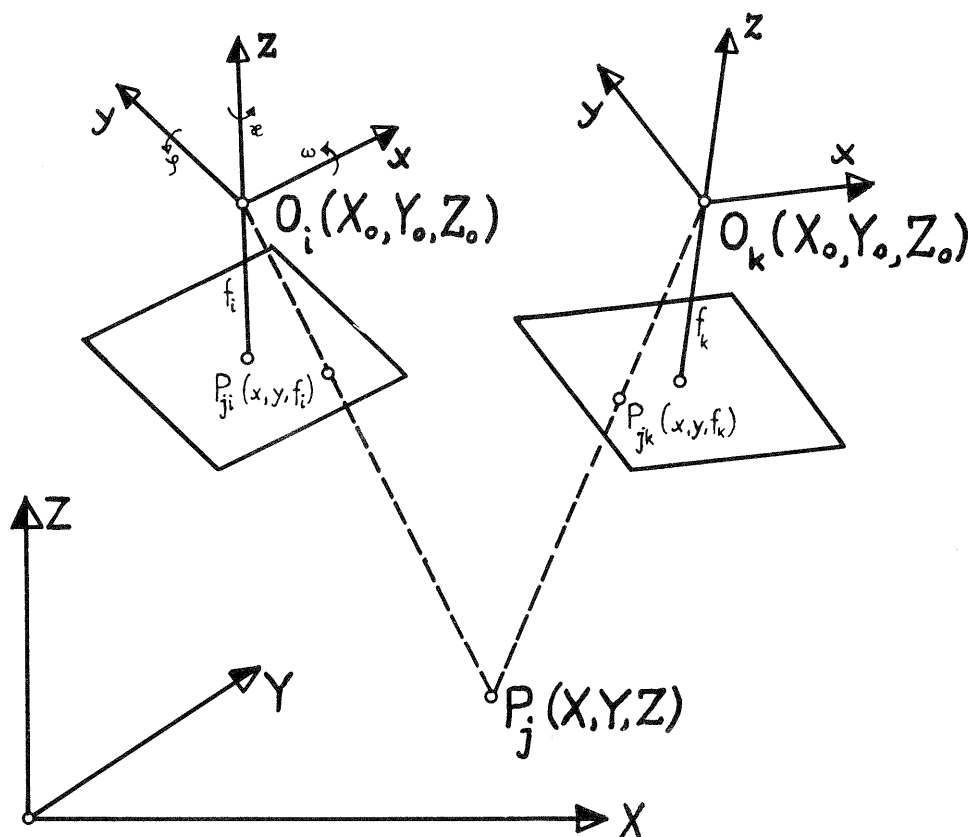
an den Bildkoordinaten ein Maximum wird.

- Ableitung der Fehlergleichungen

Nach den vereinbarten Annahmen über das mathematische Modell werden im Folgenden die Grundgleichungen als Ergebnis der in der Literatur wiederholt abgeleiteten Formeln zusammengestellt (zum Beispiel H.H. Schmid [59], 1958). Zur Definition des Koordinatensystems und zur Veranschaulichung der geometrischen Beziehungen zwischen den Bildkoordinaten und den Geländekoordinaten soll Figur 2 dienen. Daraus ergeben sich unter Berücksichtigung der Gesetze der Zentralprojektion und der Kollinearitätsbedingung die Gleichungen (4a).

$$\frac{(X_j - X_{oi})}{(Z_j - Z_{oi})} = \frac{(x-x_o)_{ij} a_{11} + (y-y_o)_{ij} a_{12} + z_{ij} a_{13}}{(x-x_o)_{ij} a_{31} + (y-y_o)_{ij} a_{32} + z_{ij} a_{33}} \quad (4a)$$

$$\frac{(Y_j - Y_{oi})}{(Z_j - Z_{oi})} = \frac{(x-x_o)_{ij} a_{21} + (y-y_o)_{ij} a_{22} + z_{ij} a_{23}}{(x-x_o)_{ij} a_{31} + (y-y_o)_{ij} a_{32} + z_{ij} a_{33}}$$



Figur 2:

Projektionsbeziehungen zwischen Geländekoordinaten  $(X_j, Y_j, Z_j)$  des Geländepunktes  $P_j$  und den Bildkoordinaten  $(x_i, y_i, -f_i)$  bzw.  $(x_k, y_k, -f_k)$  der Bildpunkte  $P_{ji}$  und  $P_{jk}$ .

wobei für jedes Bild (i):

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \cos\varphi \cos\alpha \\
 a_{12} &= -\cos\varphi \sin\alpha \\
 a_{13} &= +\sin\varphi \\
 \\
 a_{21} &= \sin\omega \sin\varphi \cos\alpha + \cos\omega \sin\alpha \\
 a_{22} &= -\sin\omega \sin\varphi \sin\alpha + \cos\omega \cos\alpha \\
 a_{23} &= -\sin\omega \cos\varphi \\
 \\
 a_{31} &= -\cos\omega \sin\varphi \cos\alpha + \sin\omega \sin\alpha \\
 a_{32} &= \cos\omega \sin\varphi \sin\alpha + \sin\omega \cos\alpha \\
 a_{33} &= +\cos\omega \cos\varphi
 \end{aligned} \tag{4b}$$

$\omega$  = Primärdrehung )  
 $\varphi$  = Sekundärdrehung ) der Aufnahme bzw. des  
 $\alpha$  = Tertiärdrehung )  $xyz_i$ -Systems gegenüber  
dem XYZ-System

Die Umkehrung der Gleichungen (4a) liefert zu jedem Bildpunkt  $P_{ij}$  zwei Gleichungen (4c). Darin sind die Bildkoordinaten ( $x_i, y_i$ ) ausgedrückt als Funktion der 3 Drehungen ( $\omega, \varphi, \alpha$ )<sub>i</sub>, der 3 Koordinaten des Projektionszentrums ( $X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi}$ ) und der 3 Geländekoordinaten des Punktes  $P_j$  ( $X_j, Y_j, Z_j$ ). Die Inversion der a-Matrix (4b) liefert die Matrix  $R_i$  in (5c) mit den entsprechenden Elementen  $\bar{a}$ .

$$\begin{aligned}
 \frac{x_{ij}}{z_{ij}} &= \frac{(X_j - X_{oi}) \bar{a}_{11} + (Y_j - Y_{oi}) \bar{a}_{12} + (Z_j - Z_{oi}) \bar{a}_{13}}{(X_j - X_{oi}) \bar{a}_{31} + (Y_j - Y_{oi}) \bar{a}_{32} + (Z_j - Z_{oi}) \bar{a}_{33}} \\
 \\
 \frac{y_{ij}}{z_{ij}} &= \frac{(X_j - X_{oi}) \bar{a}_{21} + (Y_j - Y_{oi}) \bar{a}_{22} + (Z_j - Z_{oi}) \bar{a}_{23}}{(X_j - X_{oi}) \bar{a}_{31} + (Y_j - Y_{oi}) \bar{a}_{32} + (Z_j - Z_{oi}) \bar{a}_{33}}
 \end{aligned} \tag{4c}$$

$x_{ij}$  und  $y_{ij}$  in (4c) stehen fortan für  $(x-x_o)_{ij}$  bzw.  $(y-y_o)_{ij}$ .

Gemäß dem vorhin gewählten mathematischen Modell fassen wir diese Bildkoordinaten  $x_{ij}, y_{ij}$  als stochastische Größen auf, welchen in der Ausgleichung Verbesserungen zugeordnet werden. Die Gleichungen (5a) stellen dann in allgemeiner Form die Verbesserungsgleichungen dar.

$$\begin{aligned}
 x + v_x &= F_1 (X, Y, Z, X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \alpha, x_o, y_o, f) \\
 y + v_y &= F_2 (X, Y, Z, X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \alpha, x_o, y_o, f)
 \end{aligned} \tag{5a}$$

In (5a) sind alle Werte innerhalb der Klammer auf der rechten Seite Unbekannte. Explizit angeschrieben, lauten die nicht linearen Beobachtungsgleichungen

nach (4c) und (5a):

$$\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \end{vmatrix}_{i,j} = f_i \cdot \begin{vmatrix} \bar{X}/\bar{Z} \\ \bar{Y}/\bar{Z} \end{vmatrix}_{i,j} - \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}_{i,j} \quad (5b)$$

wobei

$$\begin{vmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{vmatrix}_{i,j} = R_i \cdot \begin{vmatrix} X_j - X_{O_i} \\ Y_j - Y_{O_i} \\ Z_j - Z_{O_i} \end{vmatrix} \quad (5c)$$

Es bedeuten:

$\begin{vmatrix} x, y \end{vmatrix}_{ij}^t$  Bildkoordinatenvektor des Bildpunktes j im Bild i bezogen auf den Hauptpunkt

$\begin{vmatrix} v_x, v_y \end{vmatrix}_{ij}^t$  Vektor der Verbesserungen der Bildkoordinaten (im Bild i)

$|f_i|$  Kammerkonstante für das Bildbündel i

$\begin{vmatrix} X_j, Y_j, Z_j \end{vmatrix}^t$  Vektor der Geländekoordinaten des Punktes j

$\begin{vmatrix} X_{O_i}, Y_{O_i}, Z_{O_i} \end{vmatrix}^t$  Vektor der Geländekoordinaten des Projektionszentrums des Bildbündels i

$R_i$  orthogonale (Dreh-)Matrix für das Bildbündel i mit den Elementen  $\bar{a}$  (Rodrigues-Matrix)

$\begin{vmatrix} \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z} \end{vmatrix}_{ij}^t$  Ins Landeskoordinatensystem um  $O_i$  gedrehter Strahl  $\underline{O_i P_j}$

Statt der Drehmatrix  $R_i$  in trigonometrischer Form (4b) wurde die in der Literatur unter dem Namen Rodrigues-Matrix bekannt gewordene Darstellung gewählt. Sie ist für die elektronische Berechnung vorteilhafter, da sie nicht nur weniger Multiplikationen sondern auch keine trigonometrischen Funktionen enthält. Für kleine Drehungen entsprechen die Parameter a, b, c den Drehwinkeln  $\omega, \varphi, \varepsilon$ .

$$R_i = \frac{1}{k_i} \begin{vmatrix} 1+(a^2-b^2-c^2)/4 & -c+ab/2 & b+ac/2 \\ c+ab/2 & 1+(-a^2+b^2-c^2)/4 & -a+bc/2 \\ -b+ac/2 & a+bc/2 & 1+(-a^2-b^2+c^2)/4 \end{vmatrix}_i \quad (6)$$

$$k_i = 1 + (a_i^2 + b_i^2 + c_i^2)/4$$

Die Fehlergleichungen (5b) sind nicht linear und können durch die bekannte Taylor-Entwicklung als Polynom approximiert werden. Unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung erhält man die sogenannten linearisierten Fehler-

gleichungen (7a), (7b).

$$\begin{aligned} |X_{ij} + v_x| = & \left| X_{ij}^o + \frac{\delta F}{\delta X_j} dX_j + \frac{\delta F}{\delta Y_j} dY_j + \frac{\delta F}{\delta Z_j} dZ_j + \frac{\delta F}{\delta X_{oi}} dX_{oi} + \right. \\ & + \frac{\delta F}{\delta Y_{oi}} dY_{oi} + \frac{\delta F}{\delta Z_{oi}} dZ_{oi} + \frac{\delta F}{\delta \omega_i} d\omega_i + \frac{\delta F}{\delta \varphi_i} d\varphi_i + \\ & \left. + \frac{\delta F}{\delta x_i} dx_i \right| \end{aligned} \quad (7a)$$

oder

$$\begin{aligned} v_{i,j} &= K_{i,j} \cdot dk_j + L_{i,j} \cdot dt_i - f_{i,j} \\ v_{o,j} &= dk_j - f_{o,j} \quad \Big| \cdot P_j \end{aligned} \quad (7b)$$

Neu hinzugetreten sind hier die zusätzlichen Fehlergleichungen für die jeweils drei Koordinaten der terrestrischen Paßpunkte, die im Sinne der Ausgleichsrechnung Verbesserungen erhalten (vergleiche zum Beispiel Figur 4), wobei

- $v_{i,j}$  (2x1) Vektor der Verbesserungen
- $K_{i,j}$  Koeffizientenmatrix (8) der partiell Abgeleiteten der drei unbekanntem Geländekoordinatenzuschläge ( $dk_j$ )
- $dk_j$  erste Differenzen nach Taylor für die Geländekoordinaten
- $L_{i,j}$  Koeffizientenmatrix (8) der partiellen Ableitungen der sechs Unbekanntenkorrekturen der äußeren Orientierung ( $dt_i$ )
- $dt_i$  erste Differenzen nach Taylor für die Orientierungsunbekanntem
- $f_{i,j}$  Konstantenvektor der Bildkoordinaten
- $f_{o,j}$  Konstantenvektor der Geländekoordinaten
- $P_j$  individuell von Paßpunkt zu Paßpunkt verschiedene volle Gewichtsmatrix

Ohne die Ableitung der Koeffizienten (7b) im Detail zu geben, seien die einzelnen Elemente zusammengestellt.

$$L_{i,j} = \frac{k_i \cdot f_i}{2 \bar{Z}_{i,j}} \cdot \bar{L}_{i,j}^{(m,n)} \quad \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq n \leq 6 \end{cases} \quad (8a)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}^{(1,1)} &= a \cdot (X_j - X_{oi}) + b(Y_j - Y_{oi}) + c(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \cdot \left[ c(X_j - X_{oi}) + 2(Y_j - Y_{oi}) - a(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}(1,2) = & - b(X_j - X_{oi}) + a(Y_j - Y_{oi}) + 2(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \left[ - 2(X_j - X_{oi}) + c(Y_j - Y_{oi}) - b(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}(1,3) = & - c(X_j - X_{oi}) - 2(Y_j - Y_{oi}) + a(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \left[ a(X_j - X_{oi}) + b(Y_j - Y_{oi}) + c(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$

$$\bar{L}_{i,j}(1,4) = - 2(1 + (a^2 - b^2 - c^2)/4) + \frac{\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} (- 2b + ac)$$

$$\bar{L}_{i,j}(1,5) = - (-2c + ab) + \frac{\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \cdot (2a + bc)$$

$$\bar{L}_{i,j}(1,6) = - (2b + ac) + \frac{2\bar{X}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \cdot (1 + (-a^2 - b^2 + c^2)/4) \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}(2,1) = & b(X_j - X_{oi}) - a(Y_j - Y_{oi}) - 2(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \cdot \left[ c(X_j - X_{oi}) + 2(Y_j - Y_{oi}) - a(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}(2,2) = & a(X_j - X_{oi}) + b(Y_j - Y_{oi}) + c(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \left[ -2(X_j - X_{oi}) + c(Y_j - Y_{oi}) - b(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_{i,j}(2,3) = & 2(X_j - X_{oi}) - c(Y_j - Y_{oi}) + b(Z_j - Z_{oi}) - \\ & - \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} \left[ a(X_j - X_{oi}) + b(Y_j - Y_{oi}) + c(Z_j - Z_{oi}) \right] \end{aligned}$$

$$\bar{L}_{i,j}(2,4) = - (2c + ab) + \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} (-2b + ac)$$

$$\bar{L}_{i,j}(2,5) = - 2(1 + (-a^2 + b^2 - c^2)/4) + \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} (2a + bc)$$

$$\bar{L}_{i,j}(2,6) = - (-2a + bc) + 2 \cdot \frac{\bar{Y}_{i,j}}{\bar{Z}_{i,j}} (1 + (-a^2 - b^2 + c^2)/4)$$

Die Elemente  $a, b, c$  wurden in obigen Gleichungen (8b) vereinfacht ohne den Indizes  $i$  angeschrieben.

Die Koeffizienten der drei unbekanntem Geländekoordinaten und die Koeffizienten der drei unbekanntem Projektionszentrenkoordinaten müssen, wie auch leicht aus den Gleichungen (4c) und (5c) ersichtlich ist, umgekehrt gleich sein. Es folgt für

$$K_{i,j} = - \frac{k_i \cdot f_i}{2 \bar{z}_{i,j}} \cdot \bar{L}_{i,j} \quad (m, \bar{n}) \quad \left\{ 4 \leq \bar{n} \leq 6 \right\} \quad (8c)$$

$$f_{i,j}(1,1) = f_i \frac{\bar{x}_{i,j}}{\bar{z}_{i,j}} - x_{i,j} \quad (8d)$$

$$f_{i,j}(2,1) = f_i \frac{\bar{y}_{i,j}}{\bar{z}_{i,j}} - y_{i,j}$$

$$f_{o,j} = \begin{vmatrix} X_j - X_{\text{gemessen}} \\ Y_j - Y_{\text{gemessen}} \\ Z_j - Z_{\text{gemessen}} \end{vmatrix} \quad (8e)$$

Die Elemente  $a_i, b_i, c_i, X_j, Y_j, Z_j, X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi}$  in (8) verstehen sich als jene Werte von welchen aus linearisiert wurde. Sie sind also jeweils als Näherungen aufgefaßt.

- Struktur der Normalgleichungen

Es folgt ALLGEMEIN aus der Fehlergleichungsmatrix  $A$  unter der Voraussetzung der Einheitsmatrix die Normalgleichungsmatrix  $N$  über die Beziehung

$$N = A^T A \quad (9)$$

Wir haben es hier mit dem sogenannten Standardproblem 2 (nach Tienstra), Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen  $\overline{[25]}$  zu tun:

Unter Berücksichtigung, daß die Fehlergleichungsmatrix  $A$  aus 2 Gruppen von Gleichungen besteht (unbekannte Geländekoordinaten (dk) und unbekanntem Orientierungselemente (dt) ), ergibt sich die Normalgleichungsmatrix  $N$

$$N = \begin{vmatrix} N_{11} & | & N_{12} \\ \hline N_{12}^T & | & N_{22} \end{vmatrix} \quad (10)$$

oder im Sinne der Ausgleichsrechnung

$$\begin{aligned} N_{11} \cdot dk + N_{12} \cdot dt &= h_1 \\ N_{12}^T \cdot dk + N_{22} \cdot dt &= h_2 \end{aligned} \quad (11)$$

woraus sich zum Beispiel bei Elimination der unbekanntenen Geländekoordinaten (dk) ein teilreduziertes Gleichungssystem ergibt:

$$(N_{22} \quad -N_{12}^T \quad N_{11}^{-1} \quad N_{12}) \, dt = h_2 - N_{12}^T \quad N_{11}^{-1} \quad h_1 \quad (12)$$

An einem PRAKTISCHEN Block (vgl. Figur 3) gebildet aus 10 Bildern (er wurde unter anderem als Testblock für die Überprüfung der Richtigkeit des Programms PAT-B verwendet), soll der Weg vom System der Fehlergleichungen über die Normalgleichungen zu den auf die unbekanntenen Parameter der äußeren Orientierung reduzierten Normalgleichungen veranschaulicht werden.

Bei dem Testblock wurden die verschiedensten Vielfachheiten der Punkte sowie u. a. für jedes Bild eine andere Kammerkonstante und stark unterschiedliche Flughöhen (max. 75 %) gewählt. Die Ergebnisse der Ausgleichung werden in Kapitel 4 näher erläutert.

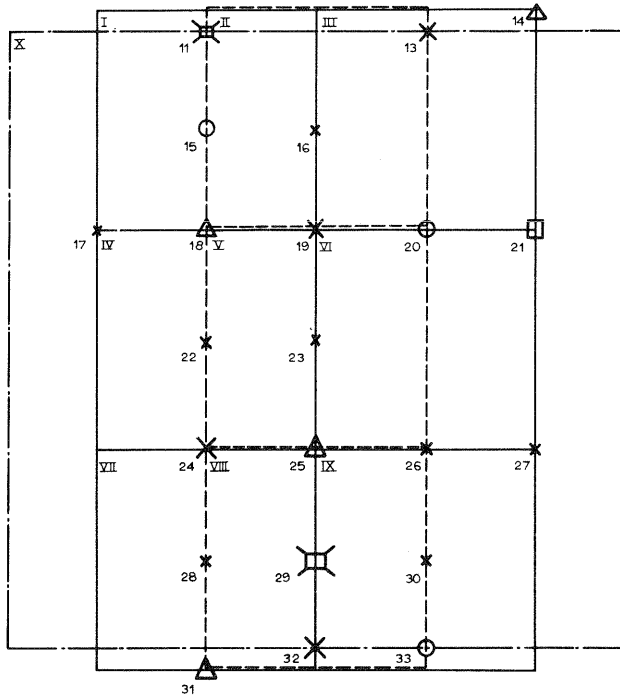
Die Struktur der Normalgleichungsmatrix (Figur 5) ergibt sich aus den Bildern mit gemeinsamen Punkten, also aus den Verknüpfungen im Block. Daher besteht in Figur 5 die  $N_{11}$ -Matrix aus symmetrischen 3x3 Submatrizen auf der Hauptdiagonalen (für jeden Punkt), die  $N_{12}$ -Matrix aus 2x6 Submatrizen (für jeden Punkt in jedem Bild) und die  $N_{22}$ -Matrix aus symmetrischen 6x6 Submatrizen auf der Hauptdiagonalen (für jedes Bild).

Man erkennt in Figur 5, daß die gesamte Normalgleichungsmatrix größtenteils aus Nullelementen besteht. Es wäre in der Praxis nicht nur nicht sinnvoll, sondern meist auch unmöglich, diese Normalgleichungen in einem Computer in der vollen Größe abzuspeichern und zu lösen. Es erweist sich daher als zweckmäßig, dieses Gleichungssystem auf eine Gruppe von Unbekannten zu reduzieren. Die Größe des teilreduzierten Normalgleichungssystems wird dann unabhängig von der Anzahl der Punkte im Block, wenn die unbekanntenen Geländekoordinaten eliminiert werden. Dieses auf die unbekanntenen Transformationsparameter teilreduzierte System (Figur 6) (12a) wird direkt aufgebaut und gelöst (vgl. Schenk [56] 1972, Seite 61).

$$\begin{aligned} & \left( \sum_j W_{ij}^T \quad W_{ij} \quad - \sum_j W_{ij}^T \quad K_{ij} \quad \left( P_j + \sum_i K_{ij}^T \quad K_{ij} \right)^{-1} \quad K_{ij}^T \quad W_{ij} \right) dt_i = \\ & = \sum_j W_{ij}^T \quad f_{ij} \quad - \sum_j W_{ij}^T \quad K_{ij} \quad \left( P_j + \sum_i K_{ij}^T \quad K_{ij} \right)^{-1} \quad \left( \sum_i K_{ij}^T \quad f_{ij} \quad + P_j f_{oj} \right) \end{aligned} \quad (12a)$$

Die Lösung liefert die Zuschläge zu den (Näherungs-) Orientierungsparametern ( $a_i, b_i, c_i, X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi}$ ; zusammengefaßt als  $dt_i$ ).

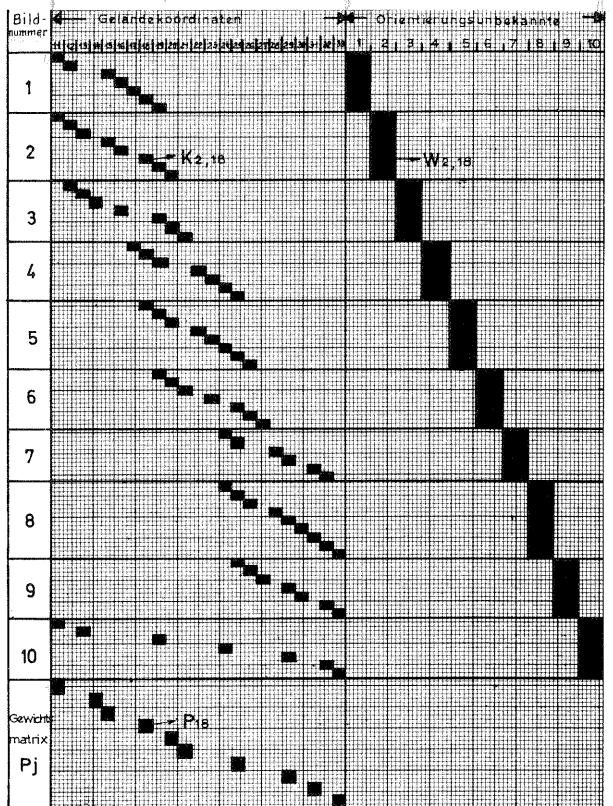
Figur 3: Übersicht über Testblock (10 Bilder)



- x ..... Verknüpfungspunkt
- Δ ..... Vollpaßpunkt (Lage + Höhe)
- o ..... Höhenpaßpunkt
- ..... Lagepaßpunkt
- X ..... Verknüpfungspunkt, der auch im Bild X vorkommt

z.B.:  
 □ ..... Lagepaßpunkt, der auch im Bild X vorkommt

(Anmerkung: Die Bildnummern sind mit römischen, die Punktnummern mit arabischen Ziffern gekennzeichnet.)

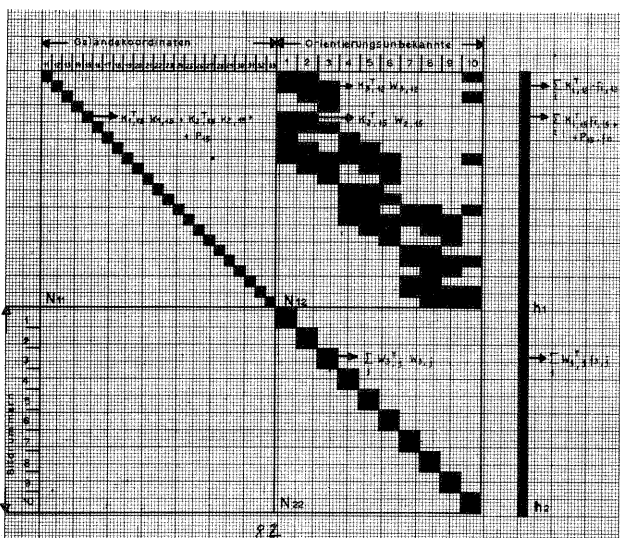


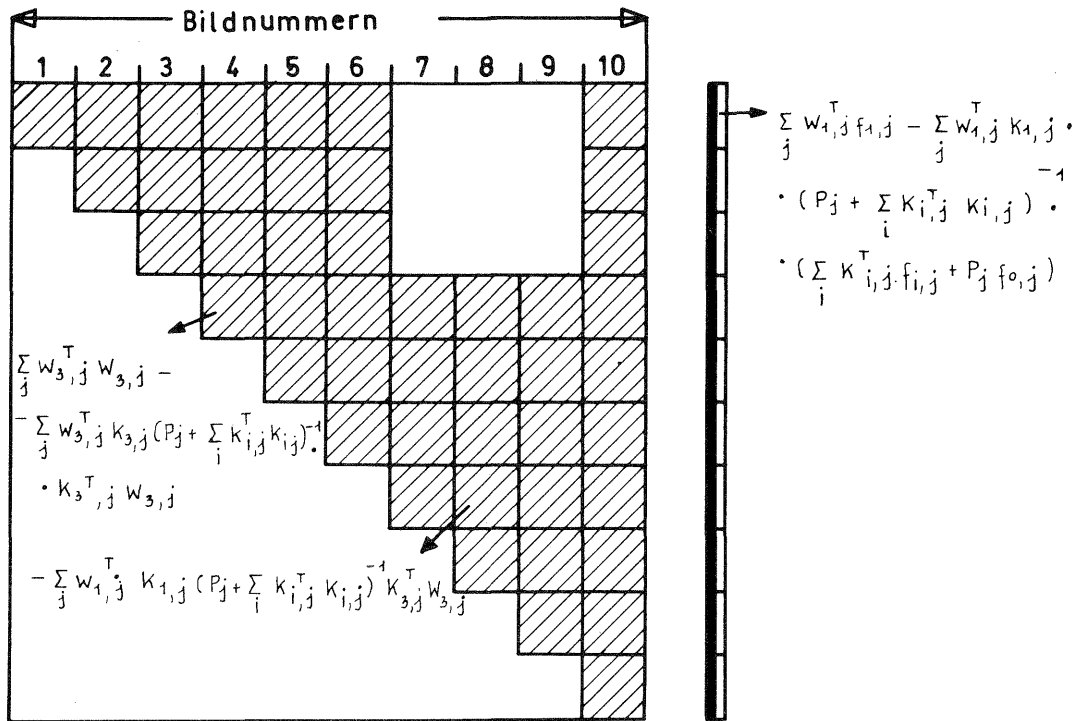
Figur 5: Struktur der Normalgleichungsmatrix (N)

Einige ausgleichstechnische Daten für den 10-Bilder-Testblock:

- 73 Punktmessungen (im Bild) ( $x_2 = 146$ )
- 10 Paßpunkte (im Gelände) ( $= 21$ )
- Anzahl der Fehlergleichungen (a) = 167
- 23 unbekannte Geländepunkte (einschließlich Paßpunkte) ( $x_3 = 69$ )
- 10 Bilder à 6 Orientierungsparameter ( $x_6 = 60$ )
- Unbekannte (b) = 129
- Redundanz: (a) - (b) = 38

Figur 4: Struktur der Fehlergleichungsmatrix (A)





Figur 6:

Struktur der teilreduzierten Normalgleichungsmatrix und der rechten Seiten (vergleiche dazu Gleichung (12)).

Aus den Normalgleichungen ergibt sich nach den Bezeichnungen der Formeln (7b) und nach Figur 5

$$\begin{aligned} & (\sum_i K_{ij}^T K_{ij} + P_j) dk_j + \sum_i K_{ij}^T W_{ij} dt_i = \\ & = \sum_i K_{ij}^T f_{ij} + P_j f_{0j} \end{aligned} \tag{13}$$

Aus der Umformung von Gleichung (13) und nach (11) und (12) folgt

$$(\sum_i K_{ij}^T K_{ij} + P_j) dk_j = \sum_i K_{ij}^T (f_{ij} - W_{ij} dt_i) + P_j f_{0j} \tag{14}$$

Die Koeffizienten-Matrix von  $dk_j$  in (14) ist jeweils eine 3x3 Matrix.

Gleichung (14) stellt ein zerfallendes System dar, woraus in trivialer Weise über Gleichung (15)

$$dk_j = (\sum_i K_{ij}^T K_{ij} + P_j)^{-1} (\sum_i K_{ij}^T (f_{ij} - W_{ij} dt_i) + P_j f_{0j}) \tag{15}$$

die unbekanntten Zuschläge zu den (Näherungs-)Geländekoordinaten  $X_j, Y_j, Z_j$  zusammengefaßt als  $dk$ ) durch Rücksubstitution errechnet werden.

Praktisch werden nach Berechnung der  $dt_i$  nach jeder Iteration die Korrekturen der Aufnahmestandpunkte und der Drehungen zu den Werten addiert, von welchen aus linearisiert wurde. Mit diesen Transformationsparametern werden die Bilder streng gedreht und neue Geländekoordinaten errechnet. Dabei sind die einzelnen Koeffizienten in Gleichung (15) natürlich mit den "alten" Koeffizienten aufgestellt. Erst nach Auflösung von (15) werden über die neuen Geländekoordinaten und Orientierungsparameter die neuen ausgeglichenen Bildkoordinaten gerechnet. Entsprechend dem Newton-Verfahren (Jordan [30] 1972, Band IIIa/3, § 132.2 und § 132.4) wird sodann an der Stelle der neuen Werte wiederum linearisiert und werden neue reduzierte Normalgleichungen aufgestellt und gelöst. Dieser Ausgleichungsprozeß setzt sich dann bei Konvergenz solange fort, bis die Zuschläge zu den Geländekoordinaten eine gewisse Schranke unterschreiten.

Im speziellen sei im Zusammenhang mit den Ausführungen über pit-falls [53] darauf hingewiesen, daß in unserem Fall die Relinearisierung theoretisch korrekt angesetzt und durchgeführt wird und nichts im Sinne von Pope ([53] 1972, Seite 449 f.) vernachlässigt wird.

### 3.3 Programmtechnische Durchführung

Die Postulierung und Begründung von Grundsätzen für die programmtechnische Konzeption eines Bündelausgleichungsprogramms wurde in den Kapiteln 1, 2 und 3.1, die theoretischen Grundlagen im vorangegangenen Abschnitt aufgezeigt. Nun soll die Verwirklichung dieser Vorstellungen erläutert werden und anhand der Probleme, die die Näherungswerte, die Sortierung und die Normalgleichungen aufwerfen, der Lösungsweg, wie er in PAT-B beschrieben wurde, skizziert werden.

Um nochmals die großen Datenmengen bei üblichen Blockausgleichungen zu verdeutlichen, rekapitulieren wir kurz einige Zahlen aus Kapitel 1. Bei einem in der Praxis durchaus möglichen Block mit 1000 Bildern sind ca. 1,2 Milliarden Multiplikationen und 7000 Plattentransporte pro Gleichungslösung auszuführen (siehe Ebner [18], 1971 und Kapitel 1.3.3, Seite 16/17). In diesem Fall würde die Bandbreite der teilreduzierten Normalgleichungsmatrix etwa 360 betragen, die Anzahl der Unbekannten liegt in der Größenordnung von 24000.

#### 3.3.1 Näherungswerte

Aus den linearisierten Fehlergleichungen (Gleichungen 7 und 8) ist ersichtlich, daß Näherungswerte für jeden Aufnahmestandpunkt  $(X_o, Y_o, Z_o)$  für die Geländekoordinaten und ebenfalls für die drei Drehungen  $(a, b, c)$  benötigt werden. Von diesen Näherungswerten hängt es unter anderem ab, wie schnell der Iterationsprozeß konvergiert. Es ist aber eine Frage der Strategie, ob man einen hohen Aufwand für die Näherungswertbeschaffung treiben will und dann nur wenige Iterationen für die Ausgleichung notwendig sind, oder ob man, weil z.B. Rechenzeiten nur von sekundärer Bedeutung sind, mehr Iterationsschritte in Kauf nimmt und sich mit groben Näherungswerten begnügt.

Im Programm von M. Keller vom CGS werden aus vorangehenden StreifenAusgleichun-

gen bereits so gute Näherungswerte für die Gelände- und Projektionszentrenkoordinaten als Input verwendet, daß unter günstigen Umständen nur noch eine Iteration notwendig ist, um eine ausreichende Lösung zu erhalten. Im Gegensatz dazu ist es beim Programm von J. Müller, Hannover, notwendig, 5-7mal zu iterieren (Müller [52], 1971). Unter anderem sind die Näherungswerte dafür verantwortlich.

Es kann vorkommen, daß bei schlechten Näherungswerten und schlechter Kondition der Iterationsprozeß divergiert (vergleiche z.B. Kapitel 3.4.1 oder Schenk [56] und [57]). Es war daher von großer Bedeutung, einen sicheren Weg zu finden, der auf einfachste Weise und selbst bei vollkommen unregelmäßigen Blöcken und schwach konditionierten Systemen (Schenk [57], 1972) gute Anfangswerte liefert. Die Anzahl der folgenden Iterationen und damit die Rechenzeit sollte gleichzeitig möglichst klein gehalten werden. Die übliche Streifenlösung mit vorläufigen Streifenausgleichungen erscheint recht günstig, ist jedoch an gewisse Voraussetzungen gebunden, die man doch als einschränkend beurteilen muß. Zwischen verschiedenen Streifen und innerhalb eines Streifens dürfen erstens keine Fehler auftreten - wegen der schwierigen Fehlersuche - und müssen zweitens überhaupt genügend Paßpunkte und entsprechende Überdeckungsverhältnisse vorhanden sein, um einen Polynomausgleich ansetzen zu können (z.B. Schenk [56], 1972). Diese Einschränkungen ließen die Polynomausgleichung sehr bald aus den Überlegungen ausscheiden.

Welche Forderungen stellen sich überhaupt an die Bestimmung der Näherungswerte? Sie sollen:

- vom selben Datenmaterial stammen,
- automatisch und ohne manuelle Eingriffe berechnet werden können,
- bei der Berechnung der Näherungswerte sollen möglichst schon Hinweise auf grobe Fehler gegeben werden,
- der Aufwand soll in tragbarem Verhältnis (siehe Kapitel 3.4.2) zur Hauptausgleichung stehen,
- und er soll nicht verloren sein (z.B. Verknüpfungen) (vgl. dazu Kapitel 3.2.2).

Die manuelle Eingabe bedeutet eine Einschränkung hinsichtlich Programmkomfort und schließlich gaben die guten Erfahrungen mit dem Rechenprogramm PAT-M sowohl hinsichtlich Universalität, Programmkomfort, leichtem Fehlerfinden und Kompatibilität als auch die zufriedenstellenden Rechenzeiten (siehe z.B. Ackermann [6], March 1972) den Ausschlag für einen Um- und Einbau des Programms PAT-M4 als Vorprogramm in PAT-B.

Im Programm PAT-B werden die Näherungswerte folgendermaßen automatisch erzeugt: Mit den einzelnen Bildern des Blocks wird über die bekannten Ansätze der ebenen Ähnlichkeitstransformation eine Lageblockausgleichung durchgeführt (siehe Programm PAT-M4 Ackermann, Ebner, Klein [5], 1970). Es wird demnach mit allen Bildern rechnerisch ein Bildmosaik gebildet, wobei wie im "Anblock" diese als unabhängige, ebene Einheiten ("Modelle") aufgefaßt werden. Die 4 Transformationselemente jedes Bildes sind die 2 Verschiebungen  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  und die 2 Drehpara-

meter a und b, die den Maßstab und die Drehung implizit enthalten.

Die Verschiebungen  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  des Bildkoordinatensystems, wie sie aus der Anblockausgleichung anfallen, werden direkt als die X-, Y-Koordinaten der Projektionszentren eingeführt. Aus den  $a_i$ ,  $b_i$  ergeben sich der Maßstabsfaktor  $m_i$  ( $m_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$ ) und  $\varphi_i$  jedes Bildes  $m_i$  wird mit der entsprechenden Kammerkonstante multipliziert und liefert eine mittlere Flughöhe über Grund;  $a_i$  und  $b_i$  stellen, wie sich bei praktischen Berechnungen bestätigte, sehr gute Approximationen des endgültigen Kappa-Wertes der Bilder ( $a/b = \tan$ ). Der Einfluß von  $\varphi$  auf die Konvergenz wird in (3.4.1) noch näher behandelt.

Das quadratische Mittel aus allen Geländehöhen der Paßpunkte wird als gemeinsame vorläufige Z-Koordinate der Geländepunkte genommen. Diese vorläufigen Höhen können durch eine Rückrechnung über die Bildpunkte und vorläufigen Näherungswerte ( $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$  und Kappa,  $\Phi = \Omega = 0^g$ ) noch verbessert werden (z.B. Keller [32], 1967, Seite 1270 f.), da bei starken Höhenunterschieden im Block die Näherungswerte für die Höhen der Bodenpunkte noch nicht so gut sind (x-Parallaxen), daß die gesamte Ausgleichung schon nach nur einer Iteration beendet werden kann. Vorläufig ist dies aber als hinreichend belassen worden.

Die Eigenschaften dieses integrierten Vorprogramms bestehen vor allem darin, daß überhaupt keine Näherungswerte eingelesen werden müssen (vgl. Kapitel 3.4). Überdies ist diese Methode der Näherungswertbeschaffung nicht beschränkt durch die Größe des Blocks, der Überdeckungsverhältnisse im Block und der Paßpunktverteilung und es besteht keine Notwendigkeit einer vorangehenden Streifenausgleichung. Die Übereinstimmung der Näherungskordinaten mit den endgültigen ausgeglichenen Koordinaten hängt nur von der Größe der Höhendifferenzen innerhalb des Blocks und den Neigungen der Bilder ab.

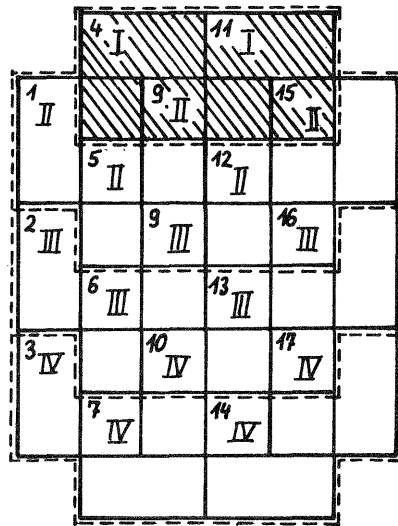
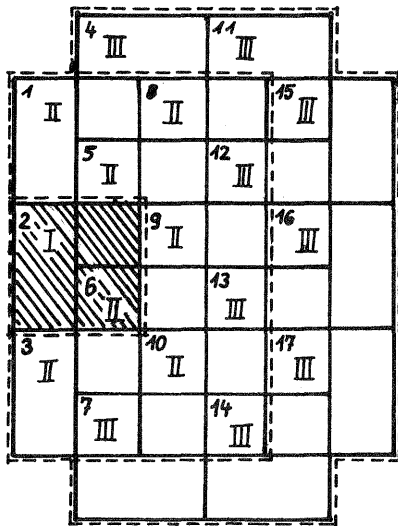
Der Programmteil PAT-BG, wie er in Kapitel 3.3.4 beschrieben wird, ermöglicht es überdies, schon in diesem Stadium grobe Fehler, falsch identifizierte oder nummerierte Punkte vor Eingang in die Bündelausgleichung zu lokalisieren und zu eliminieren.

### 3.3.2 Sortierung

Jene Programmteile, welche die Sortierung und Organisation der Daten sowie die Lösung der Normalgleichungen beinhalten, sind besonders optimiert worden. Die Sortierung der Daten wird im gesamten Iterationsprozeß zwar nur einmal benötigt, ist aber sehr aufwendig (siehe Klein [7], 1971). Die Lösung der Normalgleichungen erfolgt einmal beim Anblock für die Näherungswerte sowie für jede Ausgleichung. Beide Teile nehmen zusammen über 80 % der gesamten Rechenzeit in Anspruch und rechtfertigen auch dadurch ihren hohen Programmieraufwand zur Optimierung (siehe auch Kapitel 3.3.3).

Nach dem Einlesen der Daten, der formalen Richtigkeitsüberprüfung und etwaiger Fehlermeldungen werden sämtliche Daten extern in Recordform abgespeichert, wobei die Bildpunkte bildweise nach aufsteigenden Punktnummern geordnet werden.



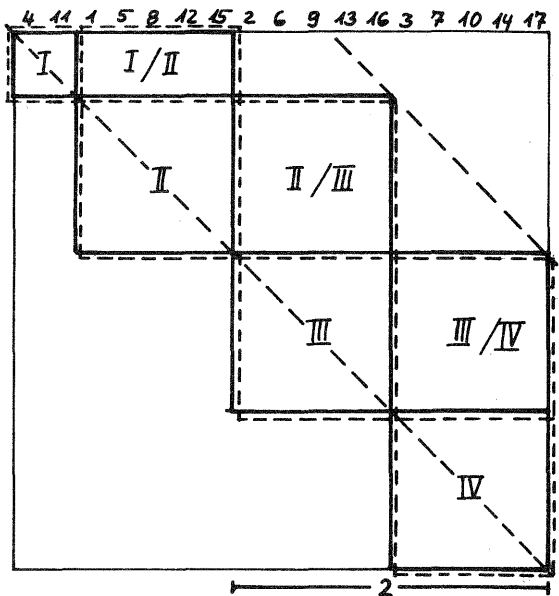
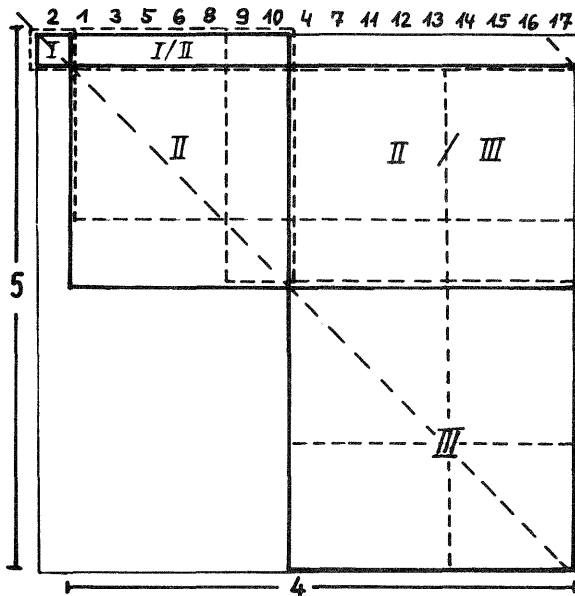


Figur 7:

Figur 8:

Beispiele für die Wahl der ersten "Bildgruppe" und der Auswirkung auf die weiteren Gruppen.

Vorausgesetzt wird nur, daß idente Punkte im Gelände in verschiedenen Bildern ein und dieselbe Punktnummer aufweisen, und daß die Bildnummern einer sogenannten ersten Bildgruppe, die natürlich auch aus nur einem Bild bestehen kann, eingelesen wird. Der Einfluß der Wahl der ersten Bildgruppe auf die Rechenzeiten und der Bandbreite wird im folgenden Kapitel demonstriert (Figur 7,8,9 und 10).



Figur 9:

Figur 10:

Strukturen der (teil-)reduzierten Normalgleichungsmatrizen zu Figur 7 und 8.

Bandbreite:  $16 \times 6 = 96$        $10 \times 6 = 60$   
 Hyperspalten: 4      2  
 Hyperzeilen: 5      4

□ 6x6-Matrix  
 □ Submatrix

Auf Grund dieser ersten einzulesenden Bildgruppe werden sodann mittels logarithmischen Suchprozesses alle weiteren mit dieser verknüpfenden Bilder gefunde und so neusortiert umgespeichert. Zu jeder neuen Bildgruppe werden auf diese Weise die nachverknüpfenden Bilder aufgesucht. Dabei werden nicht nur die Records, welche die Bildpunkte enthalten, neusortiert abgespeichert, sondern auch die Bilder zusammen mit ihrer jeweiligen Kammerkonstanten und den mit ihnen vorverknüpfenden Bildnummern. Diese Daten müssen in Blöcken (Records) auf einem externen Speicher (z.B. Platte) abgelegt werden. Da die Recordgröße variabel ist, kann bei Bedarf diese dem Kern-Speicherplatz des verwendeten Computers angepaßt werden. Wie auch in [7], Vortrag von Dipl.Math. H. Klein, und im Benutzerhandbuch für das Programm PAT-M [13] ausführlich beschrieben, sind diese Informationen wegen der Symmetrie der Normalgleichungsmatrix ausreichend für die Bildung der teilreduzierten Normalgleichungen.

An einem kleinen Beispiel soll hier der Vorteil des logarithmischen Suchprozesses gegenüber dem nicht optimierten Verfahren abgeschätzt werden (vgl. [7], 1971): 60 Bilder, 6 Streifen zu je 10 Bildern à 256 Punkte, 256 Lage- und Höhenpaßpunkte:

Das Feststellen der Verknüpfungen zwischen 2 Bildern ergibt bei doppelter Laufanweisung maximal  $256^2$  Abfragen, im Durchschnitt also  $256^2/2$ . Um jedes Bild mit jedem anderen auf gleiche Punktnummer zu untersuchen, sind  $59 + 58 + \dots + 1 = 1770$  Vergleiche nötig und zum Identifizieren der Paßpunkte weitere  $2 \times 60 = 120$ . Insgesamt also  $1890 \times 256^2/2$ .

Im optimierten Verfahren erfolgt die Abfrage nach gleichen Punktnummern nach einer doppelten Intervallschachtelung, und zwar immer auf die Punktnummer in der Mitte des Intervalls. Das heißt, bei jedem Schritt wird die Anzahl der noch in Frage kommenden Punkte halbiert. Bei 256 Punkten erhält man die richtige Punktnummer, falls sie vorhanden ist, nach spätestens 9 Abfragen da  $256/2^8 = 1$ . Um alle identen Punktnummern in zwei Bildern festzustellen, benötigt man jetzt nur noch

$$1 + (2 + \dots + 16 + 18) = (20 \times 9)/2 + 1 = 91 \text{ Abfragen}$$

$$\text{allgemein: } 1 + 2 \sum_{i=1}^{\ln(n)+1} i \text{ Abfragen}$$

$n$  ... Anzahl der Punkte pro Modell  
 $\lfloor \ln(n) \rfloor$  ... kleinste ganze Zahl, die größer als  $\ln(n)$  ist

Bei diesem Block wären etwa 60000 Daten einzulesen und abzuspeichern (ca. 15000 Punkte mit Punktnummer, x-, y-Koordinate und Kennziffer der Vielfachheit).

Mit dem von Dipl.Math. H. Klein geschriebenen Programm PAT-M ergab sich für diesen Sortierteil bei 4000 Modellen eine Systemzeit an der CDC 6600 von ca. 2500 sec., die neueste Programmversion mit direktem (wahlfreien) Plattenzugriff benötigt ca. 2000 sec.

### 3.3.3 Gleichungslösung

Auf Grund der Reihenfolge der neusortierten Bilder ist die Struktur der teilreduzierten Normalgleichungen festgelegt. Sie werden submatrizenweise Zeile für Zeile aufgebaut und auf Platte gespeichert. Die Normalgleichungen stellen eine Bandmatrix dar, deren Bandbreite abhängig ist von der Verknüpfung der Bilder, bzw. angewendet auf Submatrizen (vgl. Figur 9 und 10) von der Größe der Submatrizen (abhängig davon, wieviel Bilder in einer Submatrix Platz finden) und der Anzahl der Bilder in einer sogenannten "Bildgruppe".

Die Lösung der Normalgleichungen erfolgt mit HYCHOL (Klein [39], 1971), einem auf dem (direkten) Gauss-Cholesky-Verfahren aufbauenden, auf Submatrizen angewendeten Algorithmus zur Lösung symmetrischer, positiv definiter Gleichungssysteme (Schwarz [63], 1968, Zurmühl [72], 1961). Dieses Subprogramm wurde für das Programmpaket PAT-M am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart von Dipl.-Math. H. Klein und Dr. Ing. H. Ebner vor etwa 2 Jahren entwickelt. Seither wurde es überaus erfolgreich bei Blockausgleichungen aber auch bei der Berechnung der Seilnetztdächer der olympischen Sportkampfstätten München sowie in anderen Bereichen der Statik angewendet (z.B. Linkwitz und Scheck [47], 1971).

Die Vorteile der auf die unbekanntes Orientierungsunbekanntes teilreduzierten Normalgleichungen bestehen in Ersparnis an Rechenzeit und Speicherplatz (siehe Schenk [56], Seite 51 f.). Der Vorteil der direkten Gleichungslösung wurde bereits in Kapitel 1.3.4 abgeschätzt und ermöglicht im Zusammenhang mit den Gleichungen (16) und Ebner ([18], 1971) eine exakte Vorhersage der Rechenzeiten. Von weiterer Bedeutung ist, daß die Größe der Submatrizen (programmintern müssen drei vereinbart und dimensioniert sein) für das Programm frei gewählt werden kann. Es ist nun möglich, die Submatrizen entsprechend der Größe des Blocks, der Größe der Bildgruppen und als ein entscheidender Punkt: entsprechend der Kapazität des jeweiligen Computers zu wählen.

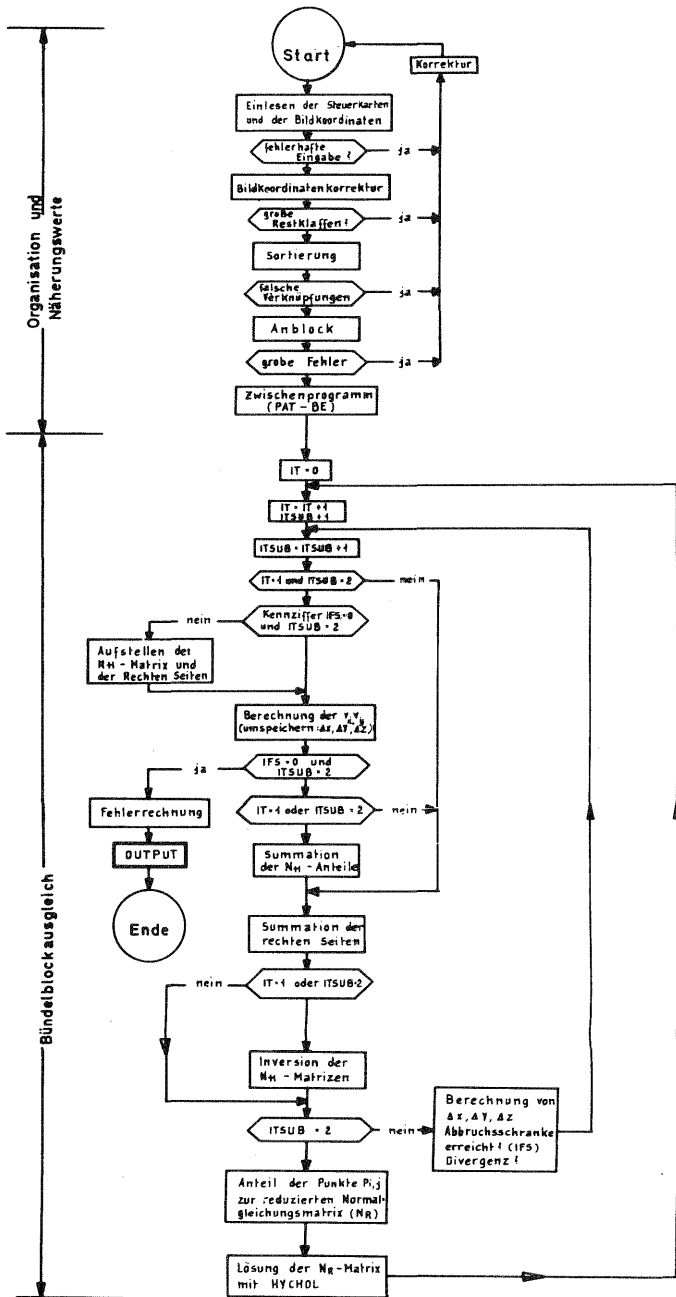
Im übrigen sei verwiesen auf die Beschreibung des Iterationsprozesses und den Aufbau der teilreduzierten Normalgleichungen in Kapitel 3.2 und die praktischen Erfahrungen in Kapitel 3.4.

### 3.3.4 Programmbeschreibung

Es soll nun das Programm PAT-B soweit beschrieben werden, wie es vom Handling dem Benützer in seinen Input-Output-eigenschaften, der Segmentierung und anderen speziellen programmtechnischen Eigenschaften entgegentritt.

- Eingabe:

- a) Die Bildkoordinaten werden in beliebiger Reihenfolge bildweise eingelesen. Diese müssen zuvor auf den Hauptpunkt reduziert werden, die Korrekturen wegen Verzeichnung, Erdkrümmung, Refraktion und Filmschrumpf können wenn



Figur 11: Ablaufdiagramm von PAT-B  
 IT Anzahl der Iterationen  
 ITSUB Anzahl der Subiterationen innerhalb einer Iteration  
 IFS Bool'sche Variable

gewünscht angebracht werden. Notwendig ist aber nur die erstgenannte Reduktion.

b) Die Paßpunktkoordinaten mit den entsprechenden Gewichtskoeffizientenmatrizen werden anschließend eingelesen (zuerst alle Lage- und anschließend alle Höhenpaßpunkte.

c) Kammerkonstante:

Es kann für jedes Bild eine eigene Kammerkonstante (z.B. reduzierte Brennweite) gewählt werden.

d) Abschließend folgen die Kriterien für den Abbruch des Iterationsprozesses.

- Segmentierung

Wollte man das gesamte Bündelprogramm auf einmal im Kern speichern - also keine Unterteilung in Programmabschnitte - so würde man im vorliegenden Fall einen Kern mit etwa 100 K Worten zur Verfügung haben müssen. Nacheinander werden daher die folgenden 7 Programmsegmente gestartet (siehe Figur 11).

PATBA: Die Bildnummern der ersten Bildgruppe sowie alle Bild- und Paßpunktkoordinaten werden eingelesen und auf Platte abgelegt.

PATBB: Alle Bilder und Punkte werden entsprechend der ersten Bildgruppe aussortiert. Die Rechenzeit wächst hier linear zu der Anzahl der Bilder.

PATBC: Mit den Lagepaßpunkten werden für die Lageblockausgleichung die Normalgleichungen aufgestellt und gelöst. Die transformierten Bildkoordinaten (z.B. im Landeskoordinatensystem) werden sodann extern gespeichert.

PATBD: Die ausgeglichenen ebenen Bildkoordinaten und die Verbesserungen an den Lagepaßpunkten werden berechnet. Die ausgedruckten Verbesserungen dienen zum Aufdecken fehlerhafter Paßpunkte.

PATBE: Die ebenen Transformationsparameter für jedes Bild werden dazu verwendet, Näherungswerte für die eigentliche Bündelausgleichung zu berechnen, die Bild- und Punktrecords werden erweitert und die Näherungswerte in den Bild- und Punktrecords abgespeichert.

PATB6: BÜNDELAUSGLEICHUNG

Der Programmablauf, wie er in Figur 11 dargestellt ist, besteht aus einem Iterationsprozeß, der in Kapitel 3.1 beschrieben ist, während dem jedesmal die teilre-

duzierten Normalgleichungen bild- und punktweise aufgestellt und mit HYCHOL gelöst werden.

Der Iterationsprozeß der Bündelausgleichung beginnt mit den Näherungswerten aus Teil 5 (PATBE) und wird solange fortgesetzt, bis mindestens eines der folgenden Kriterien erreicht ist:

a)  $ITER = MAXIMO$

Die Anzahl der Iterationen (ITER) hat die eingelesene Maximalanzahl (MAXIMO) erreicht.

b)  $MAX = \leq FS$

Die maximale Änderung der Koordinaten zwischen zwei Iterationen ist kleiner gleich dem eingelesenen Wert (FS).

c)  $QMV(i) > QMV(i-1)$

Ist der quadratische Mittelwert der Verbesserungen nach der i-ten Iteration ( $QMV(i)$ ) größer als der entsprechende Wert der Iteration zuvor ( $QMV(i-1)$ ), so haben wir den Fall der Divergenz vor uns.

Nach der Berechnung der verbesserten Geländekoordinaten aus den neuen Transformationsparametern wird bei Erreichen eines der Abbruchkriterien die Fehlerrechnung durchgeführt, die aus der Größe der Koordinatenverbesserungen Schlüsse über die erzielten Genauigkeiten erlaubt.

Dabei werden getrennt ausgewiesen:

Die Geländekoordinaten in Metern und für jeden Bildpunkt die Bildkoordinatenverbesserungen in Mikron, die Punktart und die Vielfachheit; die quadratischen Mittelwerte aller Bildkoordinatenverbesserungen sowie der Paßpunkte und der Kontrollpunkte (Gewicht Null); weiters die quadratischen Mittelwerte aller Bildkoordinaten, welche Paßpunkte sind und das Sigmanull für den Bündelblock. Zusätzlich sind zu jedem Bild die 6 Orientierungselemente und die jeweiligen Kammerkonstanten aufgelistet.

PATBG: In diesem Abschnitt des Programms werden alle ausgeglichenen Bildkoordinaten am Schnelldrucker "kartiert". Die Vielfachen der dreifachen mittleren Koordinatenfehler erscheinen an entsprechender Stelle in der Kartierung. Sie sind für die Fehlersuche, insbesondere beim Vorliegen verschieden großer Fehler in verschiedenen Teilen des Blockes von großer praktischer Bedeutung.

Es wird dadurch möglich, mehrere Fehler zugleich zu lokalisieren und zu eliminieren.

Ein Beispiel ist in Figur 12 (Block mit 184 Bildern) dargestellt. Die Verbesserungen in X und Y sind getrennt, da auch die quadratischen Mittelwerte unterschiedlicher Größenordnung sind. In der "Blockübersicht für Fehlerverteilung in Y" erkennt man zum Beispiel drei relative Maxima. Aufgrund ihrer ungefähren Koordinierungen lassen sich die Bilder auffinden, in welchen dann die Detailanalyse die fehlerhaften Punkte aufdecken kann.

- Spezielle Programmeigenschaften;

Der Speicherbedarf des Programms PAT-B ist etwa 40 K Worte à 60 bit, weswegen



mindestens ein Mittelkomputer erforderlich ist (siehe Kapitel 1.3.3). Wegen der Lageblockausgleichung zur Bestimmung von Näherungswerten ist es nun nicht mehr notwendig, Anfangsnäherungen für die Transformationsparameter manuell einzugeben. Es besteht keine Begrenzung bezüglich Anzahl und Verteilung der Paßpunkte, so lange nur das System definiert ist (vergleiche dagegen auch [56]).

Abgesehen von den Rechenzeiten bei Blöcken mit einigen 1000 Bildern (siehe z.B. Kapitel 1.3.3, Seite 16 und Ebner [18], 1971) gibt es prinzipiell weder Einschränkungen bezüglich Form noch Größe des Blockes, solange Großcomputer zur Verfügung stehen.

Die Möglichkeit, verschiedene Gewichtskoeffizientenmatrizen für die Geländekoordinaten zu wählen (Bildkoordinaten sind gleich genau, unkorreliert und haben Gewicht 1) erlaubt es, z.B. aus APR-Messungen abgeleitete, trigonometrische, und/oder nivellierte Höhenpaßpunkte als auch Aerodist (Zarzycki [70], 1970), astronomische und trigonometrische Lagepaßpunkte mit den entsprechenden Gewichten für jede Gruppe in einem Guß auszugleichen (siehe Ackermann [4], 1972).

Darüberhinaus können Paßpunktgewichte Null gesetzt werden. Alle Paßpunkte mit diesem Gewicht Null nehmen zwar nicht effektiv an der Ausgleichung teil, sie werden aber als Kontroll-(Vergleichs-)Punkte behandelt und erhalten Verbesserungen. Bei Genauigkeitsuntersuchungen ist der quadratische Mittelwert bei geeigneter Kontrollpunktverteilung ein signifikantes Maß für die erzielte Absolutgenauigkeit im Block.

Es ist weiters möglich, jedem Bild eine eigene Kammerkonstante zuzuteilen. Dies sowie die Unabhängigkeit von speziellen Bildformaten soll dem Programm eine universelle Anwendbarkeit für die verschiedensten Projekte geben (vgl. z.B. de Vegt, Ebner [17], 1972 und Ebner [19], 1969).

### 3.4 Einige wichtige Eigenschaften des Systems PAT-B

#### 3.4.1 Konvergenz

Von großer Bedeutung ist die Konvergenzgeschwindigkeit. Deshalb werden die Resultate zweier extrem verschiedener Fälle etwas ausführlicher dargestellt.

Vorweggenommen kann man sagen, daß in allen praktischen Bündelblockausgleichungen mit PAT-B die Konvergenz äußerst zufriedenstellend war. Für nicht außergewöhnliche Höhendifferenzen und  $\omega, \varphi \leq \pm 6^g$  waren in den meisten Fällen 1-2 Iterationen ausreichend, aber auch dann wird ohne Schwierigkeiten Konvergenz erreicht, wenn die Bilder Neigungen bis zu  $50^g$  aufweisen.

a) Künstlicher 10-Bilder-Block (vgl. Kapitel 3.2).

Höhendifferenzen bis zu 75 % der Flughöhe,  $\omega, \varphi \leq \pm 20^g$ ,  $\alpha = \pm 40^g$ .

b) 208 Bilderblock (Bildmaßstab 1:28000, 2700 km<sup>2</sup>, 8 Streifen, OEEPE-Testblock, Oberschwaben.

Der quadratische Mittelwert der Verbesserungen (QMV) vor der Ausgleichung war:

Fall a)  $\sim 10000 \mu\text{m}$  ( $\sim 40000 \mu\text{m}$ , bei Ausgangswert  $\alpha_0 = 0^g$ )

Fall b)  $\sim 600 \mu\text{m}$

Es war im Fall a) nach 5 Iterationen (6 Iterationen bei  $\alpha_0 = 0^g$ ), im Fall b) nach 2 Iterationen die maximale Koordinatenänderung kleiner als 0,01 p.m. der Flughöhe.

Verschiedene Gewichtsannahmen und verschiedene Anzahl von Paßpunkten beeinflussten die Anzahl der Iterationen und somit die Konvergenz nicht.

Man stützt sich im allgemeinen bei der Wahl des Iterationsabbruches erfolgreich auf das Verhalten der Änderungen der Transformationselemente oder des quadratischen Mittelwertes der Bildkoordinatenverbesserungen. In der bisherigen Rechenpraxis jedoch scheint sich ein Konvergenz-Indikator herauszukristallisieren, der nahezu unabhängig von den Näherungswerten ist und der es ermöglicht, eine Iteration einzusparen. Danach gilt: änderten sich die maximalen Koordinatendifferenzen zwischen 2 Iterationen um mehr als den Faktor 15 und war QMV (i)  $\leq 2$  p.m. der Flughöhe, so bringt die nächste Iteration nur die Bestätigung dafür, daß die stabile Lösung erreicht ist und der Iterationsprozeß abgebrochen werden kann. Die Figuren 13, 14 und 15 illustrieren die Beziehungen zwischen QMV und der Anzahl der Iterationen. In allen drei Figuren ist die Ordinatenachse logarithmisch.

Die römischen Indizes bedeuten folgendes:

I = Streifen mit 8 Bildern (Anfangswert für Kappa =  $0^g$ , (Überweitwinkel = SWW)

II = Block mit 10 Bildern (Weitwinkel = WW)

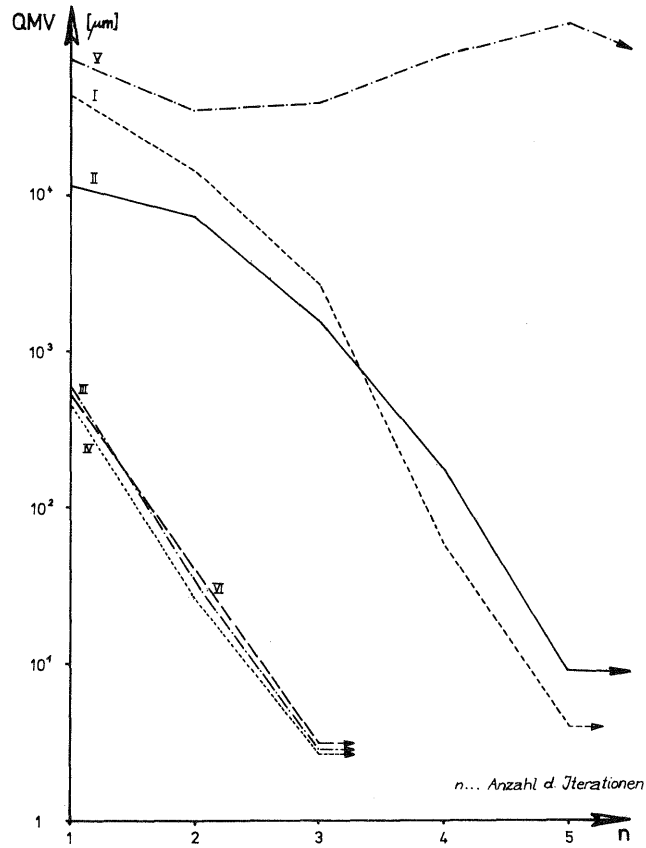
III = Block mit 208 Bildern (WW)

IV = Block mit 26 Bildern (WW)

V = Divergenzfall (künstlich herbeigeführt)

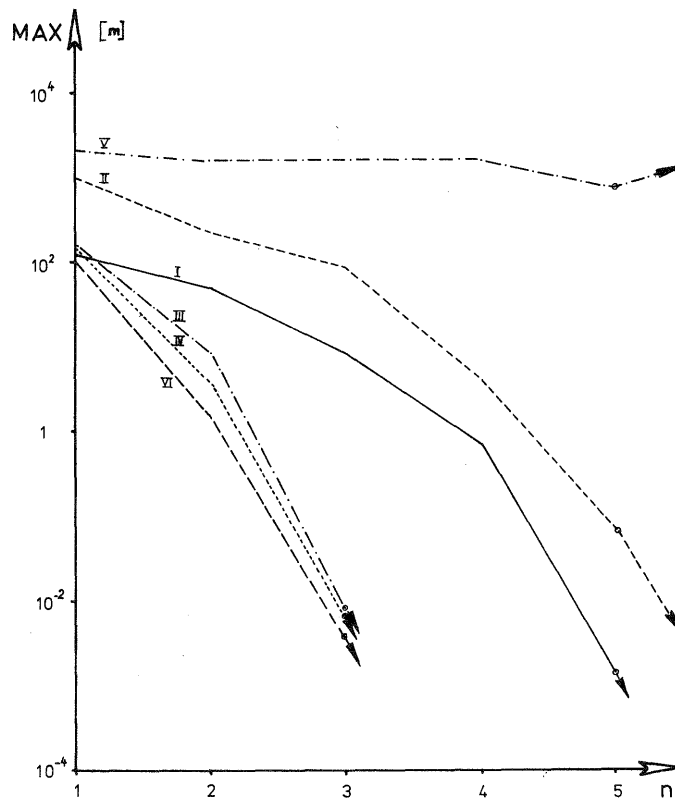
VI = Streifen mit "Halb"-Bildern (20 Photos) (SWW)





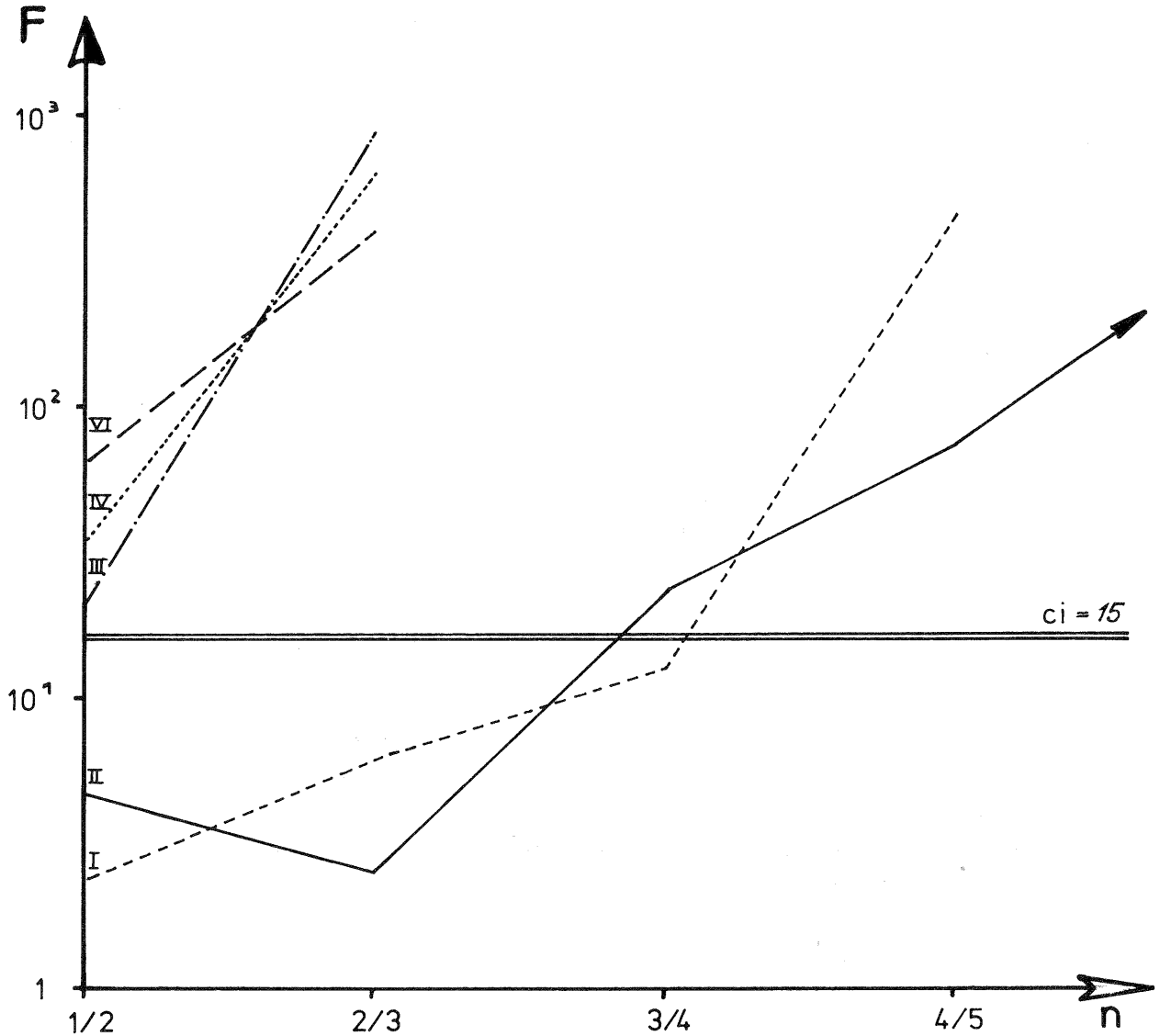
Figur 13:

Quadratischer Mittelwert der Bildkoordinatenverbesserungen (QMV) im Verlauf der Iterationen



Figur 14:

$\Delta X_{\max}$ ,  $\Delta Y_{\max}$ ,  $\Delta Z_{\max}$ , im Verlauf der Iterationen



Figur 15:

Verhältnis der maximalen Koordinatendifferenzen zwischen zwei Iterationen

Wir sprechen sinnvollerweise von sogenannten "Halb"-Bildern, wenn die Art der Koordinatenmessung am Stereokomparator so ausgeführt wurde, als hätten wir es mit "unabhängigen Bildern" (vgl. Methode der unabhängigen Modelle i.G. zu Folgebildanschluß) zu tun. Jedes Bild besteht dann aus zwei unabhängig ausgemessenen Halbbildern.

Figur 13 zeigt die Abnahme der maximalen Koordinatendifferenzen für Konvergenz und einen Fall mit Divergenz (V). Dabei erkennt man, daß für I und II bei  $n = 5$  für III, IV und VI bei  $n = 3$  der quadratische Mittelwert der Verbesserungen der Bildkoordinaten (vor der Ausgleichung) einen Wert erreicht hat, der von diesem Punkt aus konstant bleibt (stabile Lösung). Zum Beispiel ist QMV für VI vor der 3. Iteration ca. 5 Mikron.

In Figur 14 wird versucht, die maximalen Koordinatenänderungen in Abhängigkeit

von der Iterationszahl darzustellen. Man sieht, daß bei III, IV und VI sich die Koordinaten der Geländepunkte im Maximum um weniger als 1 cm nach der 3. Iteration änderten. Da die Fälle I und II von schlechten Näherungswerten ausgingen, benötigen sie ca. 5 Iterationen, um unter die Zentimetermarke ( $10^{-2}$  in Figur 14) zu fallen.

In Figur 15 ist der Anstieg der Koordinatenänderung gegenüber zwei aufeinanderfolgenden Iterationen aufgetragen. Fall I und II überschreiten den Wert  $F = 15$  ("Konvergenzindikator") wegen der schlechteren Ausgangswerte später als III, IV und VI. Hier wird auf den Fall der Divergenz verzichtet, da dieser immer weit unter  $c_i$  liegen würde.

Somit stellt der Anstieg der Kurve des Verhältnisses der maximalen Koordinatendifferenzen zwischen 2 Iterationen einen brauchbaren "Konvergenzindikator" ( $c_i$ ) dar. Er scheint fast unabhängig vom Bildmaßstab, Brennweite und der Qualität der Näherungswerte bei etwa  $F = 15$  zu liegen.

### 3.4.2 Rechenzeiten

Da die Gleichungslösung den rechenintensivsten Teil im Ausgleichungsprozeß darstellt, scheint es zweckmäßig, deren Rechenzeitbedarf in Abhängigkeit der Blockgröße und Submatrizen relativ genau voraussagen zu können. Kann doch durch geeignete Wahl der Größe der Submatrizen oft teure Rechenzeit eingespart werden. Aus diesem Grund wurden umfangreiche Tests angestellt, um bei den verschiedensten Konfigurationen des Gleichungssystems möglichst exakte Voraussagen für die zu erwartenden Rechenzeiten treffen zu können. Die Gesamtrechenzeit oder Systemzeit  $SS$  setzt sich an der CDC 6600 in Stuttgart aus der CP (Central Processor) - und IO (Input-Output)-Zeit zusammen.

Umfangreiche empirische Untersuchungen haben ergeben, daß die IO-Zeit nur von der Anzahl der Plattentransporte  $n_T$  abhängig ist und die CP-Zeit eine Funktion der Multiplikationsanzahl  $n_M$  und der Zahl  $n_T$  ist.

$$CP_{(\text{sec})} = 3,8 \cdot 10^{-6} n_M + 2,5 \cdot 10^{-3} n_T \quad (16a)$$

$$IO_{(\text{sec})} = 0,1 \cdot n_T \quad (16b)$$

$$n_M = \sum_I^u ((s^2/2 - s/2 + 1/3) t^3 + 2 st^2) \quad (16c)$$

$$n_T = \sum_I^u (3 s^2/2 + 15 s/2) \quad (16d)$$

wobei

$n_M$  ... Anzahl der Multiplikationen

$n_T$  ... Anzahl der Submatrizentransporte zwischen Kern und Platte

- u ... Anzahl der Hyperzeilen
- s ... Anzahl der Submatrizen pro Hyperzeile
- t ... Anzahl der Spalten in einer Submatrix

Die Gleichungen (16a) und (16b) sind über alle Hyperzeilen u zu summieren. Die Gleichungen (16) wurden für die Fälle  $2 \leq s \leq 6$  und  $30 \leq t \leq 120$  ermittelt. Aus Gleichung (16a) ist die CP-Zeit auf  $\pm 9 \%$ , aus Gleichung (16b) die IO-Zeit exakt berechenbar. Die endgültige Rechenzeit ergibt sich als:

$$SS = CP + \lambda \cdot IO \tag{17}$$

- $\lambda$  ... Quotient aus während der Berechnung angefordertem und tatsächlich vorhandenem (maximal verwendbarem) Kernspeicher
- SS ... Systemzeit in Sekunden

Ist der Kernspeicher der CDC 6600 zwar 131 K Worte à 60 bit groß, so stehen derzeit dem Benutzer nur 57 K Worte zur Verfügung. Daraus ergibt sich bei optimaler Auslastung für  $\lambda \sim 0,5$ . Bei einer Anlage mit kleinerem Kern wird man die Größe der Submatrizen (t) kleiner wählen müssen, die Anzahl der Submatrizen wächst dabei an. Man benötigt in diesem Fall zwar weniger Multiplikationen, die größere Anzahl der Plattentransporte beeinflusst aber die IO-, CP- und somit die SS-Zeit ungünstig.

Wie aus dem folgenden Beispiel noch klarer hervorgehen soll, ist die eingelesene erste Bildgruppe mitentscheidend für die sich ergebende Bandbreite des Systems und somit für die effektiven Rechenkosten. In Figur 7 ist dies die Bildnummer 2, in Figur 8 sind es die Bildnummern 4 und 11 (dies entspräche im herkömmlichen Sinne einer Sortierung quer zur Streifenrichtung). Die römischen Ziffern bezeichnen die Nummern der entsprechenden Bildgruppen.

Für diesen einfachen Fall würden sich folgende Rechenzeiten, aufgegliedert nach CP, IO und Systemzeit ergeben:

F a l l 1			F a l l 2	
CP (sec)	1,79		CP (sec)	0,75
IO (sec)	0,67		IO (sec)	1,01

Bei einer Speicherbelegung von 16 % bzw. 12 % des Gesamtspeichers ergibt sich eine Systemzeit von:

SS (sec)	1,90		SS (sec)	0,87
----------	------	--	----------	------

Es folgt somit direkt aus den Gleichungen (16), daß die Systemzeit im Fall 1 etwa doppelt so hoch wie im Fall 2 ist, entsprechend der unterschiedlichen Bandbreite.

	Streifen			Block		
	CP	IO	SS	CP	IO	SS
a) Sortieraufwand	2	10	5	50	190	105
b) Näherungswerte (Anblock)	17	30	26	128	68	153
c) Bündelausgleichung (2 Iterationen)	45	61	70	716	104	800
Summe	64	101	101	894	362	1058
SS / pro Bild [sek.]			39			5'1
R (Quotient) = $b : (a+c)$			1:3			1:7

Tabelle 2:

Empirische Rechenzeiten (in Sekunden an der CDC 6600) für eine Streifenausgleichung mit 26 Bildern und für eine Blockausgleichung mit 208 Bildern; 2 Iterationen für die Bündelausgleichung sind ausreichend.

R ist der Quotient von zusätzlich benötigter Rechenzeit für die Näherungswerte und der Bündelausgleichung.

Tabelle 2 zeigt die Rechenzeiten an der CDC 6600 für die gesamte Ausgleichung eines Streifens mit 26 Bildern und eines Blocks mit 208 Bildern. Es wird dabei nach Central Processor (CP) und Input-Output (IO)-Zeit unterschieden. Unterschieden wird ferner nach den Rechenzeiten für die drei Hauptteile des Programms: Sortierteil, Näherungswertberechnung und Bündelausgleichung.

Die praktischen Rechenzeiten sind zur Zeit um den Faktor 5 höher als die theoretischen, vorhergesagten Rechenzeiten (Ebner [18], Seite 137).

### 3.5 Alternativer Ansatz für die Bündelausgleichung

Sinn der Erörterung dieses alternativen Ansatzes ist es, eine Möglichkeit zur Lösung des Problems der Bündelausgleichung darzustellen, welche ohne Näherungswerte auskommt und somit zumindest theoretisch ohne Vorprogramme zur Beschaffung und ohne manuelle Eingabe derselben zielführend ist.

In Kapitel 3.2 sind in Formel (4a) die Projektionsbeziehungen so angesetzt, daß die Geländekoordinaten ausgedrückt werden durch die Drehparameter und die Bildkoordinaten (vgl. auch Gleichungen (18)). Diese Schreibweise wird jetzt entgegen dem Ansatz in (5) zum Ausgangspunkt der Linearisierung und der Ausgleichung gewählt, nochmals ausführlich angeschrieben:

$$\frac{X_j - X_{oi}}{Z_j - Z_{oi}} = \frac{a_{11}x + a_{21} \cdot y + a_{31} \cdot f}{a_{13}x + a_{23} \cdot y + a_{33} \cdot f} = f_x$$

$$\frac{Y_j - Y_{oi}}{Z_j - Z_{oi}} = \frac{a_{21}x + a_{22} \cdot y + a_{23} \cdot f}{a_{13}x + a_{23} \cdot y + a_{33} \cdot f} = f_y$$

(18)

wobei  $a_{ij}$  die Elemente der Drehmatrix  $R_i$  sind (vgl. auch (4b)).

Nach Linearisierung an der Stelle 0 und unter Berücksichtigung der ersten Differenzen nach Taylor ergeben sich die linearisierten Beobachtungsgleichungen:

$$\begin{aligned} & \frac{(X-X_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} + \frac{1}{(Z-Z_0)^{\circ}} (dX-dX_0) - \frac{(X-X_0)^{\circ}}{((Z-Z_0)^{\circ})^2} (dZ-dZ_0) = \\ & = f_x^{\circ} + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \omega} \cdot d\omega + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \varphi} \cdot d\varphi + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta k} \cdot dk + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta x} \cdot dx + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta y} \cdot dy \\ & \frac{(Y-Y_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} + \frac{1}{(Z-Z_0)^{\circ}} (dY-dY_0) - \frac{(Y-Y_0)^{\circ}}{((Z-Z_0)^{\circ})^2} (dZ-dZ_0) = \\ & = f_y^{\circ} + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta \omega} \cdot d\omega + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta \varphi} \cdot d\varphi + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta k} \cdot dk + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta x} \cdot dx + \\ & + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta y} \cdot dy \end{aligned} \tag{19}$$

Nun setzen wir für

$$\begin{aligned} \frac{(X-X_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} &= f_x^{\circ} \\ \frac{(Y-Y_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} &= f_y^{\circ} \end{aligned} \tag{20}$$

Sicher ist dies für die 1. Iteration ohne weiteres erlaubt. Dies hat aber den Vorteil, daß zwar in (19) die Näherungswerte (Index 0 hochgestellt) auf der linken und rechten Seite zur Lösung noch notwendig sind, in (21) jedoch die eliminierten Größen  $X_{i_0}^{\circ}$ ,  $Y_{i_0}^{\circ}$ ,  $X_j^{\circ}$ ,  $Y_j^{\circ}$  zunächst nicht bekannt sein müssen. Wir substituieren Gleichungen (20) in (19):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(Z-Z_0)^{\circ}} \left\{ (X^{\circ}+dX) - (X_0^{\circ}+dX_0) - f_x^{\circ}dZ + f_x^{\circ}dZ_0 \right\} = \\ & = f_x^{\circ} + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \omega} \cdot d\omega + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \varphi} \cdot d\varphi + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta k} \cdot dk + \\ & + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta x} \cdot dx + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta y} \cdot dy \\ & \frac{1}{(Z-Z_0)^{\circ}} \left\{ (Y^{\circ}-dY) - (Y_0^{\circ}-dY_0) - f_y^{\circ}dZ + f_y^{\circ}dZ_0 \right\} = \end{aligned} \tag{21}$$

$$= f_Y^{\circ} + \frac{\delta f_Y^{\circ}}{\delta \omega} d\omega + \frac{\delta f_Y^{\circ}}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta f_Y^{\circ}}{\delta k} dk + \frac{\delta f_Y^{\circ}}{\delta x} dx + \frac{\delta f_Y^{\circ}}{\delta y} dy$$

In (21) können für die Geländekoordinaten beliebige Werte, also z.B. auch Null, eingesetzt werden. Näherungswerte sind daher außer für  $(Z-Z_0)$  nicht nötig (!). Sinnvollerweise setzt man dafür die Flughöhe ein.

Prinzipiell ist es auch in den folgenden Iterationen erlaubt, ohne Näherungswerte weiterzurechnen -  $X_j^{\circ}, X_{i_0}^{\circ}, Y_j^{\circ}, Y_{i_0}^{\circ}$  treten völlig unabhängig voneinander auf - aus rein numerischen Gründen wird es zweckmäßig sein, Näherungswerte auch für diese Größen in den weiteren Iterationen zu benutzen.

Wir haben, schreiben wir (21) etwas anders an (22), ein Ausgleichsproblem vorliegen, das sich als Standardproblem IV darstellt [25]: Bedingungsgleichungen mit unabhängigen Parametern ( $dx, dy$ , entsprechen  $v_x, v_y$ ).

$$\begin{aligned} & \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta x} v_x + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta y} v_y + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \omega} d\omega + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta f_x^{\circ}}{\delta k} dk + \frac{dX_0}{(Z-Z_0)^{\circ}} + \\ & + \frac{f_x^{\circ} \cdot dZ_0}{(Z-Z_0)^{\circ}} - \frac{dX}{(Z-Z_0)^{\circ}} - \frac{f_x^{\circ} \cdot dZ}{(Z-Z_0)^{\circ}} = \frac{(X-X_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} - f_x^{\circ} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta x} v_x + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta y} v_y + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta \omega} d\omega + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta f_y^{\circ}}{\delta k} dk + \frac{dY_0}{(Z-Z_0)^{\circ}} + \\ & + \frac{f_y^{\circ} \cdot dZ_0}{(Z-Z_0)^{\circ}} - \frac{dY}{(Z-Z_0)^{\circ}} - \frac{f_y^{\circ} \cdot dZ}{(Z-Z_0)^{\circ}} = \frac{(Y-Y_0)^{\circ}}{(Z-Z_0)^{\circ}} - f_y^{\circ} \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise dargestellt:

$$\begin{aligned} Uv + Cx &= W \quad \text{bzw.} \\ Uv + At + Bx &= W \end{aligned} \quad (22a)$$

wobei

$$\begin{aligned} t^T &= \left| d\omega \quad d\varphi \quad dk \quad dX_0 \quad dY_0 \quad dZ_0 \right| \\ x^T &= \left| dx \quad dy \quad dz \right| \end{aligned} \quad (22b)$$

oder

$$U_{ij} \cdot v_{ij} + A_{ij} \cdot t_i + B_{ij} \cdot X_j = W_{ij} \quad (23)$$

Als Indizes stehen  $j$  für die Punkte und  $i$  für die Bilder.

Die Koeffizientenmatrizen sehen im einzelnen wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
 v_{ij}^T &= \begin{vmatrix} v_x & v_y \end{vmatrix}_{ij} \\
 t_i^T &= \begin{vmatrix} d\omega_i & d\varphi_i & dk_i & dx_{oi} & dy_{oi} & dz_{oi} \end{vmatrix} \\
 x_j^T &= \begin{vmatrix} dx_j & dy_j & dz_j \end{vmatrix} \\
 U_{i,j} &= \begin{vmatrix} \frac{\delta f_x^o}{\delta x} & \frac{\delta f_x^o}{\delta y} \\ \frac{\delta f_y^o}{\delta x} & \frac{\delta f_y^o}{\delta y} \end{vmatrix}_{i,j} \\
 A_{i,j} &= \begin{vmatrix} \frac{\delta f_x^o}{\delta \omega} & \frac{\delta f_x^o}{\delta \varphi} & \frac{\delta f_x^o}{\delta k} & \frac{1}{(z-z_o)^o} & 0 & \frac{f_x^o}{(z-z_o)^o} \\ \frac{\delta f_y^o}{\delta \omega} & \frac{\delta f_y^o}{\delta \varphi} & \frac{\delta f_y^o}{\delta k} & 0 & \frac{1}{(z-z_o)^o} & \frac{f_y^o}{(z-z_o)^o} \end{vmatrix}_{i,j} \\
 B_{i,j} &= \begin{vmatrix} -\frac{1}{(z-z_o)^o} & 0 & -\frac{f_x^o}{(z-z_o)^o} \\ 0 & -\frac{1}{(z-z_o)^o} & -\frac{f_y^o}{(z-z_o)^o} \end{vmatrix}_{i,j} \\
 W_{ij} &= \begin{vmatrix} \frac{(x-x_o)^o}{(z-z_o)^o} - f_x^o \\ \frac{(y-y_o)^o}{(z-z_o)^o} - f_y^o \end{vmatrix}_{i,j}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 UGU^T k + Cy &= W \\
 C^T k &= 0
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

G = Gewichtskoeffizienten der Bildkoordinaten

dabei ist  $N = (UGU^T)$  eine Pseudo-Diagonalmatrix mit 2x2 Submatrizen auf der Hauptdiagonale (vgl. 3x3 Submatrizen in 3.2), die genähert in eine Einheitsmatrix übergehen.

Eliminieren wir aus (25) k, so folgt:

$$C^T N^{-1} C \cdot y = C^T N^{-1} W
 \tag{26}$$



Gleichung (26) steht für die reduzierten Normalgleichungen mit den Unbekannten  $t$  und  $x$ . Man kann nun wieder wie in 3.2 dieses Normalgleichungssystems auf die unbekanntes Transformationsparameter reduzieren. Es ist dabei darauf zu achten, daß die C-Matrix zusammengesetzt ist aus den Koeffizientenmatrizen A und B. Prinzipiell lassen sich die reduzierten Normalgleichungen in gleicher Weise wie in 3.2 sukzessive aufbauen.

Dieser Ansatz hat den Vorteil, praktisch ohne Anfangsnäherungen auszukommen, d.h. es kann für  $X_i, Y_i, X_{O_i}, Y_{O_i}$  auch Null eingesetzt werden. Ab der 2. Iteration wird man wegen der Rechenschärfe die jetzt vorliegenden Werte für die Lagekoordinaten wählen. Bei der 1. Iteration ist bloß die Kenntnis der Flughöhe über Grund ( $h_g = Z_j - Z_{O_i}$ ) erforderlich, denn  $Z_j$  und  $Z_{O_i}$  kommen nur als Differenz in den linearisierten Beobachtungsgleichungen (21) und (22) vor.

Eine Frage, die erst die Praxis beantworten wird können, ist die der Konvergenzgeschwindigkeit. Es wird erwartet, daß theoretisch zwar keine Näherungswerte notwendig sind, aber dafür mehr Iterationen und somit längere Rechenzeiten erforderlich sein werden.

Es erscheint also sinnvoll, in Zukunft diesen Ansatz dahingehend eingehender zu untersuchen, ob die Rechenzeiten höher liegen als bisher. Nur wenn dies nicht der Fall ist, dürfte sich dieser Ansatz vermutlich lohnen, da der Mehraufwand für die Beschaffung der Näherungswerte in PAT-B zwar mit etwa 1/7 gering, jedoch nicht vernachlässigbar ist.

#### 4. UNTERSUCHUNGEN ZUR GENAUGIGKEIT DER BÜNDELMETHODE

##### 4.1 Grundsätzliches zur Genauigkeitsuntersuchung

Die Leistungsfähigkeit der Methode der Bündelausgleichung ist nach dem mathematischen Modell bekannt. Theoretische Genauigkeitsuntersuchungen sind u.a. von Kunji (45), Ebner (21), Krack (40) und Talts (66) angestellt worden.

Die Methode zur Bestimmung der theoretischen Genauigkeiten beruht im wesentlichen auf folgenden vereinfachenden Voraussetzungen:

- regelmäßiger, (zumeist) quadratischer Block mit
- schematisiert angenommenen Verknüpfungspunkten (siehe z.B. Kunji 45);
- Bildkoordinaten gleichgenau, (zumeist) unkorreliert;
- Paßpunkte sind fehlerfrei; etc.

Numerisch kann die Berechnung der Absolutgenauigkeiten über Inversion der vollen Koeffizientenmatrix der Normalgleichungen  $N$  erfolgen. Entsprechend der Fehlertheorie bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen ergibt sich  $N$  über folgende Gleichung:

$$N = A^T G^{-1} A \quad (27)$$

Die Kofaktorenmatrix  $Q$  der Unbekannten nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ist definiert durch die Matrizengleichung:

$$Q = (A^T G^{-1} A)^{-1} \quad (28)$$
$$Q = N^{-1}$$

Die Quadrat-Wurzelwerte ( $q^x$ ) der entsprechenden Diagonalelemente  $q^{xx}$  (die Kofaktoren) können zur Fehlerabschätzung herangezogen werden, wenn das mathematische und stochastische Modell der Realität entspricht, und wenn außerdem die Varianzen der Beobachtungen aus statistischen Untersuchungen bekannt sind. Der mittlere Koordinatenfehler an den Verknüpfungspunkten ergibt sich aus:

$$\sigma_{\Delta x} = \sigma_{\circ} \cdot q^x \quad (29)$$

$\sigma_{\circ}$  ist hier der Wert des mittleren Gewichtseinheitsfehlers der Messungen der Bildkoordinaten (vom Gewicht 1).

Die Berechnung der  $q^{xx}$  für verschiedene Fälle (Invertieren von  $N$ ) erlaubt es, die theoretische Genauigkeit von Blöcken unter verschiedenen Randbedingungen festzustellen: zum Beispiel in Abhängigkeit von der Blockgröße und Paßpunktverteilung, der Anzahl der Punkte, usw.

Diese Untersuchungen sind einigermaßen erschöpfend angestellt worden. Die Ergebnisse zeigten u.a., daß praktisch kein Unterschied in der Genauigkeit

zwischen Weitwinkel- und Superweitwinkelaufnahmen besteht; weiters ergaben sich keine nennenswerten Korrelationen zwischen den X-, Y- und Z-Koordinaten. Bei Kunji war bei dichter Randbesetzung und 20 % Querüberdeckung  $q^x \sim 0,9 = \text{const.}$  für  $n_s^1) \leq 10$ ; in der Höhengenaugigkeit ergab sich bei  $n_s \leq 10$  ein  $q^x \sim 2,0$  und die Maximalwerte blieben jeweils konstant.

Sowohl die Maximalwerte der Lage- als auch der Höhenfehler lagen auch bei aufgelockerter Randbesetzung am Blockrand (detaillierte Beschreibung siehe Kunji [45]). In diesen Fällen war das Verhalten der Genauigkeiten wesentlich ungünstiger.

Bei 60 % Querüberdeckung ergibt sich nach Ebner ([21], Seite 8) eine Genauigkeitssteigerung gegenüber 20 % Querüberdeckung von etwa dem Faktor 1,4 bis 1,6.

Es erhebt sich die Frage, ob die obige Methode der Genauigkeitsabschätzung und das angenommene mathematische und stochastische Modell hinreichend realistisch sind. Man muß sich dabei vor Augen halten, daß das mathematische Modell ein vereinfachtes Ersatzmodell ist (siehe Kapitel 3.2). Dieses Ersatzmodell erweist sich zwar vorläufig hinreichend für die Ausgleichung (Punkt-Schätzung), aber es ist nicht ohne weiters geeignet für Genauigkeitsabschätzungen.

Daher sind statistisch-experimentelle Untersuchungen notwendig um zu überprüfen, inwieweit das empirische Verhalten von Blöcken hinreichend mit den theoretischen Vorhersagen übereinstimmt. Eine wesentliche Bedeutung kommt dem Sigmanull dabei zu, dessen Wert empirisch zu bestimmen ist (vgl. in (29)). Für einige kleine Blöcke ist er bekannt (z.B. Finnland:  $\sigma_0 \sim 5 \mu\text{m}$ , Oberschwaben-Streifen:  $\sigma_0 \sim 6 \mu\text{m}$  [21] Ebner, Seite 4). Über  $\sigma_0$  wird erst ein Vergleich von Theorie und Praxis möglich.

Ein solcher Vergleich macht aufwendige statistisch-empirische Prüfungen notwendig. Sie sind das Programm von groß angelegten Versuchen (z.B. im Rahmen der OEEPE). Hier soll und kann aber nur ein begrenzter Umfang angestrebt werden, der zum Ziel hat:

1. für die Praxis zu dokumentieren und zu demonstrieren, was die Methode der Bündelausgleichung leistet,
2. genügend Evidenz dafür zu bringen, ob die Theorie ausreichend ist.

Es wird sich herausstellen, daß die Theorie insbesondere im Hinblick auf systematische Fehler nicht ausreichend ist. Auch aus dem hier verwendeten nicht sehr umfangreichen Material wird sich schließlich diese Feststellung treffen lassen. Daraus sollen Folgerungen gezogen werden sowohl für Genauigkeitsuntersuchungen als auch für künftige methodische Entwicklungen.

#### 4.2 Blockausgleichung Testfeld OBERSCHWABEN

Am Beispiel von verschiedenen Blockausgleichungen des Materials Oberschwaben

---

1)  $n_s$  ... Streifenanzahl

soll empirisch überprüft werden:

- welche Lage- und Höhengenaugigkeiten bei verschiedenen Paßpunktverteilungen erzielt werden, und es soll der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen geführt werden,
- inwieweit sich die theoretische Unabhängigkeit der Lage- (x,y) und Höhengenaugigkeit in der Praxis bestätigt,
- ob der Wert für Sigmanull auch bei den praktischen Blockausgleichungen unabhängig von der Paßpunktverteilung ist.

Neben Aussagen über günstige Paßpunktverteilung und Wirtschaftlichkeit soll die Begründung für eine Modellüberprüfung und eine Erweiterung des mathematischen Modells geliefert werden (Kapitel 5).

#### 4.2.1 Testgebiet

Im Rahmen eines großangelegten Versuchsprogramms der OEEPE wurde im Raum Oberschwaben, etwa zwischen Donau und Bodensee ein 2700 km<sup>2</sup> großes Testfeld geschaffen ([64] und Ackermann [1], 1968). Dabei wurden sowohl sämtliche 550 Paßpunkte, von welchen später einige auch als Vergleichspunkte für die Untersuchungen herangezogen wurden, als auch alle Verknüpfungspunkte zwischen den einzelnen Bildern signalisiert. Pro Bild sind das neun Doppelpunkte, also 18 signalisierte und gemessene Punkte zusätzlich zu den terrestrischen Paßpunkten.

Das 62,5 x 42 km große Gebiet (Übersichtsplan siehe Anhang) wurde gezielt beflogen. Die Aufnahmen stammen von Weitwinkel- und Überweitwinkelkamern der Type Zeiss RMK. Es entstand je ein Bildverband mit 15 Streifen à 26 Bildern (60 % Längs- und Querüberdeckung).

Einen Teil der OEEPE-Untersuchungen [64] stellt der am Zeiss-Komparator PSK im Institut für Anwendungen der Geodäsie, Frankfurt am Main, gemessene Weitwinkelblock dar. Dieser besteht aus 8 Streifen mit 20 % Querüberdeckung (208 Bilder) und wird im folgenden Gegenstand der Untersuchungen sein.

Der Block beinhaltet 5200 Bild-Koordinatenmessungen.

Am Komparator wurden dabei je 2 Bildhälften ausgemessen, wobei danach nicht ein "Folgebildanschluß" folgte, sondern beide Bilder aus dem Gerät genommen und das nächste „Modell“ eingelegt und somit als "unabhängiges" Modell gemessen wurde. Restklaffen traten bei der Aufeinandertransformation der beiden Bildhälften im Mittel mit ca. 3 µm auf, was noch keinen Einfluß auf die Genauigkeitsergebnisse haben dürfte.

Bei der Korrektur der Bildkoordinaten wurde die Verzeichnungskurve des Pleogons von Zeiss berücksichtigt, sowie Erdkrümmung und Refraktionskoeffizienten nach Schut verwendet. Weiters wurden die Bilder auf die Rahmenmarken ausgekantet und eine mittlere Maßstabskorrektur wegen Filmschrumpfung angebracht.

Die Ausgleichung erfolgte unter der Annahme gleich genauer, unkorrelierter Bildkoordinaten und fehlerfreier Paßpunkte sowie unregelmäßig verteilten Beobach-

tungsfehler mit Hilfe der Programms PAT-B.

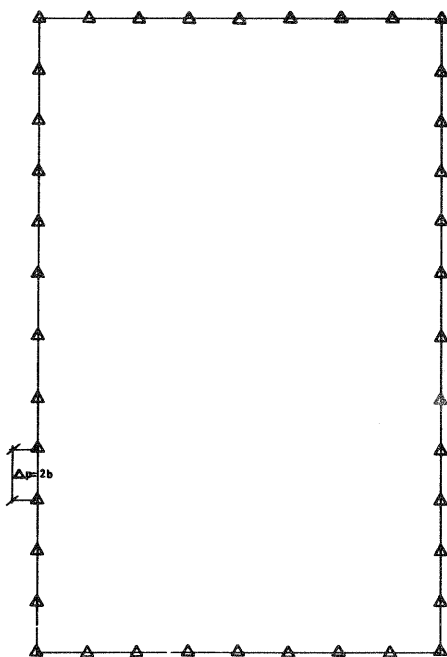
#### 4.2.2 Paßpunktverteilungen

Die verschiedenen Paßpunktverteilungen in Lage und Höhe wurden analog den Verteilungen in Ebner (21/1972, Seite 5 und 7) gewählt. Diese erlauben eine einigermaßen umfassende Genauigkeitsaussage bei wenigen verschiedenen Verteilungen:

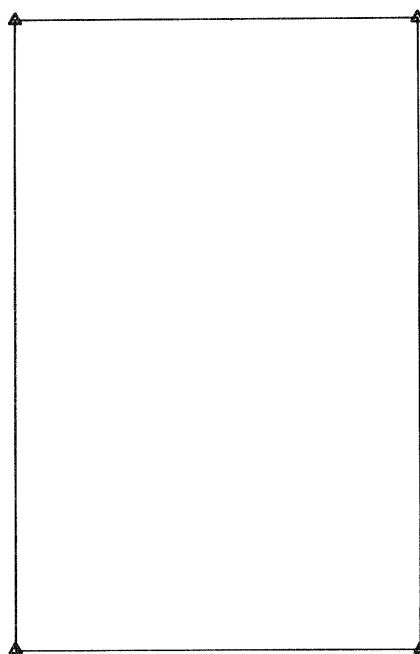
##### a) Lage:

Die Theorie sagt aus, daß die Lagegenauigkeit im Block mit dessen Größe (Streifenanzahl) etwa linear abnimmt. Die Maximalwerte der Restabweichungen liegen jeweils am Blockrand. Ein Unterschied in der Genauigkeit der x- und y-Koordinaten ist nicht zu erwarten, daher fand dies bei der Wahl der Paßpunkte keine Berücksichtigung. 2 Anordnungen wurden ausgewählt:

1. Lage 1 40 Lagepaßpunkte (Fig. 16)  
dichte Randbesetzung mit Paßpunkt Abstand  
2 Basislängen ( $\Delta p = 2b$ ).
2. Lage 2 4 Lagepaßpunkte (Fig. 17)  
Paßpunkte in den Blockecken



Figur 16:  
LAGE 1

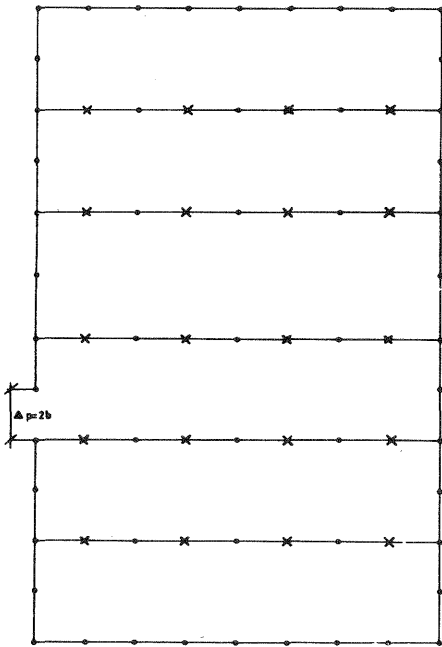


Figur 17:  
LAGE 2

##### b) Höhe:

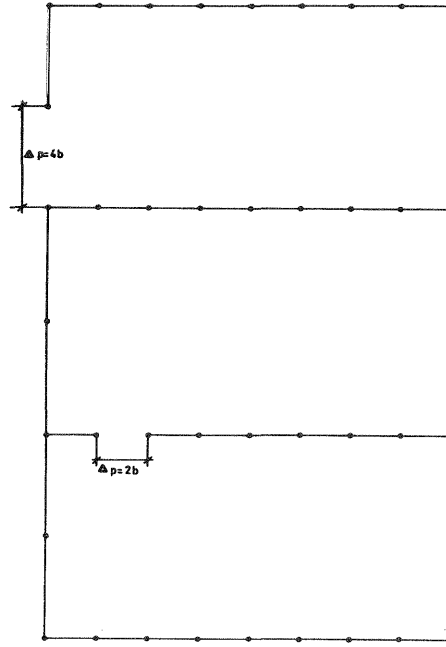
Die Höhengenaugigkeit ist nach der Theorie bei gleichartigen Paßpunktbesetzungen weniger stark als die Lagegenauigkeit von der Streifenanzahl und damit der Blockgröße abhängig. Verbessern theoretisch zusätzliche Lagepaß-

punkte im Blockinnern die Lagegenauigkeit nicht, so sind hier Höhenpaßpunkte vor allem zwischen den Streifen im Innern zusätzlich zu einer Randabsicherung sinnvoll. Die in der Regel empfehlenswerten Höhenpaßpunktverteilungen sind jene mit Querkettenabstand 2 Basislängen ( $b$ ) variiert über die Anzahl dieser Ketten (vgl. Jerie [29], 1968). Als Sonderfälle sind jene mit aufgelockerten Ketten anzusehen, die bei 20 %-Querüberdeckung den deutlichen Genauigkeitsabfall beim Fehlen ausreichender Höhenpaßpunkte im Blockinneren deutlich machen.



Figur 18:

H 4  
(H 4 A)



Figur 19:

H 8

- Regelfälle

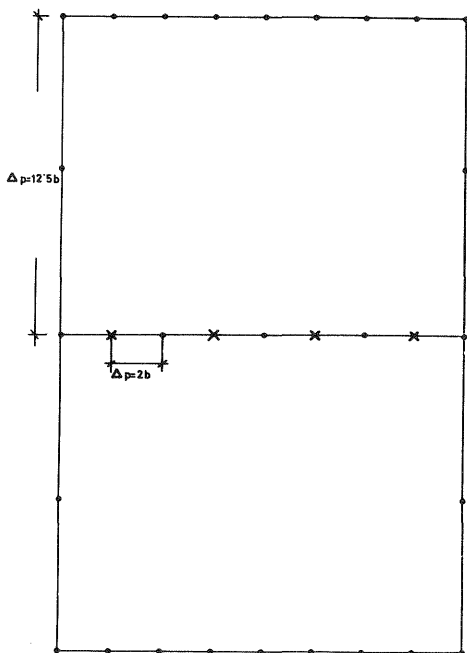
(in den Figuren durch o und x gekennzeichnet)

- |           |                                  |           |
|-----------|----------------------------------|-----------|
| 1) H 4    | ... 75 Höhenpaßpunkte (HPP)      |           |
|           | 6 (Quer)ketten im Abstand 4b     | (Fig. 18) |
| 2) H 8    | ... 42 HPP: 4 Ketten, 8b         | (Fig. 19) |
| 3) H 12,5 | ... 31 HPP: 3 Ketten, 12,5 b     | (Fig. 20) |
| 4) H 1    | ... 40 HPP: dichte Randbesetzung | (Fig. 21) |

- Sonderfälle

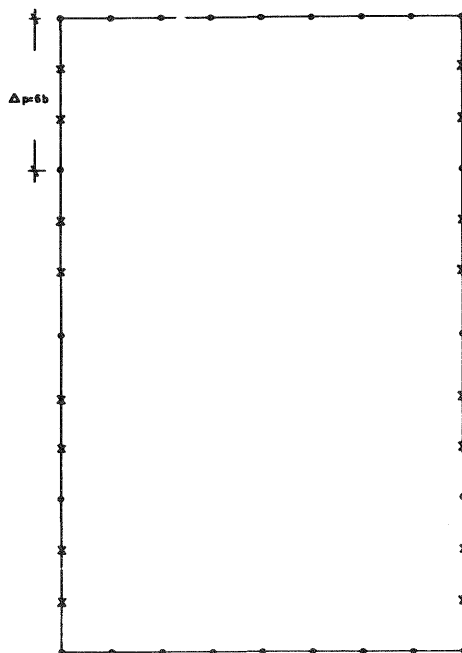
(in den Figuren nur durch o gekennzeichnet)

- |             |  |           |
|-------------|--|-----------|
| 5) H 4 A    | ... 55 HPP: H 4 - aufgelockert   | (Fig. 18) |
| 6) H 12,5 A | ... 27 HPP: H 12,5 - aufgelockert  | (Fig. 20) |
| 7) H 1 A    | ... 24 HPP: H 1 aufgelockert, Paßpunkt-<br>abstand in Streifenrichtung am<br>Blockrand ist 6 Basislängen | (Fig. 21) |
| 8) H 0,25   | ... 4 HPP: in Blockecken (liefert theo-<br>retisch singuläre Lösung)                                     |           |



Figur 20:

H 12,5  
(H 12,5 A)



Figur 21:

H 1  
(H 1 A)

#### 4.2.3 Ergebnisse der Blockausgleichungen

Die angeführten Paßpunktverteilungen (Kapitel 4.2.2) wurden alle berechnet und aus Vergleichspunkten die absolute Genauigkeit ermittelt.

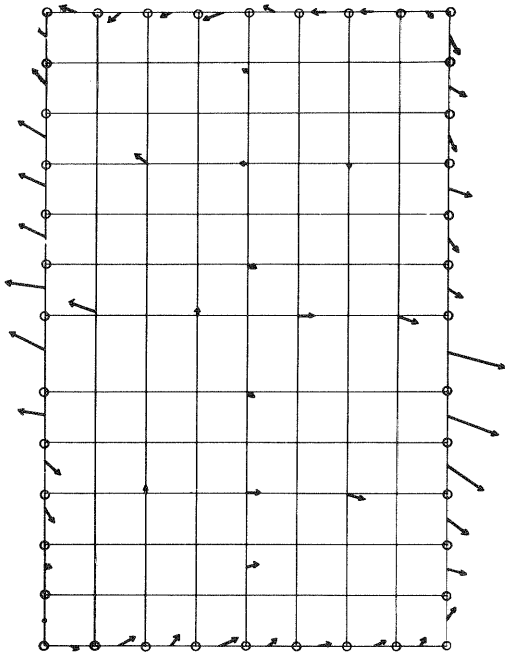
Eine Gesamtzusammenstellung der Ergebnisse für Sigmanull,  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\mu_z$  sowie deren Zusammenhänge gibt Tabelle 3. Diese Ergebnisse werden im folgenden nach verschiedenen Gesichtspunkten analysiert und im Detail ergänzt.

##### a) Lagegenauigkeit

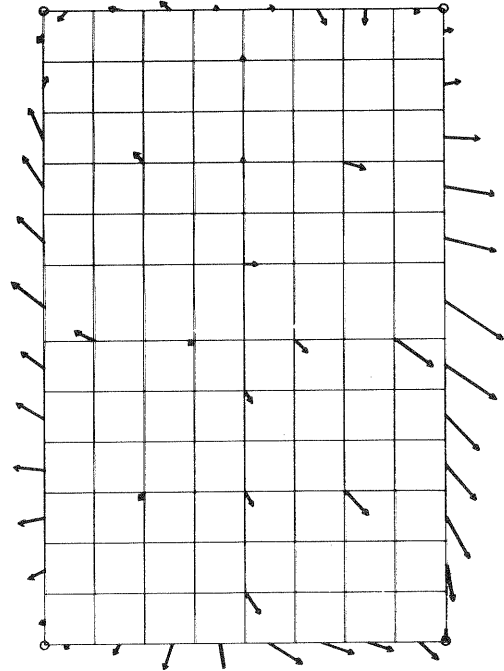
- dichte Randbesetzung (LAGE 1):

Bei 40 Lagepaßpunkten mit 2 Basislängen Abstand am Blockrand lieferte die strenge Bündelausgleichung ein  $\sigma_0 = 5,8 \mu\text{m}$ . Die Lagegenauigkeit in Streifenrichtung ( $\mu_x$ ) war mit ca.  $11 \mu\text{m}$  und in y-Richtung ( $\mu_y$ ) mit ca.  $22 \mu\text{m}$  entgegen der Theorie deutlich unterschiedlich. Das Verhältnis  $\mu_{x,y}/\sigma_0$  mit 2,0 bzw. 3,8 dagegen stimmt aber relativ gut mit der Theorie überein.

Umgerechnet in die Natur entsprechen die Resultate der Blockausgleichungen beim Bildmaßstab 1:28000 einer mittleren absoluten Lagegenauigkeit von 30-60 cm.



Figur 22:  
Lagegenauigkeit  
LAGE 1  
(bei H 1)



Figur 23:  
Lagegenauigkeit  
LAGE 2  
(bei H 8)

Die Restfehler an den Vergleichspunkten sind vorzeichenrichtig aufgetragen (Pos. X-Achse zeigt in Nord-Richtung)  
(ca. 1:250) (ca. 1:500)

Die Vektoren der Koordinatendifferenzen zeigen bei LAGE 1 in Figur 22 und bei LAGE 2 in Figur 23 eine starke Systematik. In Figur 22 ist der Rand mit Lagepaßpunkten gut abgesichert ( $\Delta p = 2b$ ), doch ebenso wie in Figur 23 treten die Maximalfehler deutlich am Blockrand auf (bis 2,40 m), während im Blockinneren die Mittelwerte bei 30 cm und die Maximalwerte bei ca. 70 cm liegen.

- 4 Eckpaßpunkte (LAGE 2):

Sigmanull bewegte sich für die verschiedenen Höhenpaßpunktverteilungen (H 0,25 bis H 4) bei  $4,2 \mu\text{m}$ , die Lagegenauigkeit war mit  $\mu_x \sim 45 \mu\text{m}$  und  $\mu_y \sim 52 \mu\text{m}$  im Bild (entspricht 1,20 - 1,50 m im Gelände) nicht unerwartet, zeigten doch auch die theoretischen Untersuchungen (Ebner [21], Seite 5) vergleichbare Werte (siehe in Figur 24 :  $\mu^t$ ). Bei dieser Paßpunktbesetzung (LAGE 2) war der Unterschied zwischen  $\mu_x$  und  $\mu_y$  geringer. Dieses unregelmäßige Verhalten von  $\mu_x$  und  $\mu_y$  und der Umstand, daß die Absolutwerte ( $\mu_x, \mu_y$ ) mit der Theorie nur relativ untereinander übereinstimmen, weisen darauf hin, daß systematische Effekte die Genauigkeiten beeinträchtigen. Figur 23 beweist dies deutlich. Hier reicht die Systematik der Vektoren der Koordinatenverbesserungen sogar in die Blockmitte, wengleich wie erwartet die Maxima am Blockrand auftreten (ca. 4,80 m).



Messen- stufen	LA-Vert.:	LAGE 1 (40)			LAGE 2 (4)					
	Fall	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		H 4 A	H 1	H12·5	H4	H8	H12·5	H12·5A	H1 A	H0·25
	Anzahl: d.HO-PP:	(55)	(40)	(31)	(75)	(41)	(31)	(27)	(24)	(4)
$\mu\text{m}$	$\sigma_0$	5·83	5·82	5·84	4·19	4·17	4·17	4·16	4·13	4·05
$\mu\text{m}$	$\mu_x$	11·4	11·5	11·4	43·6	44·4	45·4	45·8	51·8	49·6
	$\mu_y$	21·9	22·3	21·8	52·1	52·2	52·4	52·8	58·5	50·8
	$\mu_z$	25·6	29·7	26·1	14·6	16·7	25·9	29·4	92·8	(671·6)
$\mu\text{m}$	$\mu_{x\text{max}}$	47	47	46	121	126	129	129	140	122
	$\mu_{y\text{max}}$	83	83	83	166	169	169	170	184	155
	$\mu_{z\text{max}}$	95	95	96	46	50	78	87	188	(1055)
	$\mu_x/\sigma_0$	2·0	2·0	2·0	10·5	10·7	10·9	11·0	12·5	12·0
	$\mu_y/\sigma_0$	3·8	3·8	3·7	12·5	12·6	12·6	12·7	14·1	13·0
	$\mu_z/\sigma_0$	4·4	5·1	4·5	3·5	4·0	6·2	7·1	22·3	(165)
	$\frac{\mu_{x\text{max}}}{\mu_x}$	4·0	4·0	4·0	2·8	2·8	2·8	2·8	2·7	2·4
	$\frac{\mu_{y\text{max}}}{\mu_y}$	3·8	3·7	3·8	3·2	3·2	3·2	3·2	3·1	3·0
	$\frac{\mu_{z\text{max}}}{\mu_z}$	3·7	3·2	3·6	3·1	3·0	3·0	3·0	2·0	(1·5)
$\mu\text{m}$	QM VX	3·80	3·79	3·80	2·30	2·27	2·27	2·27	2·26	2·21
	QM VY	4·31	4·30	4·30	3·40	3·39	3·37	3·37	3·34	3·26
$\mu\text{m}$	QM VPX	4·76	4·74	4·74	2·22	2·16	2·14	2·16	2·14	2·03
	QM VPY	4·48	4·47	4·48	3·12	3·11	3·08	3·06	3·06	3·06
	Anzahl LA-Check	404	404	428	404	404	428	401	403	403
	Anzahl HO-Check	392	407	416	372	394	416	403	407	406

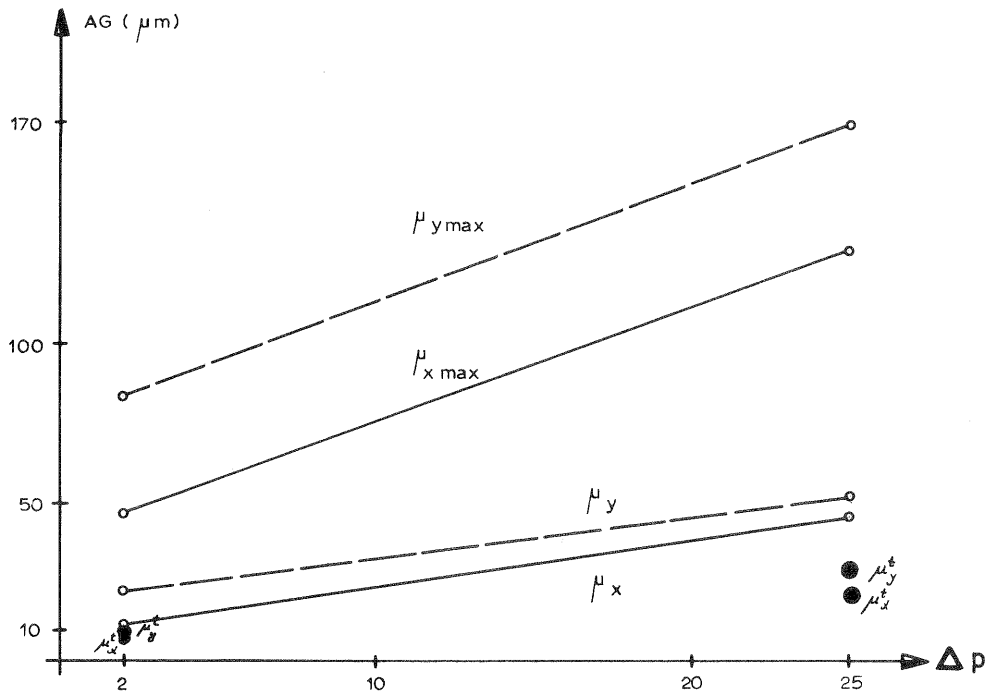
Tabelle 3:

Genauigkeitsangaben geordnet nach Lagepaßpunktverteilungen.  
 QMVX, QMVY ... quadratische Mittelwerte der Verbesserungen der  
 Bildkoordinaten;  
 QMVPX, QMVPY ... quadratische Mittelwerte der Verbesserungen der  
 Bildkoordinaten, die als Paßpunkte verwendet  
 wurden;

Metrische Angaben in Mikron;  
 Spalte 9 ist in Z nahezu unbestimmt.

Das Verhältnis  $\mu_{\max} : \mu_{x,y}$  schwankte zwischen 2,8 und 3,2 und war damit kleiner als bei LAGE 1 (4,0 bzw. 3,8). Diese relativen Werte sind durchaus mit der Theorie vergleichbar (siehe z.B. Ackermann [2] 1968, Ebner [21] 1972), obwohl wie hier Blöcke in der Größe von einigen Hundert Bildern praktisch nie Gegenstand theoretischer Untersuchungen waren:

Die Vergleiche mit der Theorie basieren daher zumeist auf extrapolierten Werten (z.B. Kunji [45] 1968).



Figur 24:

Abhängigkeit der Lagegenauigkeit (AG)<sup>1)</sup> von der Überbrückungsdistanz  $\Delta p$ .

In Figur 24 sind für beide Fälle (LAGE 1 und LAGE 2) sowohl die theoretischen als auch die praktischen Ergebnisse dargestellt. Dabei wurde unter Anwendung der Genauigkeitsergebnisse der Modellausgleichung (Lage: Ebner [20] 1970) zwischen den beiden Werten für  $\Delta p = 2b$  und  $\Delta p \sim 25b$  lineares Verhalten unterstellt.

Weitere Untersuchungen müssen dies erst vollends bestätigen.

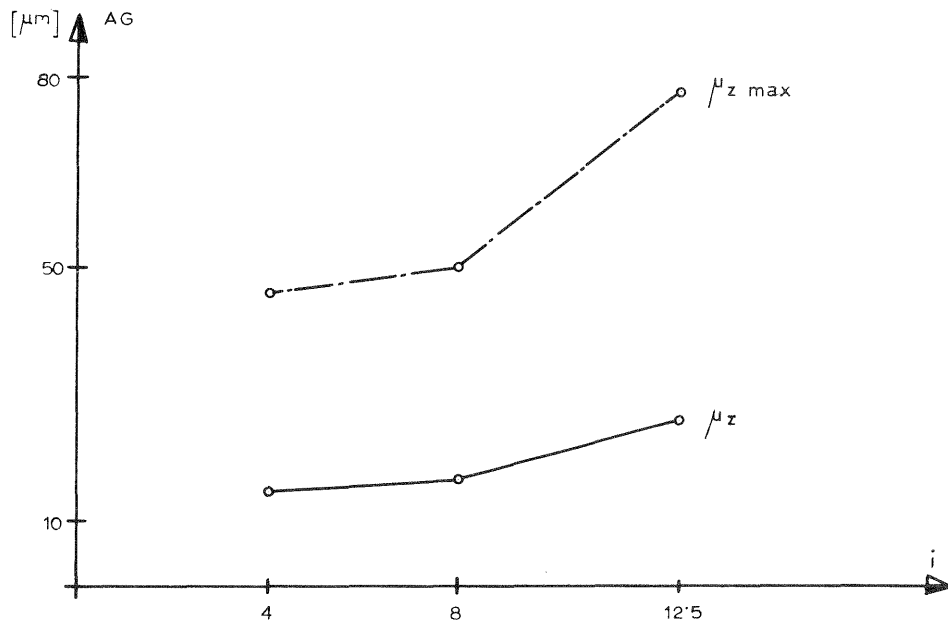
Die ausgefüllten Kreise in Figur 24 kennzeichnen aus Ebner [21] entnommene Werte für Modellgenauigkeiten.

Es ist dabei zu beachten, daß auch der rechteckigen Blockform wegen unmittelbare Vergleiche mit den theoretischen Werten nicht unbedingt zulässig sind.

#### b) Höhengenauigkeit

Die Höhengengenauigkeit stellt sich als eine Funktion des Abstandes der Querketten ( $\Delta p$ ) dar (Figur 25).

1) AG ... Absolutgenauigkeit



Figur 25:

Höhengenaugigkeit (AG) in Abhängigkeit vom Abstand  $i$  der Paßpunktketten.

Der Blockrand quer zur Streifenrichtung war mit Höhenpaßpunkten ( $\Delta p = 2b$ ) abgesichert; in allen Fällen war die Lagepaßpunktverteilung LAGE 2 gewählt.

Die Höhengenaugigkeit ist bei  $i = 4$  (H 4) die beste:  $\mu_z = 0,42 \text{ m}$  ( $\sim 15 \mu\text{m}$ ). Beim Bildmaßstab 1:28000 ( $f = 153 \text{ mm}$ ) entspricht das 0,1 p.m. der Flughöhe über Grund, was durchaus zufriedenstellend ist.

Der Wert für Sigmanull ist stark von der Lagepaßpunktverteilung abhängig und schwankt zwischen 12 cm und 17 cm ( $4,2 \mu\text{m} - 5,8 \mu\text{m}$ ). Das Verhältnis  $\mu_z : \sigma_0$  liegt zwischen 3,5 und 22,3, bei  $\mu_{z,\text{max}} : \mu_z$  liegt der Wert zwischen 2,0 und 3,7. Während bei der ungünstigsten Höhenpaßpunktverteilung  $\mu_z/\sigma_0 = 22,3$  den weitaus höchsten Wert erreicht, ist dabei  $\mu_{z,\text{max}}/\mu_z = 2,0$  der kleinste Betrag. Dieser Umstand läßt auch auf systematische Restfehler im Block schließen.

Im Fall 9 (Tabelle 4) haben wir es mit einem äußerst schlecht konditionierten Block zu tun. Ein Ergebnis bei nur 4 Höhenpaßpunkten ist nur erhalten worden wegen der nicht streng regelmäßig angeordneten Verknüpfungspunkte zwischen den Streifen (Scharniereffekt), sonst wäre die Normalgleichungsmatrix singular geworden. Er ist daher in der Höhenaussage für uns ohne jede Bedeutung, es sei denn im Wert für  $\sigma_0 = 4,05 \mu\text{m}$ , was offenbar ein Minimalwert für diesen Block ist.

Vergleicht man die theoretischen Werte in  $\lceil 21 \rceil$  (Seite 7) mit den entsprechenden in Tabelle 3, so stellt man eine relativ gute Übereinstimmung zum Beispiel für den Fall 3 (H 12,5 bei LAGE 1) fest:  $\mu_z/\sigma_0 = 4,5$  (nach Formel (lob) in  $\lceil 21 \rceil : = 3,0$  für  $i = 12,5$ ).

LA-Vert.:	(4)	(4)	(40)	(4)	(40)	(4)	(40)	(4)	(4)
Fall	4	5	1	6	3	7	2	8	9
Anzahl d. HO-PP:	H4 (75)	H8 (41)	H4A (55)	H12,5 (31)	H12,5 (31)	H12,5A (27)	H1 (40)	H1A (24)	H0,25 (4)
m $\sigma_0$	0,120	0,119	0,167	0,119	0,167	0,119	0,167	0,118	0,116
m $\mu_x$	1,25	1,27	0,33	1,30	0,33	1,31	0,33	1,48	1,42
m $\mu_y$	1,49	1,49	0,63	1,50	0,62	1,51	0,64	1,67	1,45
$\mu_z$	0,42	0,48	0,73	0,74	0,75	0,84	0,85	2,66	(19,22)
m $\mu_{x \max}$	3,45	3,59	1,33	3,66	1,30	3,67	1,32	3,97	3,45
m $\mu_{y \max}$	4,73	4,79	2,37	4,80	2,36	4,82	2,37	5,21	4,40
m $\mu_{z \max}$	1,32	1,43	2,70	2,22	2,73	2,51	2,70	5,34	(29,82)
Redundanz	4994	4960	5046	4950	5022	4946	5031	4943	4923

Tabelle 4:

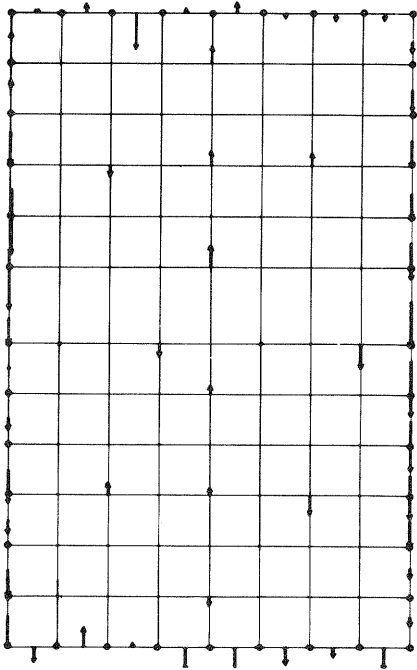
Absolutgenauigkeiten, geordnet nach absteigender Höhen-  
genauigkeit. Die metrischen Werte sind in Metern angegeben.

Die Genauigkeitsergebnisse für alle "aufgelockerten" Höhenpaßpunktverteilungen bestätigen die Wichtigkeit der durchgehenden Höhenpaßpunktketten (in Kettenrichtung:  $\Delta p = 2b!$ ). Deutlich wird der Genauigkeitsabfall bei H 4 und H 4 A aber auch bei H 12,5 und H 12,5 A (vgl. Tabelle 4).  $\mu_z = 0,42 \text{ m} - 0,73 \text{ m}$  (+ 75 %) bzw.  $\mu_z = 0,75 \text{ m} - 0,84 \text{ m}$  (+ 12 %). Bei dichter Paßpunktbesetzung und Höhenketten wirkt sich eine Auflockerung stärker aus als bei einer ohnehin dünneren Paßpunktverteilung.

Die Bedeutung der Randabsicherung für die Höhengenaugkeit sieht man auch bei H 1 ( $\Delta p = 2b$ :  $\mu_z = 0,85 \text{ m}$ ). In Tabelle 4 liefert dagegen H 1 A bei Auflockerung der Paßpunktfolgen in Streifenrichtung ( $\Delta p = 6b$ ) eine dreimal schlechtere Höhengenaugkeit ( $\mu_z = 2,66 \text{ m}$ ). Die Maximalwerte treten im allgemeinen nicht am Blockrand auf. Im Fall dünner Randbesetzung (H 1 A) finden sie sich aber noch am Rand, bei H 1 tendieren sie schon gegen die Blockmitte.

Diese Tendenz bestätigt schließlich Figur 27 im Vergleich mit Figur 26. Die Maxima sind bei H 1 stark systematisch negativ. Sie treten am linken Rand oben und am rechten Rand auf, während im Blockinneren die Verbesserungen in der Größenordnung von ca. 50 cm liegen.

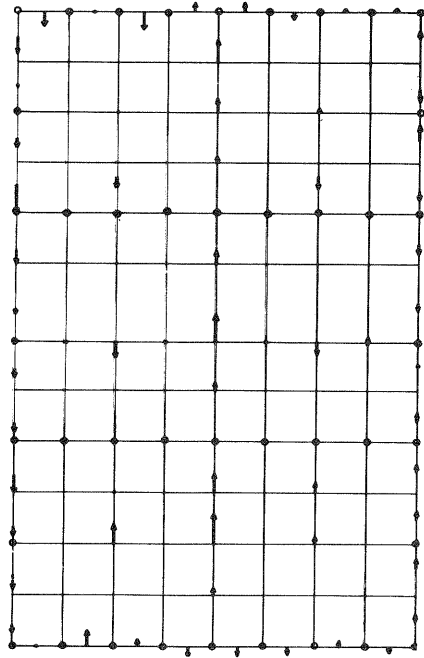
Gibt man zu den 24 Höhenpaßpunkten von H 1 A noch drei weitere dazu, so daß in der Mitte des Blockes senkrecht auf die Flugrichtung eine durchgehende Reihe Höhenpaßpunkte mit Abstand  $\Delta p = 4b$  liegt (H 12,5 A), so verbessert sich die Höhengenaugkeit merklich ( $\mu_z = 0,84 \text{ m}$ ). Im Vergleich mit H 1 ( $\mu_z = 0,85 \text{ m}$ )



Figur 26:

Höhengenauigkeit H 1  
(bei LAGE 1)

Die Restfehler an den Vergleichspunkten sind im Maßstab ca. 1:250 vorzeichenrichtig aufgetragen.



Figur 27:

Höhengenauigkeit H 8  
(bei LAGE 2)

steht sie gleichberechtigt da. Bei zusätzlichen 4 Höhenpaßpunkten (entspricht einer durchgehenden Kette mit  $\Delta p = 2b$ ) sinkt der Wert auf  $\mu_z$  auf 0,74 m. Eine weitere deutliche Steigerung der Höhenkoordinategenauigkeit wird erst wieder erreicht, wenn statt einer durchgehenden Reihe von Höhenpaßpunkten zwei so ausgewählt werden, daß ihr gegenseitiger Abstand etwa 8 Basislängen beträgt (H 8). Am Rand liegt hier zwischen diesen Reihen nur ein Höhenpunkt und dies ist hinreichend wie das Ergebnis von  $\mu_z = 0,48$  m beweist. Wie in Figur 27 erkennbar, treten bei H 8 die maximalen Fehler nicht an den Blockrändern (ca. 30 - 40 cm) sondern im Blockinneren zwischen den Höhenpaßpunktketten auf (ca. 1,30 m). Die Systematik der Fehlervektoren ist hier nicht mehr deutlich.

Bei einer Wirtschaftlichkeitsbetrachtung wird man beachten müssen, daß zum Beispiel im Fall H 4 A (55 Höhenpaßpunkte) das praktische Genauigkeitsergebnis  $\mu_z = 0,73$  m nur etwa das gleiche ist wie in H 12,5 (!) mit 31 Höhenpaßpunkten und deutlich schlechter als H 8 mit 42 Höhenpaßpunkten. Es erweist sich als wirtschaftlicher, nur 31 Höhenpaßpunkte in der Form H 12,5 zu messen als zum Beispiel fast doppelt so viele (55) im Fall von H 4 A (bei vergleichbarer Genauigkeit.).

Wegen der geometrischen Bestimmtheit erweisen sich 2 Basislängen im Inneren als günstiger Höhenpaßpunktabstand (siehe auch Jerie [29] und Ebner [21]). Die angeführten Ergebnisse lassen es notwendig erscheinen, noch weitere Analysen anzustellen, da die Genauigkeiten offenbar durch systematische Fehlereinflüsse

bedingt in ihren Absolutbeträgen noch nicht zufriedenstellend mit den theoretischen Vorhersagen koinzidieren.

c) Lage-Höhenabhängigkeit:

Theoretisch ist eine Abhängigkeit zwischen Lage- und Höhenkoordinaten nach dem mathematischen Ansatz vorhanden. Es ist die Frage zu klären, inwieweit diese Abhängigkeit für die praktischen Blockausgleichungen (bei flachem Gebäude) vernachlässigt werden kann.

In den theoretischen Untersuchungen von Talts (766, Seite 46, Fig. 21) macht der Einfluß zusätzlicher Höhenpaßpunkte auf den mittleren quadratischen Koordinatenfehler in X und Y bis zu 10 % aus. Die dort untersuchten algebraischen Korrelationskoeffizienten ergaben eine Abhängigkeit vor allem zwischen Y- und Z-Koordinaten. Diese Abhängigkeit wird jedoch mit zunehmender Anzahl der Paßpunkte geringer. Einen ähnlichen, wenn auch geringeren Effekt, erkennt man aus der Arbeit von Krack (40, 1973).

Vergleicht man in Tabelle 5 die Fälle a und b sowie b und c, so zeigt sich, daß bei gleicher Anzahl von Lagepaßpunkten und verschiedener Anzahl von Höhenpaßpunkten die Absolutgenauigkeit  $\mu_x$  und  $\mu_y$  um nur 1-2 % differieren und bei fester Anzahl der Höhenpaßpunkte und geänderter Anzahl der Lagepaßpunkte  $\mu_z$  mit etwa 1 % sich kaum ändert. Es zeigt sich also keine Abhängigkeit, auch nicht in Figur 28.

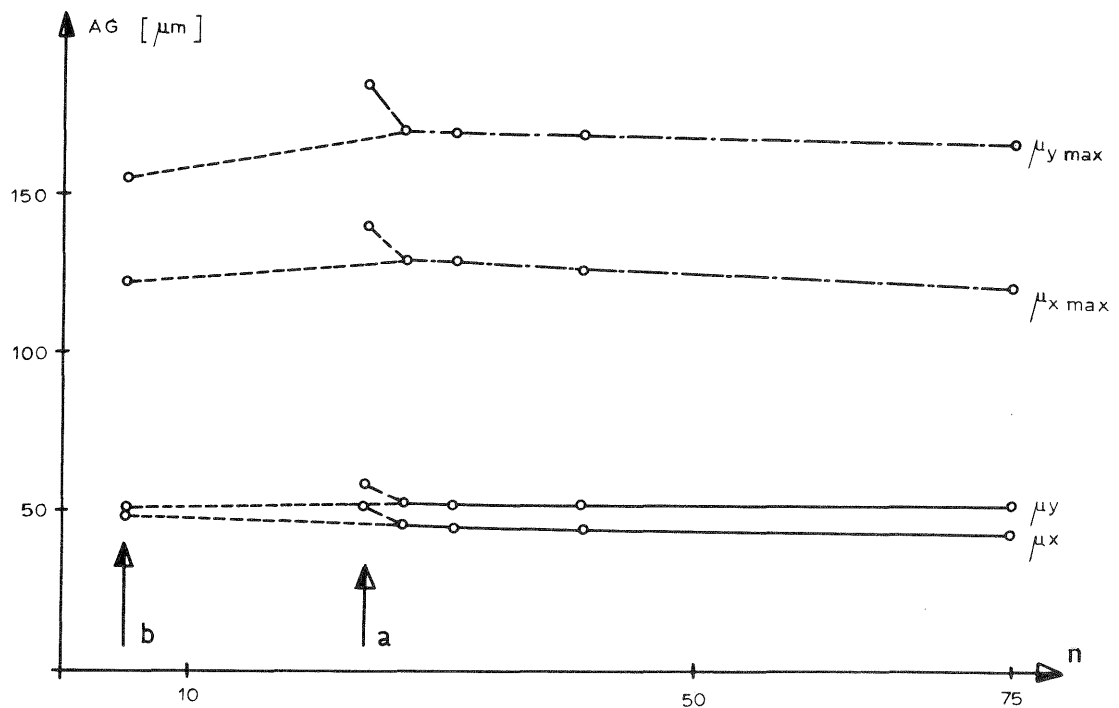
Fall \ [µm]	$\sigma_0$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_z$	IANZ <sub>x,y</sub>	LA	HO	IANZ <sub>z</sub>
a	5'82	11'5	22'3	29'7	40	1)	4)	40
b	5'84	11'4	21'8	26'1	40	1)	3)	31
c	4'17	45'4	52'4	25'9	4	2)	3)	31

Tabelle 5:

Zusammenfassung der Absolutgenauigkeit für drei charakteristische Fälle zur Überprüfung der Lage-Höhenabhängigkeit.

IANZ<sub>x,y</sub> ... Anzahl der Lagepaßpunkte

IANZ<sub>z</sub> ... Anzahl der Höhenpaßpunkte



Figur 28:

Abhängigkeit der Lage-Genauigkeit der Vergleichspunkte von der Anzahl der Höhenpaßpunkte (n) bei LAGE 2.

Zusätzlich (aufgelockerte Höhenpaßpunktstrecken):

Fall a: H 1 A ... keine Höhenpaßpunkte im Blockinneren

Fall b: H 0,25... 4 Höhenpaßpunkte (schlechte Kondition)

Die maximalen Änderungen der Lagegenauigkeiten (AG) bei verschiedenen Höhenpaßpunktverteilungen in Figur 28 betragen in Prozent ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \mu_x &= 4,8 \% & \mu_{x, \max} &= 6,2 \% \\ \mu_y &= 1,3 \% & \mu_{y, \max} &= 2,3 \% \end{aligned}$$

und erweisen sich als gering. Ein Vergleich hingegen von Fall 7 und 8 in Tabelle 3 (H 1 A, H 12,5 A) zeigt, daß bei nur drei zusätzlichen Höhenpaßpunkten die Verbesserungen der Absolutgenauigkeiten in der Lage für  $\mu_x$  und  $\mu_y$  etwa bei 10-12 % und den Maximalbeträgen  $\mu_{x, \max}$  und  $\mu_{y, \max}$  bei 8 % liegen. Noch deutlicher ist der Unterschied zwischen H 4 und H 1 A (11 - 16 %, respektive 10 - 14 %).

Bei vernünftiger Höhenpaßpunktverteilung ist praktisch die Lage-Höhenunabhängigkeit gegeben; Nur bei schwacher Anordnung der Höhenpaßpunkte beginnt der Effekt zu wirken. Also ist nicht nur für eine gute Höhen- sondern auch für eine gesicherte Lagegenauigkeit notwendig, im Blockinneren Höhenpaßpunkte anzuordnen.

d) Sigmanull-Abhängigkeit

Die Werte für Sigmanull der Blockausgleichungen mit 20 % Querüberdeckung weisen

eine deutliche Abhängigkeit von verschiedenen Paßpunktverteilungen auf. Laut Theorie sollte der Wert für  $\sigma_0$  unabhängig vom terrestrischen Festpunktfeld und somit unabhängig von der Paßpunktverteilung sein. Das Gegenteil zeigt der Verlauf von  $\sigma_0$  in Tabelle 6 für die LAGE, wo die Abhängigkeit des mittleren Gewichtseinheitsfehlers von verschiedenen Paßpunktverteilungen untersucht ist. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf systematische Fehler im Block!

LAGE- Bezeich- nung	Mittel aus QMVX QMVY	$\sigma_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	IANZ xy	HÖHEN- Bezeich- nung	$\sigma_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	IANZ <sub>z</sub>
(alle)	5'58	7'13	510	H 4	4'17	75
LAGE 1)	4'05	5'84	40	H 1	4'13	40
LAGE 2)	2'87	4'17	4	H 0'25	4'05	4
H 12'5				LAGE 2		

Tabelle 6:

Abhängigkeit von Sigmanull und des Mittels aus QMVX und QMVY von Lage- und Höhenpaßpunktverteilung.

Bei verschiedenen Lage-(Höhen)Verteilungen sind jeweils dieselben Höhen-(Lage-)Paßpunkte beibehalten.

Metrische Angaben in Mikron.

Ist  $\sigma_0$  bei Verwendung aller Lage- und Höhenpaßpunkte noch 7,13  $\mu\text{m}$ , so fällt der Wert bei abnehmender Anzahl von Lagepaßpunkten auf 5,85  $\mu\text{m}$  bei 40 Lagepaßpunkten und schließlich auf 4,15  $\mu\text{m}$  bei nur 4 Lagepaßpunkten. In ganz ähnlicher Weise verhalten sich die quadratischen Mittelwerte der Verbesserungen der Bildkoordinaten: 5,58  $\mu\text{m}$ , 4,05  $\mu\text{m}$ , 2,87  $\mu\text{m}$ . Sigmanull ist umso kleiner, je weniger Zwänge auftreten.

#### e) Genauigkeit der Paßpunkte

Die terrestrische Bestimmung der Landeskoordinaten der Paßpunkte erfolgte mit dem Ziel, die Lagekoordinaten auf Zentimeter und die Höhen auf Dezimeter (trigonometrische Höhenbestimmung) anzugeben. Der mittlere terrestrische Punktlagefehler wird mit  $\pm 3$  cm, der mittlere Höhenfehler mit  $\pm 10$  cm erwartet. Die Wahl des relativ kleinen Bildmaßstabes (1:28000) sollte für den OEEPE-Versuch Oberschwaben gewährleisten, daß die Genauigkeiten der photogrammetrischen Punktbestimmung nicht noch durch die Größe der terrestrischen Punktlagefehler überlagert wird. Vermutlich beeinflussen trotzdem Spannungen in den terrestrischen Lagekoordinaten (siehe [12] Bauer, Müller 1972) neben systematischen Bildfehlern die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung.

Bei allen Berechnungen wurden die Diagonalelemente der Gewichtskoeffizientenmatrix der Paßpunkte unendlich gesetzt u.a. weil diese Gewichtswahl den Annahmen in den theoretischen Untersuchungen und bei den Modellausgleichungen entspricht.



Das Verhalten von  $\sigma_0$  deutet darauf hin, daß diese Gewichtswahl für die Paßpunkte nicht den tatsächlichen Verhältnissen entspricht. Der Unterschied zwischen den quadratischen Mittelwerten der Bildkoordinaten die Verknüpfungspunkte sind und der Bildkoordinaten die Paßpunkte (QMVPX, QMVPY) sind deutet zusätzlich auf systematische Bildfehler hin. Vergleichen wir dazu in Tabelle 3 die einzelnen Spalten miteinander: Die Genauigkeit der Bildkoordinaten ist offenbar in x- bzw. Streifenrichtung bei nur 4 Lagepaßpunkten um etwa 32 % besser als in y-Richtung, bei 40 Lagepaßpunkten hingegen ist dieser Unterschied nicht mehr so deutlich. Hier beträgt der Genauigkeitsunterschied zwischen x und y 12 %. Interessant ist aber dabei das Verhalten von QMVPX und QMVPY. Ist bei den Bildkoordinaten der 4 Lagepaßpunkte derselbe deutliche Unterschied zwischen x- und y-Koordinaten noch zu bemerken - er beträgt etwa 29 % - so kehrt sich dieser Effekt bei dichter Randbesetzung sogar ins Gegenteil um: die y-Koordinate ist um 6 % besser.

Im Zusammenhang damit sei nochmals auf die Tabelle 6 verwiesen, aus der auch hervorgeht, daß eine veränderte Höhenpaßpunktverteilung den Wert von  $\sigma_0$  und der Absolutgenauigkeit nicht verändert, wogegen sehr wohl eine Abhängigkeit von der Lagepaßpunktverteilung zu erkennen ist.

#### f) Vergleich mit der Theorie:

Mit den Blockausgleichungen des Testfeldes Oberschwaben wurden absolute Genauigkeitsergebnisse erzielt, die im folgenden Abschnitt mit den entsprechenden theoretischen Werten verglichen werden.

Dazu werden einerseits die empirischen Absolutgenauigkeiten in Tabelle 3 relativ zu Sigmanull und andererseits die entsprechenden theoretischen Werte von Brown [26], Ebner [21] und Kunji [45] herangezogen.

Ein quantitativer Vergleich ergibt, daß sich deutliche Unterschiede zur Theorie feststellen lassen, wobei die einzelnen empirischen Werte untereinander recht gut den theoretischen Werten folgen, absolut gesehen aber große Diskrepanzen auftreten.

Deutlich wird dies, wenn man in Tabelle 3 zum Beispiel Fall 3 mit den Ergebnissen von Kunji ([45], Figur 7 und 8 - dichter Rand mit einer Reihe Höhenpaßpunkten in der Blockmitte-) vergleicht, so findet man einmal ein Verhältnis  $\mu_x, \mu_y$  bzw.  $\mu_z$  zu  $\sigma_0$  von 2,0, 3,7 bzw. 4,5, zum anderen Mal für die maximalen Fehler relativ  $\sigma_0$  : 8,0, 14,1 und 16,2. Die theoretischen Werte lauten für  $\mu_x/\sigma_0 = 0,8$ ,  $\mu_y/\sigma_0 = 0,9$ ,  $\mu_z/\sigma_0$  ungefähr 2,8,  $\mu_{x,max}/\sigma_0 = 1,2$ ,  $\mu_{y,max}/\sigma_0 = 1,5$  ( $\mu_{z,max}$  ungefähr 2,8).

Die theoretischen Vorhersagen der Höhengenaugigkeiten stimmen um einiges besser als die der Lagegenaugigkeiten mit den praktischen Resultaten überein.

Kubik hat in diesem Zusammenhang interessante theoretische Untersuchungen angestellt und diese hier empirisch festgestellten Abweichungen von der Theorie vorausgesagt. Kubik hat in [43] theoretisch abzuschätzen versucht, welchen Einfluß systematische Fehler auf die Genauigkeit der Bündelblockausgleichung haben können. Er stellt darin fest, daß einzelne systematische Bilddeformationen im Bündelblock um den Faktor 1,4 ([43], Seite 9) schlechtere Lage-Genaugigkeiten

liefern als im Anblock mit Modellen (!). Wie auch bei den praktischen Resultaten sich herausgestellt hat, wirken sich diese Fehler in erster Linie auf die Lage aus, ihr Einfluß auf die Höhengenaugkeit bleibt gering ("of a moderate magnitude" [43], Seite 7).

Kubik versucht im Vergleich zum Anblock eine Erklärung für die verstärkte Wirkung der systematischen Bilddeformationen auf die Resultate der Bündelausgleichung darin zu finden, daß hier eine "gleichzeitige Behandlung der Lage und Höhe in einer starken Korrelation zwischen Lage- und Höhenfehler resultiert" ([43], Seite 9).

#### 4.3 Maxime der Paßpunktverteilung

1. Lage- und Höhenverteilung können im allgemeinen getrennt betrachtet werden (ebenes Gelände).
2. Dichter Lagepaßpunktrand hat gerade auch bei stark systematischen Fehlern große Vorteile. Zusätzliche Lagepaßpunkte im Blockinneren verbessern die Genauigkeit nicht. Die Maximalfehler treten am Blockrand auf.
3. Am günstigsten ist die Höhenpaßpunktverteilung H 4, jedoch ist der Genauigkeitsverlust gegenüber H 8 oder H 12,5 mit nur einer durchgehenden Paßpunktreihe nicht sehr groß (siehe Figur 25).
4. Wenn schon keine Höhenpaßpunkte im Inneren, dann wenigstens dichter Rand ( $\Delta p = 2b$  über den gesamten Blockrand; entspräche in der Praxis etwa einem in ein Nivellementnetz eingespannten Block), denn schon eine Auflockerung in Streifenrichtung ergibt wesentlich schlechtere Resultate.
5. Ein loses Raster von Höhenpaßpunkten über den gesamten Block zieht ungünstige Genauigkeitseigenschaften nach sich.
6. Ein loses Raster ist theoretisch nur bei 60 % Querüberdeckung zu empfehlen. Die Genauigkeitseigenschaften sind dann allgemein deutlich besser (vergleiche z.B. Schumacher [59], Kilpelä [37], Ebner [21]) - Punkt 3, 4 und 5 sind bei 60 % Querüberdeckung wahrscheinlich ohne praktische Bedeutung.

## 5. MODELLÜBERPRÜFUNG UND WEITERE ENTWICKLUNG

Den theoretischen Genauigkeitsvorhersagen sind durch die Bündelausgleichungen des Blocks Oberschwaben praktische Resultate gegenübergestellt. Sie haben gezeigt, daß die Theorie bezüglich verschiedener Paßpunktanordnungen mit der Praxis gut übereinstimmt, wenn man die Genauigkeitsergebnisse relativ miteinander vergleicht.

Dagegen ist das Verhältnis von  $\mu$  zu  $\sigma_0$  der praktischen Ergebnisse ein deutlicher Hinweis darauf, daß im Material selbst systematische Fehler zu suchen sind. Diese Systematik schlägt sich besonders in der Lage - weniger aber in der Höhengenaugigkeit nieder. Es war daher ein direkter Vergleich der Absolutgenauigkeiten über das errechnete  $\sigma_0$  mit der Theorie nicht möglich. Die Systematik wird auch aus der Analyse der Restfehler klar erkennbar (vgl. Figur 22, 23 und 26, 27).

Die Ergebnisse, wie sie in Kapitel 4. dargelegt wurden, erlauben den Schluß, daß im Material Oberschwaben systematische Fehler von in ihrer Ursache zunächst noch nicht geklärter Art auftreten.

Eine Erklärung versuchen auch die Untersuchungen von Müller und Bauer [12] zu geben. Mit Hilfe der in der Ausgleichung eingeführten zusätzliche Parameter (BAP-Ausgleichung [12]) gelingt es, einen Teil dieses systematischen Effekts als "Scherung" zu identifizieren und durch diese systematischen Fehler kompensierenden Parameter Genauigkeitssteigerungen zu erzielen.

Vergleicht man die Ergebnisse in [12], Tabelle 2 miteinander, so ist die Steigerung der Höhengenaugigkeit unter Berücksichtigung der zusätzliche Parameter zwar vorhanden (31 %), die Lagegenauigkeit ist aber noch deutlicher gesteigert worden (über 50 %). Tendenzmäßig war dies aus den verschiedenen vorliegenden Berechnungen zu erwarten gewesen.

Die durch systematische Fehler verminderten Absolutgenauigkeiten zeigen, daß in Zukunft die systematischen Einflüsse besser Berücksichtigung finden müssen.

Was ist also zu tun?

- a) Mit Kammer- und Testfeldkalibrierungen während des Fluges kann man erreichen, daß die innere Orientierung exakter und somit praktisch fehlerfrei angesetzt werden dürfte. Man wird ferner mit Reseau-Aufnahmen (Kure, u.a. [46]) und Interpolationsverfahren (Kraus [41]) Einflüsse von Filmverzug und Verzeichnung (z.B. tangentielle Verzeichnungskorrektur) in den Griff bekommen und hinreichend kompensieren.
- b) Durch zusätzliche Parameter in den Fehlergleichungen wird man in Zukunft den mathematischen Ansatz verfeinern müssen.

Die Parameter müssen jedoch so gewählt sein, daß untereinander keine Abhängigkeiten auftreten und die Anzahl muß der Blockgröße, Paßpunktanzahl bzw. der Überbestimmung angepaßt sein. Die Kondition der Normalgleichungsmatrix darf nicht wesentlich darunter leiden.

Eine Lösung ist von J. Müller in [51] angegeben. Ausgehend von einer Zusammenstellung von Ansätzen zur Bildkoordinatenkorrektur von Ziemann [71] wählte er zunächst folgenden Ansatz:

$$\begin{aligned}
 x &= x' + (x'y' \cdot z_1 + r'^3 \cdot z_2) \frac{x'}{r'} \\
 y &= y' + (x'y' \cdot z_1 + r'^3 \cdot z_2) \frac{y'}{r'} + y' z_3
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

$x', y'$  ... gemessene Bildkoordinaten  
 $r'$  ... Entfernung des Bildpunktes vom Bildmittelpunkt  
 $z_k$  ... Zusätzliche Unbekannte (Parameter)  
 $1 \leq k \leq 3$

In diesem Ansatz soll  $r'^3$  Fehler in Verzeichnung und Refraktion, sowie in 1. Näherung die Erdkrümmung korrigieren. Die Korrektur in der y-Richtung soll Filmdehnungen quer zur Filmrichtung erfassen. Weitere mit Erfolg angewandte Korrekturen sind vor allem in [12] beschrieben.

In Kapitel 2.4 ist die programmtechnische Verwirklichung dieses Ansatzes mit zusätzlichen Parametern beschrieben. Hier soll darauf hingewiesen werden, daß diese Parameter die Kondition der Normalgleichungsmatrix u.U. stark beeinflussen, besonders wenn Korrelationen zwischen diesen (latent) wirksam werden. Die Ergebnisse der Gesamtausgleichung würden somit verfälscht.

- Erweiterter Ansatz:

Um zu erreichen, daß einerseits die systematischen Bildfehler kompensiert werden und andererseits dabei nicht gleichzeitig die Kondition der Normalgleichungsmatrix geschwächt wird, soll der erweiterte Ansatz abweichend von Müller ((30) und [51]) in der vorliegenden Form erörtert werden (31).

Die linearisierten Fehlergleichungen (7b) werden dazu nicht nur um die zusätzlichen Parameter, sondern um weitere Fehlergleichungen erweitert. In der Bezeichnung von Formel (7b) ergibt sich das gesamte System der linearisierten Fehlergleichungen (31):

$$\begin{aligned}
 v_{i,j} &= K_{i,j} \cdot dk_j + L_{i,j} \cdot dt_i + M_{i,j} dz_i - f_{i,j} \\
 v_{0,j} &= dk_j - f_{0,j} \\
 v_{z,i} &= dz_i - f_{z,i} / G_z
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

$M_{i,j}$  ... Koeffizientenmatrix der unbekannt Parameter (vgl. Formel (30)).

$dz_i$  ... unbekannt Parameter

$f_{z,i}$  ... "Erwartungswerte" für die unbekannt Parameter (z.B. auch Null)

Je nach Kenntnis der Größe der  $f_{z,i}$  und somit der zusätzlichen Parameter wird die Gewichtswahl dafür getroffen ( $G_z$ ). So würde ein geringes Gewicht für ein bestimmtes  $dz_i$  bewirken, daß die Endresultate nicht durch dieses unsichere  $dz_i$  verfälscht werden.

Die Parameter werden im gesamten Bildmaterial gleich gewählt, so daß alle Bilder über diese zusätzlichen Unbekannten "verknüpfen". Die zusätzlichen Parameter können wie z.B. in [12] auch sukzessive angebracht werden.

Die ursprünglichen Normalgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} N_{11} \cdot x + N_{12} \cdot y + N_{13} \cdot z &= h_1 \\ N_{12}^T \cdot x + N_{22} \cdot y + N_{23} \cdot z &= h_2 \\ N_{13}^T \cdot x + N_{23}^T \cdot y + N_{33} \cdot z &= h_3 \end{aligned} \tag{32}$$

Reduzieren wir die Gleichungen (32) auf die unbekannt Parameter und die Orientierungsunbekannten, so sehen die reduzierten Normalgleichungen nach Elimination der unbekannt Geländekoordinaten wie folgt aus:

$$\begin{aligned} (N_{22} - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{12}) \cdot y + (N_{23} - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{13}) \cdot z &= \\ = h_2 - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot h_1 \\ (N_{23} - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{12}) \cdot y + (N_{33} - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{13}) \cdot z &= \\ = h_3 - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot h_1 \end{aligned} \tag{33}$$

Die "banded-bordered"-Matrix hat dann folgende Struktur (vgl. Figur 28):

$$\begin{aligned} \bar{N}_{22} \cdot y + \bar{N}_{23} \cdot z &= \bar{h}_2 \\ \bar{N}_{23}^T \cdot y + \bar{N}_{33} \cdot z &= \bar{h}_3 \end{aligned} \tag{34}$$

Die Lösung kann wie auch bisher submatrizenweise im Kern erfolgen.

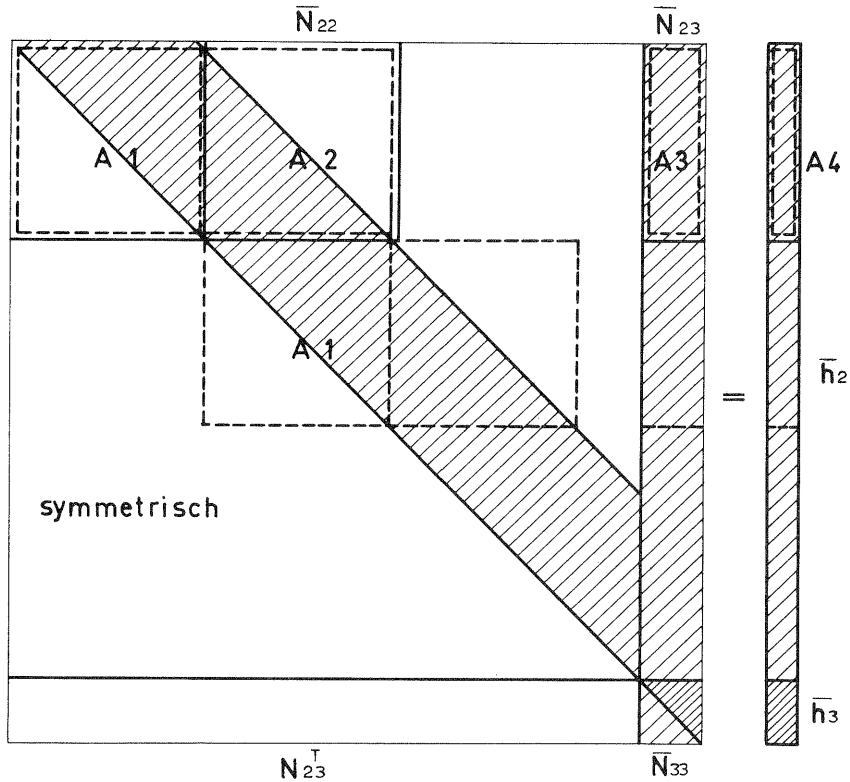
Abschätzung des Mehraufwandes an Rechenzeit für die Auflösung der Normalgleichungen nach Formeln (16):

Unter der Annahme, daß 5 bzw. 10 zusätzliche Parameter sich als sinnvoll erweisen, ergeben sich bei optimaler Auslastung des 56K-Kerns der CDC 6600 die Werte nach Tabelle 7.

Beispiel: 10 Streifen à 20 Bilder ... 200 Bilder  
 20 % Querüberdeckung  
 60 % Längsüberdeckung

Anzahl der Parameter	zusätzliche Rechenzeit	wegen IO	wegen CP
5	+ 18 %	+ 13 %	+ 5 %
10	+ 22 %	+ 13 %	+ 9 %

Tabelle 7: Abschätzung des zusätzlichen Rechenaufwandes.



Figur 28:

Schema der auf die unbekannt orientierten und zusätzlichen Parameter reduzierten Normalgleichungen.

- ... Submatrizen
- ... Submatrizen, die gleichzeitig im Kern des Computers bearbeitet werden
- $A_1$  ... Diagonaldreiecksmatrizen
- $A_2$  ... "volle" Matrix
- $A_3$  ... Matrix mit Anteilen der zusätzlichen Parameter
- $A_4$  ... Rechte Seiten

In Tabelle 7 ist der Einfluß der Plattentransporte (IO) auf die Gesamtrechenzeit deutlich größer als der wegen der erhöhten Multiplikationsanzahl (CP). Außerdem gilt: je größer die Submatrizen gewählt werden können und je größer der Block ist, desto geringer ist der Rechenzeitzuwachs.

Man darf behaupten, daß sich der zusätzliche Rechenzeitaufwand lohnen wird, wenn man dabei die möglichen Genauigkeitsergebnisse mit bis zu 50 % (zum Beispiel bei Bauer und Müller [12]) beachtet.

Literaturverzeichnis

- [1] Ackermann, F. Block Test Oberschwaben, Vorschlag für einen kontrollierten Test, vorgelegt zur Sitzung der Commission A/B der OEEPE am 16.12.1968, Delft.
- [2] Ackermann, F. Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken. BuL 1968, Seite 3-15.
- [3] Ackermann, F. Fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit photogrammetrischer Streifentriangulation, DGK-Reihe C, Nr.: 87, 1965.
- [4] Ackermann, F. Ebner, H. Klein, H. Combined Block-Adjustment of APR-Data and Independent Photogrammetric Models. Presented Paper for Commission III, ISP-Ottawa, 1972.
- [5] Ackermann, F. Ebner, H. Klein, H. Ein Programmpaket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen, BuL 38, Seite 218-224, 1970.
- [6] Ackermann, F. Experiences with Block-Triangulation by Independent Models. Presented Paper to ACSM/ASP-Convention, Washington D.C., March 1972.
- [7] Ackermann, F. Ebner, H. Klein, H. Kraus, K. Heiland, K. Numerische Photogrammetrie - Erfahrungen mit neuen Rechenprogrammen (8 Papers), Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, I 53, Frankfurt 1971.
- [8] Ackermann, F. Der Aerotriangulationstest "Oberschwaben", Vortragskurzfassung der 33. Photogrammetrischen Wochen 1971.
- [9] Amer, F. Digital Block Adjustment, Photogrammetric Record Vol. IV, Nr. 19, 1962, Seite 34-47.
- [10] Anderson, J.M. Summary of Working Group Reports. ISP-Commission III, Ottawa 1972.
- [11] Argyris, J. Die Matrizenmethode der Statik. Ing.-Archiv 25, Seite 174, 1957.
- [12] Bauer, H. Müller, J. Height Accuracy of Blocks and Bundle-Adjustment with Additional Parameters. Presented paper ISP-Ottawa 1972.
- [13] Benutzerhandbuch für das Programm PAT-M am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1972.
- [14] Boniface, P.R.J. The Computation of Large Blocks with Anblock and its Application to Geodetic Survey. ISP-Commission III, Ottawa 1972.
- [15] Brown, D.C. The Simultaneous Adjustment of very large Photogrammetric Blocks. D. Brown Ass. INC., 80 Seiten, 1967.
- [16] Claire, Ch.N. State Plane Coordinate by Automatic Data Processing, CGS-Publication 62-4.
- [17] deVegt, Ebner, H. Blockadjustment Methods in Photographic Astronomy. Astron. & Astrophys. 17, Seite 267-285, 1972.
- [18] Ebner, H. Methoden der räumlichen Blocktriangulation und ihr numerischer Aufwand. ÖZfV 59/5, 1971.
- [19] Ebner, H. Genauigkeitsuntersuchungen zur photogrammetrischen Sternkoordinatenbestimmung durch geschlossene Blockausgleichung. DGK-Reihe C, Nr. 141, 1969.
- [20] Ebner, H. Die theoretische Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke mit bis zu 10000 unabhängigen Modellen. BuL 1970, Seite 225-231.
- [21] Ebner, H. Theoretical Accuracy Models for Block Triangulation. Invited Paper for Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [22] Elassal, A.A. Algorithm for the General Analytical Solution. Photogrammetric Engineering 1969, Seite 1268.

- [23] Forsythe, G. Maler, C.B. Computer Solution of Linear Algebraic Systems, Prentice Hall, N.Y., 1967.
- [24] Gauthier, J.R.R. O'Donell, J.H. Low, B.A. The planimetric Adjustment of very large Blocks of Models, its Application to Topographical Mapping in Canada. Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [25] Gotthardt, E. Einführung in die Ausgleichsrechnung, Verlag H. Wichmann, Karlsruhe, 1968.
- [26] Gyer, M.S. Kenefick, J.F. The Propagation of Random Error in Block Analytical Aerotriangulation. Prepared for Presentation at the 1970 Symposium on Computational Photogrammetry, Olde Colony Motor Lodge, Alexandria, VA./USA, 1970.
- [27] Gyer, M.S. The Inversion of Normal Equations of Analytical Photogrammetry by the Method of Recursive Partitioning, RADC TDR 67-69, Rome Air Development Command, Griffis Air Force Base, N.Y., 1967.
- [28] Gyer, M.S. Kenefick, J.F. Block Analytical Aerotriangulation for Commercial Mapping on a Medium Scale Computer. Proc. of Symposium on Comp. Phot., Syracuse/USA, 1969.
- [29] Jerie, H.G. Theoretical Height Accuracy of Strip and Block Triangulation with and without use of Auxiliary Data. Photogrammetria 1, 1968.
- [30] Jordan, Eggert, Kneissl. Handbuch der Vermessungskunde, Band IIIa/3, Photogrammetrie, 1972.
- [31] Keller, M. Block Analytical Aerotriangulation. ESSA-Technical Report, CGS-35, Nov. 1967.
- [32] Keller, M. Block Adjustment Operation at CGS. Photogrammetric Engineering, 1967, Seite 1266-1275.
- [33] Keller, M. Tewinkel, G.C. Aerotriangulation: Image Coordinate Refinement, CGS-Technical Bulletin Nr. 25, 1965.
- [34] Keller, M. Tewinkel, G.C. Three-Photo Aerotriangulation. CGS-Technical Bulletin Nr. 29, 1966.
- [35] Keller, M. Tewinkel, G.C. Aerotriangulation Strip Adjustment. CGS-Technical Bulletin Nr. 23, 1964.
- [36] Kenefick, J.F. 60 Percent versus 20 Percent Sidelap. Photogrammetric Engineering, June 1968.
- [37] Kilpelä, E. Paßpunktanordnung bei der Bündelausgleichung der analytischen Photogrammetrie. Photogrammetric Journal of Finland, Vol.5, Nr. 1, 1971.
- [38] King, C.W.B. A Method of Block Adjustment. Photogrammetric Record 1967, Seite 381-384.
- [39] Klein, H. Das Rechenprogramm HYCHOL für die Lösung symmetrischer positiv definiter linearer Gleichungssysteme. Conference International sur les Methodes de l'Informatique en Géodésie, Sofia 1971.
- [40] Krack, K. Untersuchungen der Höhengenaugigkeit in Bündelblöcken. Diplomarbeit am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1972.
- [41] Kraus, K. Interpolation nach Kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie, BuL 1972, Seite 7-12.
- [42] Kubik, K. Survey of Methods in Analytical Block Triangulation - ITC-Publications A39, 1967.
- [43] Kubik, K. The Effect of Systematic Image Errors in Block Triangulation. ITC-Publications and Invited Paper to Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [44] Kubik, K. Kuré, J. ISP-Investigation into the Accuracy of Photogrammetric Triangulation. Invited Paper for Commission III, ISP-Ottawa, 1972.



- [45] Kunji, B. The Accuracy of Spatially Adjusted Blocks. Presented Paper at the 11th Congress of ISP, Lausanne 1968.
- [46] Kuré, J. Rijsdeijk, J.G. Visser, J. OEEPE Oberschwaben: Reseau Investigations, Photogrammetria 1971, Nr. 27, Seite 169-199.
- [47] Linkwitz, K. Schek, H.J. Einige Bemerkungen für die Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen. Ing.-Archiv 40, Seite 145-158, 1971.
- [48] Matos, R.A. Multiple Station Analytic Triangulation (MUSAT). Photogrammetric Engineering, 1971, Seite 173f.
- [49] Meixner, H. A Universal Computer Program for Analytical Aerotriangulation. Presented Paper for Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [50] Mohl, H. Vergleichende fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit verschiedener Verfahren der photogrammetrischen Streifentriangulation, DGK-Reihe C, Nr. 149, 1970.
- [51] Müller, J. Blocktriangulation mit Verbesserung der Inneren Orientierung. BuL 39/3, Seite 107-122, 1971.
- [52] Müller, J. Blockweise Aerotriangulation nach Schmid/Müller, Programmbeschreibung. Manuskript 1971.
- [53] Pope, A.J. Some Pitfalls to be avoided in the Iterative Adjustment of nonlinear Problems. ASP-Meeting, March 1972, Seite 449-477.
- [54] Proctor, D.W. The Adjustment of Aerial-Triangulation by Electronic Digital Computers. Photogrammetric Record 1962, Seite 24-33.
- [55] Schenk, T. Nochmals: Darstellungen von Verzeichnungscurven mittels Potenzreihen. BuL 39, Seite 127-130, 1971.
- [56] Schenk, T. Numerische Untersuchungen zur photogrammetrischen Blocktriangulation nach der Bündelmethode. Dissertation Zürich, 1972.
- [57] Schenk, T. Untersuchungen zur Kondition von Normalgleichungen der Blocktriangulation nach der Bündelmethode. Presented Paper for Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [58] Schmid, H.H. Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie, BuL 1958, Seite 105-113.
- [59] Schumacher, R. Untersuchungen der Genauigkeit in Modellblöcken. Diplomarbeit am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1972.
- [60] Schut, G.H. Experiences with Analytical Methods in Photogrammetry. Photogrammetric Engineering 1960, Seite 564-570.
- [61] Schut, G.H. Development of Programs for Strip and Block Adjustment at the NRC of Canada. NRC-7632, 1963.
- [62] Schut, G.H. A FORTRAN-Program for the Adjustment of Strips and Blocks by Polynomial Transformations. NRCC-9265, 1968.
- [63] Schwarz, H.R. Numerik symmetrischer Matrizen. Teubner Verlag, Stuttgart, 1968.
- [64] Sonderveröffentlichung der OEEPE Nr. 6: Das Versuchsfeld Oberschwaben. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Seite 34-39, Verlag des IfAG.
- [65] Stiefel, E. Einführung in die Numerische Mathematik. Teubner-Verlag Stuttgart, 1961.
- [66] Talts, J. On the Theoretical Accuracy of Rigorous Block Adjustment in Planimetry and Elevation. Presented Paper for Commission III, ISP-Lausanne 1968.
- [67] Vermeir, P.A. La Triangulation Aérienne - Propagation des Erreurs et Compensation. Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie Nr. 35, Seite 17-57, 1954.

- [68] Wolfrum, O. Iterative Verfahren der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen und einige Beispiele ihrer Anwendung bei geodätischen Lagenetzen. DGK-Reihe C, Nr. 143, 1969.
- [69] Wunderlich, W. Zur Leistungssteigerung großmaßstäbiger Luftauswertungen. Wiss. Arbeit der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der T.U. Hannover, Nr. 15, 1961.
- [70] Zarzycki, J.M. Experience in Guyana with Aerodist as Part of a Mapping System, BuL 1970/1, Seite 8-15.
- [71] Ziemann, H. Untersuchungen an Reseau-Aufnahmen. DGK-Reihe C, Nr. 104, 1967.
- [72] Zurmühl, R. Matrizen und ihre Technischen Anwendungen. Springer-Verlag, 1961.

#### CURRICULUM VITAE

Ich bin am 8. Januar 1948 in Wien (Österreich) als Sohn des Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen Dipl.Ing. Dr. techn. Erich Meixner und seiner Gattin Maria geb. Leitner geboren. Ich besuchte die Volksschule in Wien und habe nach acht Jahren die Mittelschule am Kollegium Kalksburg, Wien, mit der Reifeprüfung mit ausgezeichnetem Erfolg 1966 abgeschlossen.

Das Studium für Vermessungswesen begann ich im selben Jahr an der Technischen Hochschule in Wien. Während der Ferialmonate im Sommer der folgenden vier Studienjahre war ich mit Vermessungsarbeiten 1967 im Iran, 1968 in Schweden und 1969 in England betraut. Im Sommersemester 1970 bestand ich die 2. Staats-(Diplom)-prüfung mit sehr gutem Erfolg. Unmittelbar danach wurde ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen, Prof. K. Linkwitz, Stuttgart angestellt. Hier hatte ich Gelegenheit, mich in die Probleme der Statik, in die Datenverarbeitung und den Umgang mit Großsystemen einzuarbeiten. Im Besonderen betraf meine Tätigkeit die Mitarbeit bei der Berechnung der Seilnetzkonstruktionen für die Dächer der Olympiasportstätten in München.

Im Frühjahr 1971 wurde ich wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Photogrammetrie Prof. F. Ackermann, Stuttgart. Hier konnte ich meine Ausbildung vor allem auf dem Gebiet der Photogrammetrie und Datenverarbeitung vertiefen. Meine praktische Tätigkeit lag vorallem auf der numerischen Photogrammetrie, der Ausgleichung großer Blöcke und der technischen Mitarbeit an Computerprogrammen. Seit Sommer 1972 bin ich im Vermessungsbüro meines Vaters angestellt.