

Vergleichende fehlertheoretische Untersuchungen  
über die Genauigkeit verschiedener Verfahren  
der photogrammetrischen Streifentriangulation

Von der Fakultät für Bauwesen  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

Vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Hans Mohl  
geboren zu Oberndorf/Neckar

München 1970

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

8 München 22, Marstallplatz 8

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. K. Linkwitz  
Tag der Einreichung: 5. November 1969  
Tag der mündlichen Prüfung: 22. Dezember 1969

---

Copyright 1970 by Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: TYPO-DRUCK-DIENST H. R. Scheffel, München, Gabelsbergerstr. 36

INHALTSVERZEICHNIS	Seite
VORWORT	1
1. Einführung	1
2. Aufgabenstellung	1
<u>I. Theoretische Grundlagen der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen</u>	4
1. Problemstellung	4
2. Mathematische Modelle der Aerotriangulation	7
2.1 Stochastische Modelle	8
2.2 Funktionale Modelle	8
2.3 Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten, allgemeine Formulierung	10
3. Ein übergeordnetes stochastisches Modell für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen	10
3.1 Eine gemeinsame stochastische Grundlage	10
3.2 Bildkoordinaten als stochastische Größen	12
3.3 Zur Frage der Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten	12
3.4 Ein vereinfachter Ansatz für die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten	13
4. Ein übergeordnetes funktionales Modell für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen	13
4.1 Die Grundgleichungen der Lösung nach H. Schmid in nichtlinearer Form	14
4.2 Voraussetzungen für die Linearisierung, Linearform der Verbesserungsgleichungen	19
4.3 Die Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen für ein Bündel	19
4.4 Aufbau der Koeffizienten-Matrizen verschiedener Verfahren aus der Matrix des Bündels, 2 Beispiele	20
<u>II. Die verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation; Bereitstellung von Rechenformeln zur Ermittlung ihrer Genauigkeit - Rechenprogramme</u>	25
1. Vorbemerkungen	25
1.1 Allgemeines	25
1.2 Das zugrundegelegte Streifenkoordinatensystem	26
1.3 Die Paßpunktverteilung	26
1.4 Die Bildkoordinaten	26
2. Beschreibung der verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation; Formelansätze, Matrizenstrukturen	27
2.1 Die Streifentriangulation mit Bündeln	27
2.11 Das Verfahren	27
2.12 Die allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen	27
2.2 Die Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (räumlich)	30
2.21 Das Verfahren	30
2.22 Das funktionale Modell der Triangulation mit unabhängigen Stereomodellen	31
2.23 Allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichgn.	32

	Seite
2.24 Zwei Versionen der Triangulation mit räumlichen unabhängigen Modellen	34
2.3 Die Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (eben) - ANBLOCK-Methode -	34
2.31 Vorbemerkungen	34
2.32 Verbesserungsgleichungen der Anblockmethode	35
2.33 Die allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen	36
2.4 Die Streifenbildung nach verschiedenen Aeropolygonverfahren	38
2.41 Vorbemerkungen	38
2.42 Verschiedene Verfahren des Bildanschlusses - Koeffizientenmatrizen der Verbesserungsgleichungen -	38
2.421 Der klassische Folgebildanschluß	39
2.422 Folgebildanschluß mit Anknüpfung an die Höhen dreier Übertragungspunkte	39
2.423 Folgebildanschluß mit vollem Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten	40
2.424 Die Tripletlösung	41
2.5 Ausgleichung frei triangulierter Streifen	42
2.51 Einführung	42
2.52 Darstellung der Formelansätze für verschiedene Verfahren der Streifenausgleichung	44
2.521 Die räumliche Ähnlichkeitstransformation	44
2.522 Zwei Ansätze für Polynomausgleichungen	46
2.523 Die strenge Streifenausgleichung nach Ackermann	48
3. Das Prinzip der Genauigkeitsberechnung für die verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation	53
3.1 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifentriangulation mit Bündeln	53
3.2 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen	54
3.21 Modellkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten	54
3.22 Freie und ausgeglichene Streifenkoordinaten als Funktion der Modellkoordinaten	57
3.23 Die Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten	58
3.24 Zur Genauigkeit der Anblockausgleichung	59
3.3 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung beim Streifenaufbau nach verschiedenen Aeropolygonverfahren	60
3.31 Problemstellung	60
3.32 Modellkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten und der Anschlußparameter	60
3.33 Freie Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten - Beispiel 2. Modell -	62
3.34 Freie Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten - Lösung in Phasen -	62
3.35 Freie, gemittelte Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten	65
3.36 Die Genauigkeit freier Streifenkoordinaten	65
3.4 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifenausgleichung	65
3.41 Vorbemerkungen	65
3.42 Die Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten	67



	Seite
4. Bemerkungen zu den Rechenprogrammen, Zusammenstellung der Rechenformeln, Programmübersicht	69
4.1 Allgemeines zur Programmierung	69
4.2 Zusammenstellung der Rechenformeln	70
4.3 Übersicht über die verwendeten Programme	71
4.4 Eingabedaten	72
<u>III. Verallgemeinerung des stochastischen Modells</u>	72
- korrelierte Bildkoordinaten	
1. Einführung und Problemstellung	72
2. Größenordnung systematischer Fehlereinflüsse	73
3. Grundgedanken der Herleitung allgemeinerer Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten	73
4. Herleitung von allgemeineren Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten	74
<u>IV. Ergebnisse der theoretischen Genauigkeitsberechnungen - Die Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten bei verschiedenen Verfahren der Streifentriangulation</u>	81
1. Vorbemerkungen	81
2. Ergebnisse	82
2.1 Ergebnisse auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten	83
2.2 Ergebnisse auf der Grundlage korrelierter Bildkoordinaten	96
3. Bemerkungen zur Interpretation der Ergebnisse	101
3.1 Bildmaßstab, Gewichtseinheitsfehler	101
3.2 Asymmetrien bei den Ergebnissen	102
<u>V. Interpretation und Diskussion der Ergebnisse</u>	104
1. Einführung	104
2. Einige Gesichtspunkte zur Methodik der Genauigkeitsvergleiche	105
3. Interpretation der Ergebnisse, die sich aus verschiedenen Fehlerannahmen im Bild ergeben - Folgerungen für die weitere Auswertung	106
3.1 Vorbemerkung	106
3.2 Vergleich zweier Triangulationsverfahren in Abhängigkeit von vier verschiedenen Fehlerannahmen im Bild	108
3.3 Vergleich aller Triangulationsverfahren, die mit zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild berechnet wurden - Genauigkeitsrangfolge, Verhältnis $x : y : z$ , Verhältnis Rand : Achse -	112
3.4 Vergleich mittlerer Koordinatenfehler längs des Gesamtstreifens für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild	117
3.41 Gegenüberstellung verschiedener Streifenausgleichungsverfahren	117
3.42 Gegenüberstellung zweier Versionen der Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen	118
3.43 Gegenüberstellung dreier Aeropolygonverfahren	119

	Seite
3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse aus V, 3. - Folgerungen für die weitere Auswertung	127
4. Vergleichende Genauigkeitsuntersuchungen auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten	128
4.1 Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifen- ausgleichungsverfahren	128
4.2 Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifen- bildungsverfahren	135
4.21 Endfreie Streifen	135
4.22 Genauigkeitsunterschiede nach der Streifenausgleichung	140
4.3 Zur Höhengenaugigkeit ausgeglichener Streifenpunkte in Abhängigkeit vom Bildwinkel und vom Triangulationsverfahren	148
4.4 Zur Genauigkeit der Anblockmethode - Vergleich mit räumlichen unabhängigen Modellen	153
4.41 Vorbemerkungen	153
4.42 Beziehungen zwischen verschiedenartigen Genauigkeits- angaben über die Anblockmethode	153
4.43 Genauigkeitsvergleich zwischen der Anblockmethode und der räumlichen Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen	154
4.5 Genauigkeitsunterschiede zwischen allen untersuchten Strei- fentriangulationsverfahren - zusammenfassende Darstellung	156
4.51 Vorbemerkungen	156
4.52 Allgemeine Diskussion der Genauigkeitsunterschiede	157
4.521 Unterschiede in der Höhengenaugigkeit (z)	157
4.522 Genauigkeitsunterschiede in x	157
4.523 Genauigkeitsunterschiede in y	158
4.53 Strenge Streifentriangulationsverfahren im Gegensatz zu einfacheren Verfahren der Streifenbildung und -ausgleichung	158
4.531 Direkte Streifentriangulation	160
4.532 Streifenbildungsverfahren	160
4.533 Streifenausgleichungsverfahren	160
4.534 Betrachtung über die Genauigkeitsunterschiede zwischen mehr oder weniger strengen Verfahren - Gegenüberstellung mit einfacheren Verfahren	161
4.54 Gegenseitige Ersetzbarkeit von strenger Streifenbildung/ einfacher Streifenausgleichung und einfacher Streifen- bildung/strenger Streifenausgleichung in Bezug auf die Genauigkeit des Gesamtergebnisses	161
 VI. <u>Wertung der Ergebnisse und Schlußwort</u>	 170
 LITERATURVERZEICHNIS	 173
 Lebenslauf	 175

VERZEICHNIS DER TAFELN	Seite
TAFEL 1 : Funktionale Modelle verschiedener Verfahren der Streifen- triangulation und -ausgleichung	9
TAFEL 2 : Linearform der Verbesserungsgleichungen (Bündellösung)	18
TAFELN 3a und 3b : Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für ein Bündel	21
TAFEL 4 : Zusammenstellung der Rechenformeln zur Ermittlung der Genauig- keit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten für die zu untersuchenden Verfahren	70
TAFEL 5 : Allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten	78
TAFEL 6 : Korrelationskoeffizienten	80
TAFEL 7 : Zusammenstellung der auf der Grundlage <u>gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten</u> untersuchten Streifentriangulationsverfahren	83
TAFEL 8 : Zusammenstellung der auf der Grundlage <u>korrelierter Bild- koordinaten</u> untersuchten Streifentriangulationsverfahren	96
TAFEL 9 : Abkürzungen in den graphischen Darstellungen	107



## VORWORT

### 1. Einführung

Während dreier Jahrzehnte wurden unter dem Begriff der räumlichen Aerotriangulation vornehmlich die Verfahren der Streifentriangulation verstanden, die durch Streifenbildung im Analoggerät mit anschließender Transformation und Ausglei-  
chung auf die Paßpunktdaten gekennzeichnet sind.

Durch Einführung der elektronischen Rechnung wurde die Aerotriangulation binnen weniger Jahre grundlegend gewandelt. Die ersten analytischen Verfahren folgten allerdings bei der Streifenbildung und -ausgleichung weitgehend der klassischen Methode der Streifentriangulation. Später wurden jedoch strengere Lösungen für den Streifenaufbau und die Streifenausgleichung vorgeschlagen. Es seien hier nur die Streifenbildung mit Triplets (Mikhail [25]) und die auf die Theorie der Übertragungselemente von Vermeir [38] gegründete strenge Streifenausgleichung (Ackermann [1], [2]) erwähnt. Über verschiedene Verfahren der Blockausgleichung ist die Entwicklung inzwischen bis zur Blocktriangulation mit Bündeln fortgeschritten.

Die elektronische Rechnung gab jedoch nicht nur den Anstoß zur Entwicklung neuer Verfahren, sondern stellt auch ein entscheidendes Hilfsmittel für die eingehende Durchforschung der Genauigkeitsleistung der Aerotriangulation dar. Es seien hier die theoretischen Genauigkeitsuntersuchungen von Ackermann [3], [5], Jerie [18], Kunji [20] und Talts [35] erwähnt. Inzwischen sind die allgemeinen Genauigkeitsleistungen von Streifen- und Blocktriangulationen weitgehend bekannt: Es kann unter anderem als geklärt gelten, welche Paßpunktverteilungen in Streifen und Blöcken besonders günstige Ergebnisse liefern oder welcher Polynomtyp für eine Streifenausgleichung zweckmäßig gewählt wird. Es ist außerdem bekannt, daß die Blocktriangulation erhebliche Vorzüge gegenüber der Streifentriangulation aufweist, was Genauigkeit und Anpassungsfähigkeit an die Paßpunktverteilung betrifft.

Über Genauigkeitsvergleiche der verschiedenen Verfahren der Streifen- bzw. der Blocktriangulation untereinander weiß man bisher jedoch wenig. Vergleichende Untersuchungen von Gotthardt [12], Heimes [17], Lehmann [21] und Schwarz [33] beziehen sich auf den Bereich des Einzelmodells oder des Triplets. Untersuchungen von Moellmann [26] vergleichen die Streifentriangulation mit Modellen und Triplets. - Auf dem Gebiet der Blocktriangulation stehen vergleichende Untersuchungen überhaupt aus.

Obwohl die Streifentriangulation in zunehmendem Maße durch die Blocktriangulation abgelöst wird, besteht nach wie vor wissenschaftlich und praktisch die Aufgabe, die wichtigsten Verfahren der Streifentriangulation auf einer gemeinsamen Grundlage zu vergleichen, um Aufschluß über ihre relativen Genauigkeitsleistungen zu erhalten. Entsprechende Untersuchungen sind auch auf dem Gebiet der Blocktriangulation wünschenswert.

### 2. Aufgabenstellung

Die vorliegende Arbeit stellt sich zur Aufgabe, verschiedene Verfahren der Streifentriangulation im Hinblick auf ihre theoretisch zu erwartenden Genauigkeiten

miteinander zu vergleichen.

In die Untersuchungen werden einerseits verschiedene Streifenbildungsverfahren - kombiniert mit unterschiedlichen Streifenausgleichungsverfahren - einbezogen, andererseits Verfahren, die unmittelbar Streifenbildung und -ausgleichung liefern. Bei den Streifenbildungsverfahren sollen verschiedene Methoden des Folgebildanschlusses mit der Tripletlösung, mit dem Streifenaufbau aus unabhängigen Modellen und mit dem direkten Streifenaufbau aus Bündeln verglichen werden. Bei den Streifenausgleichungsverfahren werden die strenge Streifenausgleichung, die Ausgleichung mit Polynomen 2. Grades und mit konformen Polynomen 2. Grades und die räumliche Ähnlichkeitstransformation behandelt. Bei den direkten Triangulationsverfahren wird die Bündellösung der Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen und dem Anblock-Verfahren [37] gegenübergestellt. Damit sind die praktisch interessierenden Fälle im wesentlichen erfaßt. - Verfahren, die mit Hilfsdaten arbeiten, bleiben allerdings ausgeklammert.

Aus Arbeiten von Ackermann [2], [3] ist das allgemeine Verhalten der Streifen in Abhängigkeit von der Streifenlänge und den Paßpunktintervallen bekannt. Die Ergebnisse gelten für verschiedene Ausgleichungsmethoden. Ackermann konnte plausibel machen, daß alle Streifenbildungs- und -ausgleichungsverfahren in erster Näherung den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen. Beim Vergleich von Verfahren kann es sich nicht um die Wiederholung solcher Untersuchungen handeln. Vielmehr scheint es zweckmäßig zu sein, die Vergleiche zunächst für einen bestimmten Fall anzustellen. Aus praktischen Gründen der Beschränkung des Rechenaufwandes wurde die Untersuchung auf einen Streifen mit 10 Modellen und zwei verschiedene Paßpunktanordnungen beschränkt, was für die Aufgabenstellung als hinreichend repräsentativ gelten kann.

Die Untersuchungen erfolgen auf theoretischem Wege. Unter dem Begriff "Genauigkeit" sind die theoretischen mittleren Fehler der Koordinaten zu verstehen. Es werden die vollständigen Gewichtskoeffizienten-Matrizen der Streifenkoordinaten endfreier- und eingepaßter Streifen ermittelt. Aufgrund dieser theoretischen Ergebnisse wird versucht, die wesentlichen Genauigkeitsunterschiede der untersuchten Verfahren herauszuarbeiten und zu diskutieren.

Um die Voraussetzungen für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen darzulegen, werden in Kapitel I die theoretischen Grundlagen solcher Vergleiche behandelt. In Kapitel II werden die speziellen Annahmen für die einzelnen zu untersuchenden Verfahren erarbeitet und die Rechenformeln zur Ermittlung ihrer Genauigkeit aufgestellt. Kapitel II schließt mit einer Zusammenstellung der Rechenformeln und einem Abriß über die benutzten Rechenprogramme.

In Kapitel III wird das in I eingeführte und dem Hauptteil der Untersuchungen zugrundeliegende einfache stochastische Modell erweitert; die mit den verschiedenen stochastischen Modellen erzielten Ergebnisse lassen Aussagen über den vermutlichen Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen zu. Kapitel IV enthält die gesamten theoretischen Rechenergebnisse in Tabellenform und gibt Erläuterungen zu ihrer Interpretation.

In Kapitel V werden die eigentlichen Genauigkeitsvergleiche aufgrund der Ergeb-

nisse angestellt und durch graphische Darstellungen veranschaulicht. Kapitel VI ist der kritischen Wertung der Ergebnisse vorbehalten, es werden Aussagen über den vermutlichen Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen gemacht und Schlußfolgerungen gezogen.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und die allzeit bereitwillige Förderung möchte der Verfasser an dieser Stelle Herrn Professor Dr.-Ing. F. Ackermann herzlich Dank sagen. Dank gebührt auch dem Rechenzentrum der Universität Stuttgart für die Gewährung umfangreicher Rechenzeit.

## I. Theoretische Grundlagen der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen

### 1. Problemstellung

Unter Aerotriangulation verstand man stets die Überbrückung und Verdichtung festpunktloser Räume unter Verwendung photogrammetrischer Mittel. Heute bedeutet Aerotriangulation ganz allgemein die Koordinatenbestimmung mit photogrammetrischen Mitteln, sofern zumindest ein Streifen- oder Blockverband von mehreren Luftbildern beteiligt ist. Diese Charakterisierung der Aerotriangulation umfaßt eine Vielzahl verschiedener Verfahren, die sich vom geräte- und rechentechnischen Standpunkt aus zum Teil erheblich unterscheiden. Diagramm 1 soll einen Überblick über die wichtigsten, zur Zeit gebräuchlichen Methoden der Aerotriangulation vermitteln. Man erkennt, daß zwischen dem Datenträger, dem Luftbild und dem Endprodukt der Aerotriangulation, den ausgeglichenen Streifen- oder Blockkoordinaten, verschiedenartige Auswerteprozesse stattfinden, die teilweise direkt, teilweise aber auch über mehrere Zwischenstufen zum Ergebnis führen. Die Aufgliederung in verschiedene Verfahren beginnt unmittelbar beim Luftbild, nämlich bei der Auswertung des Bildinhalts in verschiedenen Geräten (Komparatoren bzw. Stereoauswertegeräten). Im einen Fall sind Bildkoordinaten, im anderen Fall Modell- bzw. Streifenkoordinaten die Ergebnisse dieser ersten Auswertestufe. Die Beziehungen zwischen Bildraum und Dingraum werden bei den von Komparatormessungen ausgehenden Verfahren rechnerisch (digital) verwertet, bei den Stereoauswertegeräten durch mechanische oder optische Lenker (analog) verwirklicht. Dabei handelt es sich um eine verfahrenstechnisch unterschiedliche Behandlung ein und derselben mathematischen Zusammenhänge. Bekanntlich beruhen ja beide Lösungen auf den geometrischen Beziehungen der Zentralperspektive.

Numerische Prozesse setzen bei den einzelnen Verfahren in verschiedenen Stadien des Gesamtablaufs ein: Bei rein analytischen Verfahren unmittelbar bei Bildkoordinaten, bei analogen Verfahren entweder bei Modellkoordinaten oder erst bei Streifenkoordinaten.

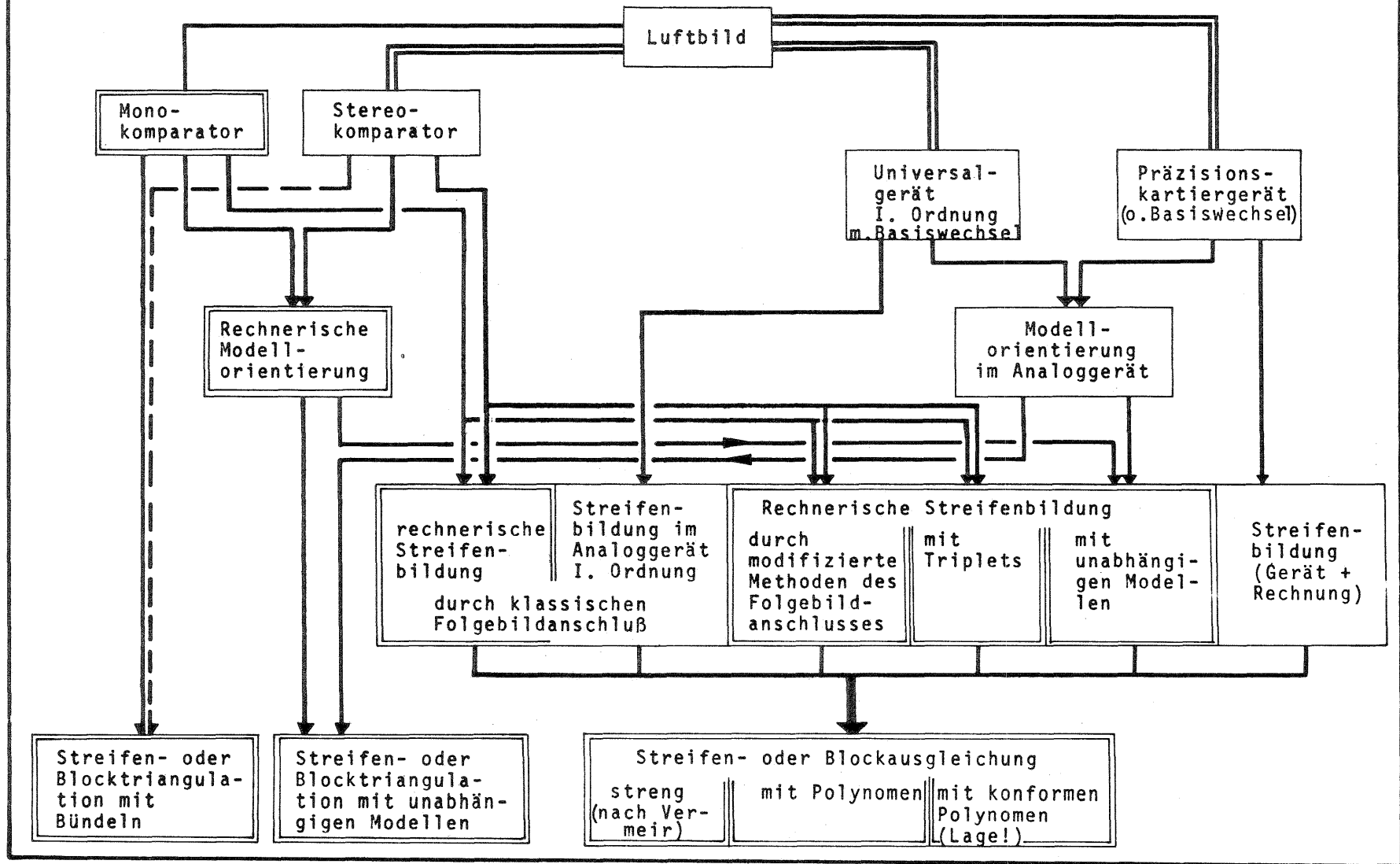
Für Genauigkeitsuntersuchungen stehen im wesentlichen drei Methoden zur Verfügung, die sich weitgehend unterscheiden. Sie seien durch die folgenden Stichworte gekennzeichnet: Experimentell, numerische Simulation, fehlertheoretisch.

Eine sehr aufwendige Methode stellt die experimentelle Untersuchung dar: Verschiedene Triangulationsverfahren werden hier möglichst mit unterschiedlichem Bildmaterial erprobt, wobei die Ergebnisse am besten mit Sollwerten eines genauen Testfeldes verglichen werden. Experimentelle Untersuchungen lassen auch bei einer sehr großen Zahl von Testreihen keine signifikanten Aussagen über die Genauigkeits-Feinstruktur eines Verfahrens zu. Sie können allerdings für bestimmte charakteristische Parameter zuverlässige Schätzungen liefern und sind insofern geeignet, theoretisch ermittelte Genauigkeitsergebnisse absolut zu eichen und wenigstens die Verträglichkeit der Resultate mit den theoretischen zu bestätigen. Für die hier gestellte Aufgabe erscheinen also experimentelle Untersuchungen zunächst nicht zweckmäßig, sie können jedoch nach Erarbeitung der theoretischen Ergebnisse nachgeholt werden, zum Beispiel im Zusammenhang mit dem Block-Test "Oberschwaben" der O.E.E.P.E., Kommission A/B (siehe Ackermann [6]).



DIAGRAMM 1

Obersicht über Verfahren der Aerotriangulation



In Arbeiten von Nasu, Kaji, Kamiya [27] und Moellmann [26] wird die "Monte-Carlo-Methode" angewandt. Sie unterscheidet sich von der experimentellen Methode im wesentlichen dadurch, daß "Beobachtungen" aufgrund eingegabener Wahrscheinlichkeitsverteilungen im Computer erzeugt und daß Sollkoordinaten aus fehlerfreien Ausgangsdaten errechnet werden. Die Methode scheint insofern wirtschaftlicher zu sein und vor allem schneller und übersichtlicher zum Ziel zu führen als ein experimentelles Verfahren (eine große Zahl von Testreihen kann in kurzer Zeit durchgerechnet werden). Die Ergebnisse bedürften jedoch wie fehlertheoretisch ermittelte der Eichung durch experimentelle Untersuchungen. Die Methode der numerischen Simulierung kann allerdings über die Feinstruktur eines Verfahrens eher Aufschluß geben als die experimentelle Untersuchung, da sie sich einer sehr viel größeren Zahl von Testreihen bedienen kann. Obwohl die Methode infrage käme, wird hier der dritten Methode der Vorzug gegeben.

Für die Genauigkeitsvergleiche verschiedener Verfahren scheinen fehlertheoretische Untersuchungen besonders geeignet zu sein, da hier aufgrund der funktionalen Beziehungen und eines übergeordneten stochastischen Modells die Wahrscheinlichkeitsverteilungen aller interessierenden Größen durch Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes direkt errechnet werden können. Für vergleichende Untersuchungen ist die absolute Eichung der Ergebnisse von sekundärer Bedeutung, sie kann jedoch nachträglich durch experimentelle Untersuchungen erfolgen.

Setzt man sich zum Ziel, die Genauigkeitsleistungen verschiedener Verfahren der Streifentriangulation fehlertheoretisch miteinander zu vergleichen, wobei in erster Linie die Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten interessiert, ist es zweckmäßig, auf einen gemeinsamen Ausgangspunkt aller Verfahren zurückzugehen.

Kennt man nämlich die mathematischen Beziehungen zwischen den Ausgangsdaten (Bild-, Modell- bzw. Streifenkoordinaten) und den Endergebnissen (ausgeglichene Streifenkoordinaten) und sind auch die Fehlereigenschaften aller beteiligten stochastischen Größen bekannt, mit anderen Worten, weiß man über die zugrundeliegenden funktionalen bzw. stochastischen Modelle Bescheid, können die Fehlereigenschaften der Ergebnisse unter Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ermittelt werden.

Es wird nun Aufgabe einer ersten Voruntersuchung sein, ein mathematisches Modell<sup>†)</sup> zu definieren, das für den Genauigkeitsvergleich als brauchbar gelten kann. - Die sichersten vergleichenden Aussagen würde ein allen Verfahren übergeordnetes mathematisches Modell zulassen; es wird sich zeigen, daß ein solches Modell nur mit einigen Vorbehalten angegeben werden kann.

---

<sup>†)</sup> funktionales und stochastisches Modell werden häufig unter dem Oberbegriff "Mathematisches Modell" zusammengefaßt.

## 2. Mathematische Modelle der Aerotriangulation

Im folgenden wird versucht, die mathematischen Modelle der wichtigsten Verfahren der Streifentriangulation darzustellen, wodurch ein Einblick in die fehlertheoretischen Zusammenhänge vermittelt werden soll. Es erübrigt sich hierbei, die mathematischen Zusammenhänge im Detail darzustellen, vielmehr genügt es zunächst, die bei den verschiedenen Verfahren getrennt auftretenden Prozesse Bild  $\rightarrow$  Modell<sup>†</sup>), Modell  $\rightarrow$  freier Streifen, freier Streifen  $\rightarrow$  ausgeglichener Streifen formal zu trennen.

Zur Darstellung der Zusammenhänge wird die Matrixschreibweise benützt, wobei folgende Bezeichnungen eingeführt werden:

Verschiedene Koordinaten:

- $X$  - gemessene Bildkoordinaten
- $X'$  - fiktive Bildkoordinaten (aus gemessenen Modellkoordinaten rückwärts abgeleitet)
- $\bar{X}$  - gemessene Modellkoordinaten
- $\bar{X}'$  - aus gemessenen Bildkoordinaten abgeleitete Modellkoordinaten
- $\underline{X}$  - gemessene Streifenkoordinaten
- $\underline{X}'$  - aus gemessenen Modellkoordinaten abgeleitete Streifenkoordinaten
- $\underline{X}''$  - aus gemessenen Bildkoordinaten abgeleitete Streifenkoordinaten
- $X_S$  - ausgeglichene Streifenkoordinaten

Verschiedene Koeffizienten-Matrizen:

(Sie stehen für verschiedene Rechenverfahren und brauchen hier noch nicht konkretisiert zu werden.)

- $A_{BU}$  - Matrix zum direkten Übergang von Bildkoordinaten auf ausgeglichene Streifenkoordinaten (Bündellösung)
- $A_{MOD}$  - Matrix zum direkten Übergang von gemessenen oder abgeleiteten Modellkoordinaten auf ausgeglichene Streifenkoordinaten (direkte Ausglei-  
chung unabhängiger Modelle)
- $A_{BM}$  - Matrix zum analytischen Übergang von gemessenen Bildkoordinaten auf Modellkoordinaten
- $\tilde{A}_{BM}$  - Matrix zum Übergang von Bildkoordinaten auf Modellkoordinaten im Analoggerät
- $A_{MS}$  - Matrix zum analytischen Übergang von gemessenen oder abgeleiteten Mo-  
dellkoordinaten auf freie Streifenkoordinaten (cantilever assembly)
- $\tilde{A}_{MS}$  - Matrix zur Darstellung der Streifenbildung im Analoggerät
- $A_{AG}$  - Matrix zum Übergang von freien (gemessenen oder abgeleiteten) Strei-  
fenkoordinaten auf ausgeglichene Streifenkoordinaten

---

<sup>†</sup>) Modell = Stereo-Modell, Bildpaar

Verschiedene Gewichtskoeffizienten<sup>†</sup>)-Matrizen:

(Zur Beschreibung der Fehlereigenschaften verschiedenartiger Ausgangsdaten)

- $G_{xx}$  - Gewichtskoeffizienten-Matrix der gemessenen Bildkoordinaten  
 $G_{x'x'}$  - Gewichtskoeffizienten-Matrix der fiktiven Bildkoordinaten  
 $\overline{G}_{xx}$  - Gewichtskoeffizienten-Matrix der gemessenen Modellkoordinaten  
 $\overline{\overline{G}}_{xx}$  - Gewichtskoeffizienten-Matrix der gemessenen Streifenkoordinaten

## 2.1 Stochastische Modelle

Ein allgemeines stochastisches Modell schließt sämtliche bei der Aerotriangulation beteiligten stochastischen Größen ein. Dazu gehören in erster Linie die eigentlichen Meßgrößen (Bild-, Modell-, Streifenkoordinaten), bei strengerer Betrachtungsweise jedoch unter anderem auch die Paßpunktkoordinaten, die ja aus terrestrischen Messungen hervorgehen und daher mit Fehlereigenschaften behaftet sind. Im Rahmen dieser ersten Voruntersuchungen mag es jedoch genügen, lediglich die photogrammetrischen Meßgrößen als stochastische Größen zu betrachten (vergleiche auch I.3.).

## 2.2 Funktionale Modelle

Mit den oben eingeführten Bezeichnungen lassen sich die funktionalen Beziehungen zwischen den Endergebnissen, das heißt den ausgeglichenen Streifenkoordinaten und den stochastischen Eingangsgrößen für verschiedene Triangulationsverfahren durch Matrizengleichungen ausdrücken (vergleiche hierzu auch Diagramm 1). Für sechs verschiedene Beispiele sind die Gleichungen in Tafel 1 zusammengestellt. Dabei bedeuten:

- B 1 : Direkte Streifentriangulation mit Bündeln ( $x \rightarrow x_s$ )  
 B 2 : Direkte Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen, wobei die Modelle analytisch gebildet werden ( $x \rightarrow \overline{x}' \rightarrow x_s$ )  
 B 3 : Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (analytisch), wobei Modell- und Streifenbildung sowie Streifenausgleichung getrennt behandelt werden ( $x \rightarrow \overline{x}' \rightarrow \overline{\overline{x}}'' \rightarrow x_s$ )  
 B 4 : Direkte Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen, wobei die Modelle im Analoggerät gebildet werden ( $\overline{x} \rightarrow x_s$ )  
 B 5 : Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (analog), wobei Streifenbildung und Streifenausgleichung getrennt behandelt werden ( $\overline{x} \rightarrow \overline{\overline{x}}' \rightarrow x_s$ )  
 B 6 : Ausgleichung von Streifen, die im Analoggerät trianguliert werden ( $\overline{\overline{x}} \rightarrow x_s$ )

In der vorletzten Zeile von Tafel 1 sind die jeweiligen Endgleichungen (1) - (6) für den Zusammenhang zwischen den Ausgangsdaten ( $x, \overline{x}, \overline{\overline{x}}$ ) und den ausgeglichenen Streifenkoordinaten angegeben. Man erkennt, daß die ausgeglichenen Streifenkoordinaten bei den Beispielen B 1, B 2 und B 3 als Funktion der gemessenen Bildkoordinaten, bei den Beispielen B 4 und B 5 als Funktion der gemessenen Modellkoordinaten,

<sup>†</sup>) Häufig auch als Cofaktoren, Gewichtsreziproken oder relative Varianzen und Kovarianzen bezeichnet.

TAFEL 1						
Funktionale Modelle verschiedener Verfahren der Streifentriangulation und -ausgleichung						
Fall	B 1	B 2	B 3	B 4	B 5	B 6
Ausgangsdaten ("Messungen")	$x$	Bildkoordinaten $x$		Modellkoordinaten $\bar{x}$		Streifen- koordinaten $\bar{\bar{x}}$
Modellbereich		$\bar{x}' = A_{BM} \cdot x$	$\bar{x}' = A_{BM} \cdot x$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
Freier Streifen			$\bar{\bar{x}}' = A_{MS} \cdot \bar{x}'$		$\bar{\bar{x}}' = A_{MS} \cdot \bar{x}$	$\bar{\bar{x}}$
Ausgeglichener Streifen	$x_S = A_{BU} \cdot x$	$x_S = A_{MOD} \cdot \bar{x}'$	$x_S = A_{AG} \cdot \bar{\bar{x}}'$	$x_S = A_{MOD} \cdot \bar{x}$	$x_S = A_{AG} \cdot \bar{\bar{x}}'$	$x_S = A_{AG} \cdot \bar{\bar{x}}$
Endgleichungen ( $x \rightarrow x_S$ )	$x \rightarrow x_S$ $x_S = A_{BU} \cdot x$	$x \rightarrow \bar{x}' \rightarrow x_S$ $x_S = A_{MOD} \cdot A_{BM} \cdot x$	$x \rightarrow \bar{x}' \rightarrow \bar{\bar{x}}' \rightarrow x_S$ $x_S = A_{AG} \cdot A_{MS} \cdot A_{BM} \cdot x$	$\bar{x} \rightarrow x_S$ $x_S = A_{MOD} \cdot \bar{x}$	$\bar{x} \rightarrow \bar{\bar{x}}' \rightarrow x_S$ $x_S = A_{AG} \cdot A_{MS} \cdot \bar{x}$	$\bar{\bar{x}} \rightarrow x_S$ $x_S = A_{AG} \cdot \bar{\bar{x}}$
Gleichungsnummer	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

naten und beim Beispiel B 6 als Funktion der im Analoggerät ermittelten Streifenkoordinaten ausgedrückt sind.

Auf diese Gleichungen kann unmittelbar das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt werden.

### 2.3 Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten, allgemeine Formulierung

Durch Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Endgleichungen der Tafel 1 erhält man folgende Bestimmungsgleichungen für die Gewichtskoeffizienten-Matrizen der ausgeglichenen Streifenkoordinaten:

$$B\ 1 : \quad G_{x_s x_s} = A_{BÜ} G_{xx} A_{BÜ}^T \quad (7)$$

$$B\ 2 : \quad G_{x_s x_s} = (A_{MOD} A_{BM}) G_{xx} (A_{MOD} A_{BM})^T \quad (8)$$

$$B\ 3 : \quad G_{x_s x_s} = (A_{AG} A_{MS} A_{BM}) G_{xx} (A_{AG} A_{MS} A_{BM})^T \quad (9)$$

$$B\ 4 : \quad G_{x_s x_s} = A_{MOD} G_{\overline{xx}} A_{MOD}^T \quad (10)$$

$$B\ 5 : \quad G_{x_s x_s} = (A_{AG} A_{MS}) G_{\overline{xx}} (A_{AG} A_{MS})^T \quad (11)$$

$$B\ 6 : \quad G_{x_s x_s} = A_{AG} G_{\overline{xx}} A_{AG}^T \quad (12)$$

Verfahren, die durch die Gleichungen (7), (8) und (9) erfaßt werden, kann man damit auf einer gemeinsamen Grundlage vergleichen: Die Gewichtskoeffizienten der ausgeglichenen Streifenkoordinaten ergeben sich hier jeweils aus den Gewichtskoeffizienten der Bildkoordinaten. Gleichermaßen können Verfahren, die durch die Gleichungen (10) und (11) beschrieben werden, auf der Grundlage der Modellkoordinaten miteinander verglichen werden. Alle sechs Verfahren (B 1 bis B 6) sind jedoch nicht direkt vergleichbar, da über die Beziehungen zwischen den Gewichtskoeffizientenmatrizen ( $G_{\overline{xx}} \dots G_{\overline{xx}}$ ) zunächst nichts bekannt ist.

## 3. Ein übergeordnetes stochastisches Modell für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen

### 3.1 Eine gemeinsame stochastische Grundlage

Aus den Beispielen B 1 bis B 6 (siehe I, 2.2 und I, 2.3) geht hervor, daß nicht alle Triangulationsverfahren unmittelbar unter einem übergeordneten stochastischen Modell zusammengefaßt werden können.

Ob ein Vergleich der Ergebnisse aller Verfahren untereinander sinnvoll ist, hängt im wesentlichen davon ab, ob Beziehungen zwischen den Gewichtskoeffizienten-Matrizen  $G_{xx}$ ,  $G_{\overline{xx}}$  bzw.  $G_{\overline{xx}}$  der Bild-, Modell- bzw. Streifenkoordinaten aufgestellt werden können.

Bei der Herleitung solcher Beziehungen geht man zweckmäßig von der Entstehungsgeschichte der Modellkoordinaten  $\overline{x}$  bzw. der Streifenkoordinaten  $\overline{x}$  aus. Beide Koordinatenarten kann man unmittelbar oder fiktiv auf Bildkoordinaten beziehen. Im Gerät treten die Bildkoordinaten allerdings nicht explizit in Erscheinung, sie

werden vielmehr unmittelbar in Modell- bzw. Streifenkoordinaten übersetzt und erst als solche registriert. Das funktionale Modell, innerhalb dessen die Übersetzung erfolgt, wird durch "Analogrechner" verkörpert. Obwohl beobachtungstechnische Unterschiede zwischen den verschiedenen Gerätearten (Komparatoren - Analogauswertegeräte) bestehen, ist ohne allzu große Fehler eine fiktive "Übersetzung" der Modell- bzw. Streifenkoordinaten in "Bildkoordinaten" möglich.

Der Zuordnungsvorgang sei mit den oben eingeführten Bezeichnungen durch folgende Matrizengleichungen ausgedrückt: Für Modellkoordinaten, die in Analoggeräten erster oder zweiter Ordnung gemessen werden:

$$\bar{x} = \tilde{A}_{BM} x' \quad (13)$$

für Streifenkoordinaten, die in Analoggeräten 1. Ordnung bestimmt werden:

$$\bar{\bar{x}} = \tilde{A}_{MS} \tilde{A}_{BM} x' \quad (14)$$

Die Gleichungen (4), (5) und (6) aus Tafel 1 gehen mit (13) und (14) über in:

$$B 4 : x_s = A_{MOD} \tilde{A}_{BM} x' \quad (4a)$$

$$B 5 : x_s = A_{AG} A_{MS} \tilde{A}_{BM} x' \quad (5a)$$

$$B 6 : x_s = A_{AG} \tilde{A}_{MS} \tilde{A}_{BM} x' \quad (6a)$$

Die Gleichungen (4a), (5a) und (6a) sind direkt vergleichbar mit den Gleichungen (2) und (3) aus Tafel 1, sofern  $x' = x$  gesetzt werden kann. Die unterschiedliche Bezeichnung der Koeffizienten-Matrizen (mit und ohne  $\sim$ ) soll andeuten, daß ein und dieselben funktionalen Modelle im einen Fall analog, im anderen Fall digital dargestellt werden, wobei die analoge Darstellung ihrer Natur nach physikalischen Einflüssen unterliegt.

Wendet man auf diese Gleichungen das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz an, erhält man für die Gewichtskoeffizienten-Matrizen der ausgeglichenen Streifenkoordinaten:

$$B 4 : G_{x_s x_s} = (A_{MOD} \tilde{A}_{BM}) G_{x' x'} (A_{MOD} \tilde{A}_{BM})^T \quad (10a)$$

$$B 5 : G_{x_s x_s} = (A_{AG} A_{MS} \tilde{A}_{BM}) G_{x' x'} (A_{AG} A_{MS} \tilde{A}_{BM})^T \quad (11a)$$

$$B 6 : G_{x_s x_s} = (A_{AG} \tilde{A}_{MS} \tilde{A}_{BM}) G_{x' x'} (A_{AG} \tilde{A}_{MS} \tilde{A}_{BM})^T \quad (12a)$$

(10a) entspricht (8), S. 10, die Gleichungen (11a) und (12a) sind mit (9), S. 10, zu vergleichen. Beide Gleichungsgruppen ((10a), (11a), (12a) bzw. (8), (9)) gehen jedoch von verschiedenen stochastischen Modellen aus und enthalten Gewichtskoeffizienten-Matrizen, die sich geringfügig unterscheiden,  $G_{x' x'} \neq G_{xx}$ . Die Ergebnisse dieser Gleichungsgruppen können aber dann aufeinander bezogen werden, wenn die Fehlereigenschaften von Koordinatenmessungen  $x$  im Mono- bzw. Stereokomparator und von Koordinatenmessungen  $x'$  ("Bildkoordinaten") im Analogauswertegerät sowie

die Unterschiede in den funktionalen Modellen der Digital- bzw. Analogauswertung genügend genau bekannt sind. Da zu dem gesamten Fragenkomplex - Genauigkeitsunterschied: Mono-Stereokomparator, Analoggerät-Komparator, Analogauswertung-analytische Auswertung - in der Literatur nur unzureichende Angaben vorliegen, müssen die Genauigkeitsvergleiche auf solche Verfahren beschränkt bleiben, die von ein und denselben Grundlagen ausgehen. Man könnte vorläufig  $G_{x',x'} = G_{xx}$  und  $x' = x$  setzen. Die mit  $G_{xx}$  und  $x$  erzielten Ergebnisse bieten dann zumindest einen vorläufigen Überblick auch über das Genauigkeitsverhalten verschiedener analoger Triangulationsverfahren. Die Ergebnisse der analytischen Verfahren können jedoch nachträglich noch über das Verhältnis der mittleren Gewichtseinheitsfehler auf analoge Verfahren übertragen werden.

Damit wurde gezeigt, daß sich zwar alle Triangulationsverfahren direkt oder indirekt auf Bildkoordinaten zurückführen lassen; die Zusammenfassung aller Triangulationsverfahren unter einem übergeordneten stochastischen Modell ist jedoch nicht streng möglich. Infolgedessen wird auf den Vergleich gerätetechnisch verschiedener Verfahren im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Das übergeordnete Modell ist jedoch so zu definieren, daß möglichst viele der genannten Triangulationsverfahren (siehe doppelt eingerahmte Angaben im Diagramm 1, S. 5) erfaßt werden können. Unter diesem Gesichtspunkt bieten sich Bildkoordinaten als Ausgangsdaten unmittelbar an, da sie für fast alle Triangulationsverfahren verwendbar sind.

Die Frage des Meßgeräts (Mono- oder Stereokomparator) hat in diesem Zusammenhang nur sekundäre Bedeutung, entscheidend ist, daß für alle Verfahren vom gleichen Gerät ausgegangen wird. Der Form halber sei hier vereinbart, daß Bildkoordinaten signalisierter Punkte, im Monokomparator gemessen, als Ausgangsdaten für alle Untersuchungen gelten sollen.

### 3.2 Bildkoordinaten als stochastische Größen.

Für die vergleichenden Untersuchungen erscheint es zweckmäßig, lediglich die Bildkoordinaten als stochastische Größen einzuführen und Paßpunktkoordinaten als Fehlerfrei zu betrachten. Die bisherigen Vorüberlegungen über mathematische Modelle der Aerotriangulation sind unter diesen Voraussetzungen angestellt worden. Zur vollständigen Beurteilung der Genauigkeitsleistungen von Aerotriangulationen müßten die Fehlereigenschaften der Kontrolldaten allerdings berücksichtigt werden: Paßpunktfehler werden vermutlich nicht von allen Verfahren gleich wirksam aufgefangen; es wäre also durchaus interessant, die Leistungsfähigkeit verschiedener Triangulationsverfahren auch in dieser Hinsicht miteinander zu vergleichen. Dies müßte jedoch Gegenstand einer getrennten Untersuchung sein.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Bildkoordinaten als stochastische Größen behandelt.

### 3.3 Zur Frage der Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten

Die Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten werden bestimmt durch Unterschiede zwischen der geometrischen Interpretation des physikalischen Luftbildes und dem geometrischen Modell der perspektiven Abbildung sowie durch den Prozeß der Beob-



achtung. Die Fehlereigenschaften setzen sich also zusammen aus Bildfehlern (unter anderem infolge Verzeichnung, Erdkrümmung, Refraktion, Fehlereinflüssen der Entwicklung und Kopie des Bildmaterials, Filmverzug) und aus Fehlern der Messung (Gerätefehler und Beobachtungsfehler).

Wie die Fehlereinflüsse beim einzelnen Bild wirksam werden, ist in der Praxis kaum quantitativ bekannt. Zwar kennt man die Größenordnung der Fehler, aber nicht ihre Struktur im Bild (unbekannt zum Beispiel: Korrelation). Es erscheint daher wenig aussichtsreich, für die vergleichenden Untersuchungen einen allgemeingültigen Ansatz zu treffen. Die Entscheidung über einen Fehleransatz ist vermutlich bei vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen nicht sehr kritisch, wenn nur für alle Verfahren von ein und demselben stochastischen Ansatz ausgegangen wird. Man erhält dann Genauigkeitsunterschiede aufgrund der unterschiedlichen funktionalen Modelle der zu vergleichenden Verfahren. Allerdings ist die Frage dabei zunächst ungeklärt, ob die Genauigkeitsunterschiede und die Rangfolge verschiedener Verfahren etwa auch vom Grad der Korrelation zwischen den Bildkoordinaten abhängen, also vom zugrundegelegten stochastischen Modell.

Demnach erscheint es etwas gewagt, alle Untersuchungen auf nur einem stochastischen Ansatz für die Bildkoordinaten zu gründen.

#### 3.4 Ein vereinfachter Ansatz für die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten

Vom rechentechnischen Standpunkt aus ist es erwünscht, von möglichst einfachen Voraussetzungen ausgehen zu können, also etwa gleichgenaue und unkorrelierte Bildkoordinaten anzunehmen. Dem kann entgegengehalten werden, daß Bildkoordinaten infolge Filmaffinität, restlicher Verzeichnungseinflüsse und dergleichen bisweilen stark korreliert sind, und zwar nicht nur innerhalb der Einzelbilder, sondern auch von Bild zu Bild. Andererseits ist wohl ein bestimmter Ansatz von korrelierten Bildkoordinaten genau so wenig allgemeingültig.

Es erscheint daher zweckmäßig, den rechentechnischen Gesichtspunkten Vorrang einzuräumen und für den Hauptteil der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen die Einheitsmatrix als Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten zu benutzen ( $G_{\text{BILD}} = E$ ), wobei man sich darüber klar sein muß, daß dieser einfache Ansatz die wirklichen Verhältnisse sicher nicht genau beschreibt. Trotzdem dürfte der Ansatz genügen, um einen Überblick über die Größenordnung der Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifentriangulationsverfahren zu gewinnen.

In Kapitel III, S. 72, sollen allgemeinere Ansätze für die Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten getroffen werden (Korrelation!). Mit Hilfe dieser Ansätze können die Ergebnisse aus  $G_{\text{BILD}} = E$  überprüft und ergänzt werden.

#### 4. Ein übergeordnetes funktionales Modell für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen

Nachdem in I, 3 ein übergeordnetes stochastisches Modell eingeführt wurde, soll nun in diesem Abschnitt ein dazu passendes funktionales Modell definiert werden. In den bisherigen Abschnitten wurden funktionale und stochastische Modelle durch Matrizenbezeichnungen unterschieden, um prinzipiell verschiedene Lösungen mög-

lichst kurz darstellen zu können. Es unterblieb eine detaillierte Darstellung der formelmäßigen Zusammenhänge für die einzelnen Triangulationsverfahren, da es in dieser Vorstufe der Überlegungen lediglich um eine erste Bestandsaufnahme ging. Das Ergebnis dieser Vorüberlegungen sei hier noch einmal festgehalten: Es läßt sich nicht streng ein allen Verfahren übergeordnetes stochastisches Modell angeben. Die vergleichenden Untersuchungen beschränken sich daher auf Verfahren, die von ein und denselben stochastischen Größen, den Bildkoordinaten, ausgehen. Die Aufgabe dieses Abschnittes besteht nun darin, ein übergeordnetes funktionales Modell zu definieren, das Bildkoordinaten als Ausgangsdaten benützt und das sich als Grundlage für die Formulierung aller zu untersuchenden Verfahren eignet.

Für die Aufgabe der photogrammetrischen Koordinatenbestimmung hat H. Schmid eine Lösung angegeben [30]. Die Aufgabe wird dort als allgemeines Ausgleichungsproblem angesehen. Als Voraussetzung gilt, daß die bei der optischen Abbildung wirksamen physikalischen Vorgänge durch die Gesetze der Zentralprojektion (Vorhandensein eines Projektionszentrums, geradlinige Abbildungsstrahlen) hinreichend beschrieben seien (bzw. daß systematische Abweichungen "korrigiert" seien).

Durch die Gesamtheit aller Punkte eines Bildes und die Parameter der inneren Orientierung ist dann ein einzelnes Strahlenbündel definiert. Der Ansatz nach Schmid gestattet es, die Orientierungsdaten aller beteiligten Bündel sowie die Strahlenschnitte aller homologen Strahlen gleichzeitig durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen. Als stochastische Größen werden Bildkoordinaten, Paßpunktkoordinaten und Hilfsdaten zugelassen, wovon hier nur Bildkoordinaten infrage kommen. Als freie Unbekannte werden im allgemeinen Fall die Orientierungsparameter der Bündel und die Raumkoordinaten  $X, Y, Z$  der Geländepunkte angesetzt.

An die Art und Verteilung der Kontrollinformationen werden keine bestimmten Anforderungen gestellt, sofern zumindest eine eindeutige Lösung gesichert ist. So kann mit Hilfe des Ansatzes eine Blocktriangulation mit Bündeln bei voller Paßpunktbesetzung an den Blockrändern ebenso behandelt werden wie etwa die gegenseitige Orientierung zweier Einzelbilder. Liefern im ersten Fall die Paßpunktkoordinaten die notwendigen Kontrollinformationen, so liegen im anderen Fall zwar keine Paßpunktdaten vor, doch kann die Lösung erzwungen werden, indem eine hinreichende Zahl von Parametern frei gewählt wird, zum Beispiel die Orientierungsdaten des zum linken Bild gehörenden Strahlenbündels und die Abszisse  $X_0$  des rechten Projektionszentrums.

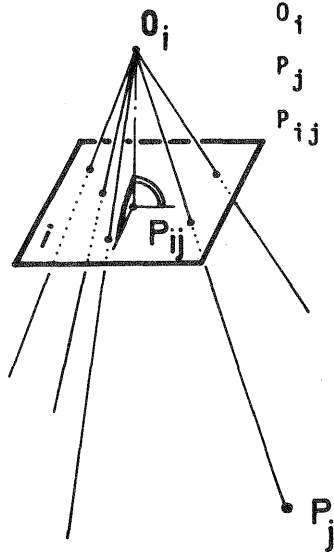
Die Schmid'sche Lösung erfüllt demnach die Forderung nach Allgemeingültigkeit, die an das übergeordnete funktionale Modell zu stellen ist. Sie erscheint daher geeignet, als Grundlage für die vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen zu dienen.

#### 4.1 Die Grundgleichungen der Lösung nach H. Schmid in nicht linearer Form

Grundelement der Schmid'schen Lösung ist der Einzelstrahl  $ij$  (Abb. 1, S. 15), der dem Strahlenbündel  $i$  angehört und vom Projektionszentrum  $O_i$  über den Bildpunkt  $P_{ij}$  des Bildes  $i$  zum Gelände- bzw. Modellpunkt  $P_j$  geradlinig verläuft (bei Positivstellung des Bildes). Die darauf gegründeten Beziehungen zwischen Bildkoordi-

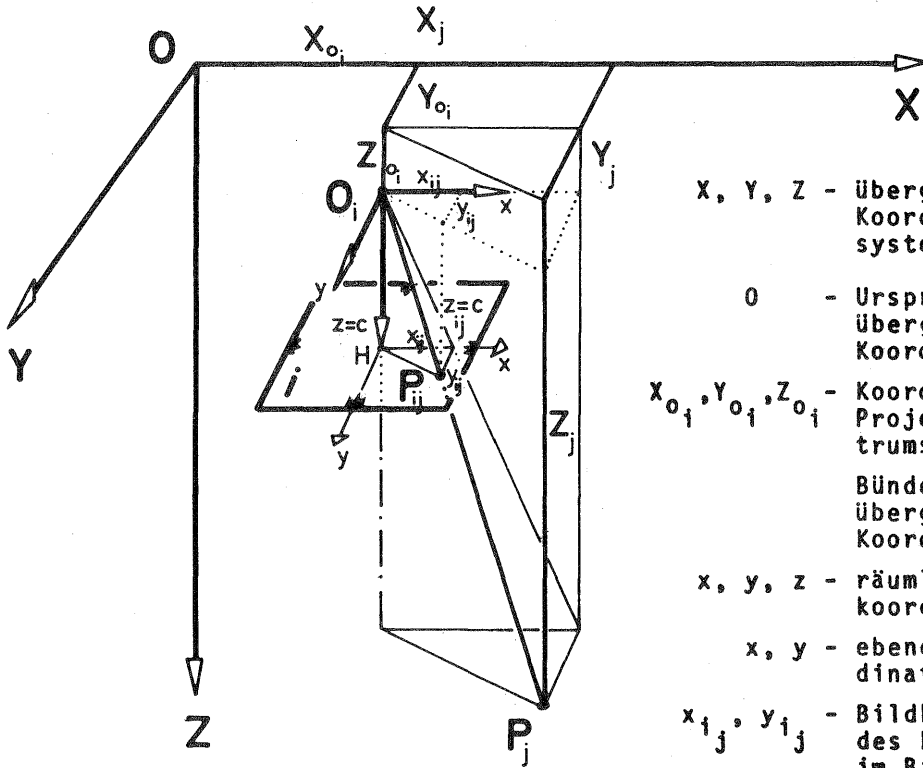
Abb. 1: STRAHLENBONDEL i

(Positivstellung des Bildes)



- $O_i$  - Projektionszentrum
- $P_j$  - Geländepunkt j
- $P_{ij}$  - Bildpunkt des Geländepunktes j im Bild i

Abb. 2: KOORDINATENSYSTEME



- $X, Y, Z$  - übergeordnetes Koordinatensystem
- $O$  - Ursprung des übergeordneten Koordinatensystem.
- $X_{o_i}, Y_{o_i}, Z_{o_i}$  - Koordinaten des Projektionszentrums  $O_i$  des Bündels i im übergeordneten Koordinatensystem.
- $x, y, z$  - räumliches Bildkoordinatensystem.
- $x, y$  - ebenes Bildkoordinatensystem
- $x_{ij}, y_{ij}$  - Bildkoordinaten des Punktes j im Bild i
- $c$  - Kammerkonstante
- $H$  - Bildhauptpunkt

naten und Gelände- bzw. Modellkoordinaten sind schon mehrfach abgeleitet worden (siehe zum Beispiel: Schmid [30], Elassal [9], Finsterwalder-Hofmann [10]), auf eine detaillierte Ableitung kann deshalb hier verzichtet werden. Es werden die zugrundegelegten Annahmen und die Endergebnisse mitgeteilt. Die eigentliche Ableitung wird nur kurz angedeutet; im übrigen sei auf die oben angegebenen Literaturstellen verwiesen.

Um die einzelnen Bilder zueinander in Beziehung bringen zu können, ist es notwendig, ein übergeordnetes Koordinatensystem  $X, Y, Z$  einzuführen (Abb. 2, S. 15). Zur Festlegung des Strahlenbündels  $i$  im übergeordneten System genügen die drei Raumkoordinaten  $X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}$  des Projektionszentrums  $O_i$  und drei Drehungen, die häufig in Form der Querneigung  $\omega_i$ , der Längsneigung  $\phi_i$  und der Kantung  $\kappa_i$  eingeführt werden. Die Drehungen können um feste oder mitgeführte Achsen und in unterschiedlicher Reihenfolge vorgesehen werden (Rinner [28]).

Der hier verwendeten Lösung liegt ein räumliches Bildkoordinatensystem  $x, y, z$  zugrunde (Abb. 2), dessen Ursprung im Projektionszentrum  $O_i$  des Bündels liegt und dessen  $z$ -Achse das Bild im Bildhauptpunkt  $H$  durchstößt. Durch die Bildmarken wird, bei entsprechender Justierung, ein rechtwinklig ebenes Koordinatensystem  $x, y$  aufgespannt, dessen Ursprung im Bildhauptpunkt  $H$  liegt. Die  $x$ -,  $y$ -Achsen des räumlichen Bildsystems sind den entsprechenden Achsen des ebenen parallel.

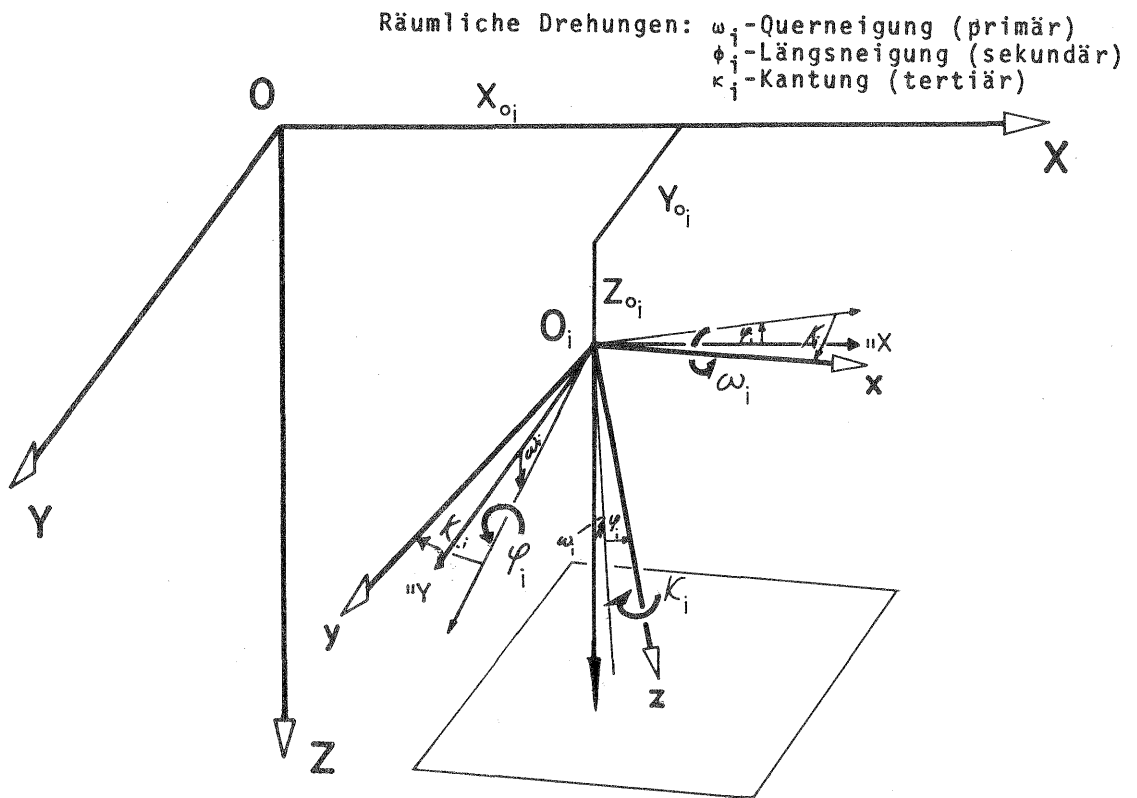
Aus Abb. 2 können damit unmittelbar die Grundgleichungen der Zentralprojektion für den Sonderfall entnommen werden, daß das räumliche Bildkoordinatensystem  $x, y, z$  parallel zum übergeordneten System  $X, Y, Z$  ausgerichtet ist, daß mit anderen Worten keine Drehungen des Strahlenbündels vorliegen:

$$\frac{x_{ij}}{c} = \frac{X_j - X_{0i}}{Z_j - Z_{0i}}; \quad \frac{y_{ij}}{c} = \frac{Y_j - Y_{0i}}{Z_j - Z_{0i}} \quad (15)$$

In Abb. 3, S. 17, ist der allgemeine Aufnahmefall dargestellt, bei dem das Strahlenbündel keine ausgezeichnete Lage im Raum hat. Das räumliche Bildkoordinatensystem  $x, y, z$  kann man sich durch drei aufeinanderfolgende Drehungen  $\omega_i, \phi_i, \kappa_i$  um mitgeführte Achsen aus der Parallellage zum System  $X, Y, Z$  herausgedreht denken ( $\omega_i$  ist hier Primär-,  $\phi_i$  Sekundär- und  $\kappa_i$  Tertiärdrehung).

Stellt man sich das übergeordnete System ebenfalls um die räumlichen Drehwinkel  $\omega_i, \phi_i$  und  $\kappa_i$  mitgedreht vor, so daß es parallel zum gedrehten Bildkoordinatensystem liegt, dann können die Bildkoordinaten durch Gleichungen vom Typ (15) als Funktion dieser gedrehten Koordinaten ausgedrückt werden. Die gedrehten Koordinaten (sie seien mit  $X_j', Y_j', Z_j', X_{0i}', Y_{0i}'$  und  $Z_{0i}'$  bezeichnet) ergeben sich ihrerseits über die Drehwinkel  $\omega_i, \phi_i$  und  $\kappa_i$  als Funktion der Koordinaten im übergeordneten System.

Abb. 3: GEDREHTES BILDKOORDINATENSYSTEM



Die Beziehung lautet als Matrixgleichung geschrieben:

$$\begin{bmatrix} X_j' - X_{oi}' \\ Y_j' - Y_{oi}' \\ Z_j' - Z_{oi}' \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} X_j - X_{oi} \\ Y_j - Y_{oi} \\ Z_j - Z_{oi} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

wobei  $\mathbf{D}$  eine orthogonale  $3 \times 3$  Drehmatrix ist. Unter den angegebenen Voraussetzungen ergibt sich für:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\kappa & (\cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa) & (\sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa) \\ -\cos\phi\sin\kappa & (\cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa) & (\sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa) \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix} \quad (17)$$

Durch Einsetzen der gedrehten Koordinaten aus (16) in (15) (wobei in (15) die Koordinaten  $X_j$  bis  $Z_{oi}$  durch die gedrehten Koordinaten  $X_j'$  bis  $Z_{oi}'$  zu ersetzen sind) erhält man die Bildkoordinaten  $x_{ij}$  und  $y_{ij}$  eines Punktes  $P$  als Funktion seiner Geländekoordinaten  $X_j, Y_j, Z_j$  und der Orientierungsgrößen  $X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi}, \omega_i, \phi_i, \kappa_i$  des Bündels  $i$  (siehe Gleichung (18), Tafel 2, S. 18 und Abb. 3).

Die Gleichungen (18) gehen unmittelbar in Verbesserungsgleichungen für den Einzelstrahl  $ij$  über, wenn die Verbesserungen  $v_{x_{ij}}$  und  $v_{y_{ij}}$  eingeführt werden:

TAFEL 2

Bildkoordinaten als Funktion der Orientierungsgrößen und der Geländekoordinaten

$$x_{ij} = c \frac{(X_j - X_{0_i}) \cos \phi \cos \kappa + (Y_j - Y_{0_i}) (\cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \phi \cos \kappa) + (Z_j - Z_{0_i}) (\sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \phi \cos \kappa)}{(X_j - X_{0_i}) \sin \phi - (Y_j - Y_{0_i}) \sin \omega \cos \phi + (Z_j - Z_{0_i}) \cos \omega \cos \phi} \quad (18)$$

$$y_{ij} = c \frac{-(X_j - X_{0_i}) \cos \phi \sin \kappa + (Y_j - Y_{0_i}) (\cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \phi \sin \kappa) + (Z_j - Z_{0_i}) (\sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \phi \sin \kappa)}{(X_j - X_{0_i}) \sin \phi - (Y_j - Y_{0_i}) \sin \omega \cos \phi + (Z_j - Z_{0_i}) \cos \omega \cos \phi}$$

Linearform der Verbesserungsgleichungen für den Strahl ij eines Bündels i

$$v_{x_{ij}} = \frac{\bar{X} \cdot \bar{Y}}{\bar{Z}} \cdot \Delta \omega_i - \left(1 + \frac{\bar{X}^2}{\bar{Z}^2}\right) \bar{Z} \cdot \Delta \phi_i + \bar{Y} \cdot \Delta \kappa_i - \Delta X_{0_i} + \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \Delta Z_{0_i} + \Delta X_i - \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \Delta Z_j - f_{x_{ij}} \quad (19)$$

$$v_{y_{ij}} = \left(1 + \frac{\bar{Y}^2}{\bar{Z}^2}\right) \bar{Z} \cdot \Delta \omega_i - \frac{\bar{X} \cdot \bar{Y}}{\bar{Z}} \cdot \Delta \phi_i - \bar{X} \cdot \Delta \kappa_i - \Delta Y_{0_i} + \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \Delta Z_{0_i} + \Delta Y_j - \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \Delta Z_j - f_{y_{ij}}$$

Die Absolutglieder  $f_{x_{ij}}$  und  $f_{y_{ij}}$  in (19) setzen sich aus den Funktionswerten an der Stelle der Näherungswerte und den beobachteten Bildkoordinaten  $x_{ij}$  und  $y_{ij}$  zusammen:

$$-f_{x_{ij}} = (F_x)_0 - x_{ij} ; \quad -f_{y_{ij}} = (F_y)_0 - y_{ij} \quad (20)$$

Außerdem ist:

$$\bar{X} = X_j - X_{0_i} ; \quad \bar{Y} = Y_j - Y_{0_i} ; \quad \bar{Z} = Z_j - Z_{0_i} = c . \quad (21)$$

$$x_{ij} + v_{x_{ij}} = F_x (\omega_i, \phi_i, \kappa_i, X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, X_j, Y_j, Z_j) \quad (18a)$$

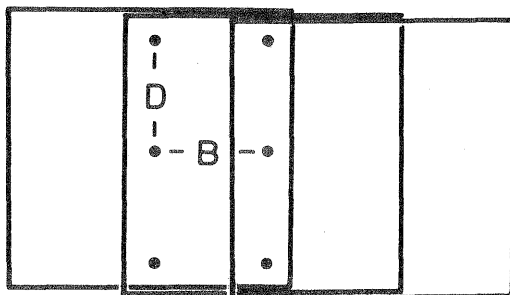
$$y_{ij} + v_{y_{ij}} = F_y (\omega_i, \phi_i, \kappa_i, X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, X_j, Y_j, Z_j)$$

Die Gleichungen sind allerdings nicht linear, sie gelten aber noch für beliebige Aufnahmesituationen und beliebige Geländebeziehungen, da bisher keine einschränken den Absprachen getroffen wurden.

#### 4.2 Voraussetzungen für die Linearisierung, Linearform der Verbesserungsgleichungen

In jüngster Zeit werden in der photogrammetrischen Praxis, zumindest für die Zwecke der Aerotriangulation, fast ausschließlich Senkrechtaufnahmen geflogen. Es ist deshalb naheliegend, die Untersuchungen hierauf zu beschränken. Die Verknüpfungspunkte liegen in doppelquadratischer Anordnung (siehe Abb.4), wobei  $B = D = 90 \text{ mm}$  angesetzt wurde. Dies entspricht einer Längsüberdeckung von etwa 60 %.

Abb. 4: ÜBERDECKUNG - VERKNÜPFUNGSPUNKTE



Um die Untersuchungen nicht über Gebühr auszuweiten, muß auf den Vergleich der verschiedenen Triangulationsverfahren bei Hügelland oder Hochgebirge verzichtet werden. Es ist jedoch zu vermuten, daß die Genauigkeitsunterschiede der Verfahren nur unwesentlich von der Geländeform beeinflußt werden; dies nachzuweisen, müßte allerdings Gegenstand einer getrennten Untersuchung sein. Zur Vereinfachung der Rechnung wird demnach ebenes Gelände vorausgesetzt.

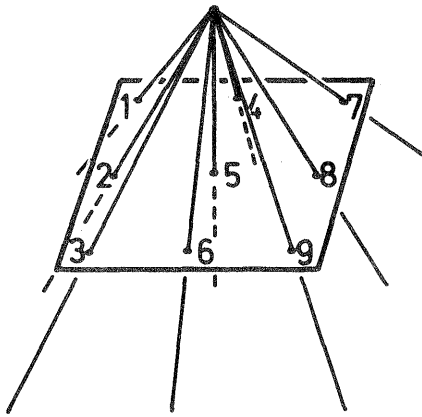
Wird unter den genannten Voraussetzungen linearisiert und führt man die Substitution der Gleichungen (21) (Tafel 2, S. 18) ein, erhält man die Linearform der Verbesserungsgleichungen für einen Strahl  $ij$  (siehe Gleichungen (19), Tafel 2). Dabei ist angenommen, daß im Bildmaßstab trianguliert wird ( $Z_j - Z_{0i} = c$  (21)). In dieser Form werden die Verbesserungsgleichungen als Grundlage für alle zu untersuchenden Verfahren benützt.

#### 4.3 Die Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen für ein Bündel

Das Einzelbild bzw. das einzelne Strahlenbündel ist Grundbestandteil aller Triangulationsverfahren. Es ist deshalb zweckmäßig, die Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen eines Bündels aufzubauen, um daraus später die Koeffizienten-Matrizen verschiedener Triangulationsverfahren zusammenstellen zu können.

Die Matrix wird für 9 Punkte eines Bildes bzw. für 9 Strahlen eines Bündels aufgebaut. Numerierung und Anordnung der Punkte können aus Abb. 5 ersehen werden, ihre Koordinaten sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Abb. 5: Numerierung der Bildpunkte eines Bündels



Pkt.	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$
1	-B	-D	C
2	-B	0	C
3	-B	D	C
4	0	-D	C
5	0	0	C
6	0	D	C
7	B	-D	C
8	B	0	C
9	B	D	C

Nach den Gleichungen (19) (Tafel 2) ergeben sich damit die Verbesserungsgleichungen für die 9 Punkte. Die entsprechende Koeffizienten-Matrix ist in den Tafeln 3a und 3b dargestellt. In Tafel 3a sind die Koeffizienten der Orientierungsparameter, in Tafel 3b die Koeffizienten der unbekanntem Gelände- bzw. Modellkoordinaten eingetragen. Es sei hier betont, daß diese Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen noch alle an dem Bündel beteiligten Parameter enthält, sie kann daher nicht etwa als Koeffizientenmatrix eines räumlichen Rückwärtseinschnitts betrachtet werden; hierbei dürften nämlich nur die Orientierungsparameter des Bündels als Unbekannte geführt werden.

#### 4.4 Aufbau der Koeffizienten-Matrizen verschiedener Verfahren aus der Matrix der Verbesserungsgleichungen des Bündels; 2 Beispiele

Die in den Tafeln 3a und 3b dargestellte Koeffizientenmatrix eines Bündels dient innerhalb dieser Arbeit als Grundlage für den Aufbau der Koeffizientenmatrizen aller zu untersuchenden Verfahren. Aus Platzgründen können diese Koeffizientenmatrizen später nicht alle im Detail aufgeführt werden.

An zwei kleinen Beispielen sei deshalb hier gezeigt, wie die Koeffizientenmatrizen verschiedener Verfahren aus der Koeffizientenmatrix des Bündels zusammengestellt werden können.



TAFEL 3a

Matrix der Verbesserungsgleichungen für ein Bündel i  
 - Koeffizienten der unbekanntem Orientierungsparameter -

Zeile	Or. Par. Pkt.	1	2	3	4	5	6	
		$\Delta\omega_i$	$\Delta\phi_i$	$\Delta\kappa_i$	$\Delta X_{O_i}$	$\Delta Y_{O_i}$	$\Delta Z_{O_i}$	
1	1	x	$\frac{B \cdot D}{C}$	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	-D	-1	0	$\frac{B}{C}$
2		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	$-\frac{B \cdot D}{C}$	B	0	-1	$-\frac{D}{C}$
3	2	x	0	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	0	-1	0	$-\frac{B}{C}$
4		y	C	0	B	0	-1	0
5	3	x	$-\frac{B \cdot D}{C}$	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	D	-1	0	$-\frac{B}{C}$
6		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	$\frac{B \cdot D}{C}$	B	0	-1	$\frac{D}{C}$
7	4	x	0	-C	-D	-1	0	0
8		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	0	0	0	-1	$-\frac{D}{C}$
9	5	x	0	-C	0	-1	0	0
10		y	C	0	0	0	-1	0
11	6	x	0	-C	D	-1	0	0
12		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	0	0	0	-1	$\frac{D}{C}$
13	7	x	$-\frac{B \cdot D}{C}$	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	-D	-1	0	$\frac{B}{C}$
14		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	$\frac{B \cdot D}{C}$	-B	0	-1	$-\frac{D}{C}$
15	8	x	0	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	0	-1	0	$\frac{B}{C}$
16		y	C	0	-B	0	-1	0
17	9	x	$\frac{B \cdot D}{C}$	$-(1 + \frac{B^2}{C^2})C$	D	-1	0	$\frac{B}{C}$
18		y	$(1 + \frac{D^2}{C^2})C$	$-\frac{B \cdot D}{C}$	-B	0	-1	$\frac{D}{C}$

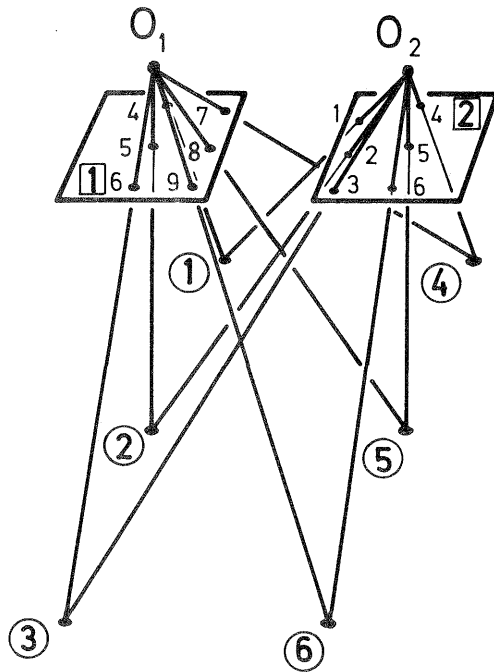
TAFEL 3b

Matrix der Verbesserungsgleichungen für ein Bündel i

- Koeffizienten der unbekanntem Gelände- bzw. Modellkoordinaten -

Zeile	Pkt.	Koord.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
			$\Delta 1$	$\Delta 2$	$\Delta 3$	$\Delta 4$	$\Delta 5$	$\Delta 6$	$\Delta 7$	$\Delta 8$	$\Delta 9$	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	1	x	1	0	$\frac{B}{C}$																								
2		y	0	1	$\frac{D}{C}$																								
3	2	x				1	0	$\frac{B}{C}$																					
4		y				0	1	0																					
5	3	x							1	0	$\frac{B}{C}$																		
6		y							0	1	$-\frac{D}{C}$																		
7	4	x										1	0	0															
8		y										0	1	$\frac{D}{C}$															
9	5	x													1	0	0												
10		y													0	1	0												
11	6	x																1	0	0									
12		y													0	1	$-\frac{D}{C}$												
13	7	x																			1	0	$-\frac{B}{C}$						
14		y																0	1	$\frac{D}{C}$									
15	8	x																						1	0	$-\frac{B}{C}$			
16		y																			0	1	0						
17	9	x	Sämtliche unbesetzten Elemente sind Null.																		1	0	$-\frac{B}{C}$						
18		y	Sämtliche unbesetzten Elemente sind Null.																		0	1	$-\frac{D}{C}$						

Abb. 6 Numerierung der Bild- und Modellpunkte eines Bildpaares  
 - zu Beispiel 1 und Beispiel 2 in 4.4 -



Beispiel 1: Gegenseitige Orientierung zweier Einzelbilder durch Bildanschluß  
 Im Bild 1 (Abb. 6) sind die Bildkoordinaten der Punkte 4, 5, 6, 7, 8 und 9 gemessen worden, im Bild 2 die Koordinaten der Punkte 1, 2, 3, 4, 5 und 6<sup>+</sup>). Die Bilder seien gegenseitig zu orientieren. Entsprechend dem praktischen Vorgehen beim Bildanschluß werden das linke Bild und die x-Komponente der Basis festgehalten. Als Orientierungsparameter verbleiben dann  $\omega$ 2,  $\phi$ 2,  $\kappa$ 2,  $Y_0$ 2,  $Z_0$ 2. Die Verknüpfung der beiden Bilder erfolgt über die 6 Modellpunkte 1, 2, 3, 4, 5 und 6, deren Koordinaten als unbekannte Parameter zu betrachten sind.

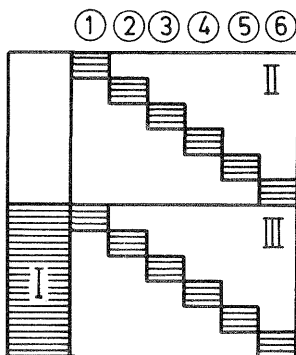


Abb. 7 Schema der Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für die gegenseitige Orientierung zweier Einzelbilder - Beispiel 1 -

1 - Modellpunkt Nr.

■ diese Fläche entspricht einem Matrizenelement

<sup>+</sup>) Die Numerierung der Bildpunkte erfolgt entsprechend der Numerierung in Abb. 5, um die Analogie zu den Tafeln 3a und 3b herzustellen.

Die Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen ergibt sich aus den Tafeln 3a und 3b, sie ist in Abb. 7 schematisch dargestellt; ihre Submatrizen setzen sich wie folgt aus den Zeilen und Spalten der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	1 - 12	1,2,3,5,6	3a	21
II	7 - 18	10 - 27	3b	22
III	1 - 12	1 - 18	3b	22

Beispiel 2: Gleichzeitige Einpassung zweier Bündel auf 4 Vollpaßpunkte in den Modellecken

In den Bildern  $\boxed{1}$  und  $\boxed{2}$  seien wie in Beispiel 1 die Bildkoordinaten von je 6 Bildpunkten gemessen worden. Die beiden Bilder seien entsprechend der Bündellösung nach Schmid [30] in einem Guß auf 4 Vollpaßpunkte einzupassen. Als Paßpunkte sollen die Modellpunkte  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{3}$ ,  $\textcircled{4}$  und  $\textcircled{6}$  betrachtet werden (siehe Abb. 6, S. 23). Als unbekannte Parameter treten auf: Die 12 Orientierungsparameter der Bilder  $\boxed{1}$  und  $\boxed{2}$  und die Geländekoordinaten der Punkte  $\textcircled{2}$  und  $\textcircled{5}$ . Die Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen ergibt sich ebenfalls aus den Tafeln 3a und 3b, sie ist in Abb. 8 schematisch dargestellt; ihre Submatrizen setzen sich wie folgt aus den Zeilen und Spalten der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	7 - 18	1 - 6	3a	21
II	1 - 12	1 - 6	3a	21
III	9, 10 und 15,16	13,14,15 und 22,23,24	3b	22
IV	3, 4 und 9, 10	4, 5, 6 und 13,14,15	3b	22

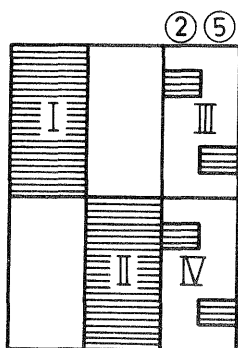


Abb. 8 Schema der Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für die gleichzeitige Einpassung zweier Bündel auf 4 Vollpaßpunkte - Beispiel 2 -

$\textcircled{1}$  - Modellpunkt Nr.

$\square$  diese Fläche entspricht einem Matrizelement

Die beiden Beispiele sollten zeigen, wie sich die Matrizen der Verbesserungsgleichungen verschiedener photogrammetrischer Verfahren unmittelbar aus den Verbesserungsgleichungen eines Bündels aufbauen lassen. Die Matrizenstrukturen der verschiedenen zu untersuchenden Triangulationsverfahren werden in Kapitel II auf dieser Grundlage aufgebaut.

## II. Die verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation; Bereitstellung von Rechenformeln zur Ermittlung ihrer Genauigkeit

- Rechenprogramme -

### 1. Vorbemerkungen

#### 1.1 Allgemeines

Für verschiedene Verfahren der Streifentriangulation soll die theoretisch zu erwartende Genauigkeit ermittelt werden (siehe Diagramm 1, S. 5, doppelt umrandete Verfahren). Die Genauigkeitsuntersuchungen beschränken sich laut Definition des übergeordneten stochastischen Modells auf solche Verfahren, die von Bildkoordinaten ausgehen, wobei die Bildkoordinaten in einem Monokomparator gemessen seien (vgl. I, 3., S. 10).

In I, 2.3 sind allgemeine Matrizenformeln zur Ermittlung der Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten für einige ausgewählte Triangulationsverfahren angegeben worden (siehe Gleichungen (7), (8) und (9), S. 10).

Kapitel II hat nun die Aufgabe, die zu untersuchenden Verfahren genauer zu umreißen und die allgemeinen Formulierungen des Kapitels I im einzelnen zu konkretisieren. Wegen der Vielzahl der Verfahren muß allerdings darauf verzichtet werden, die Verfahren selbst und die Herleitung der Rechenformeln in allen Einzelheiten darzustellen.

Die Verfahrensbeschreibung und die Darstellung der Genauigkeitsberechnung finden sich in getrennten Abschnitten (II, 2. bzw. II, 3.). Dies bietet dem Leser die Möglichkeit, sich verhältnismäßig rasch über die Voraussetzungen zu orientieren, die bei den einzelnen Verfahren getroffen wurden und anschließend unmittelbar auf die weiteren Kapitel überzugehen, ohne in die Methodik der Genauigkeitsberechnung weiter einzudringen.

In Abschnitt II, 2. sind die einzelnen Triangulationsverfahren mit ihren formelmäßigen Grundlagen dargestellt. Der Unterabschnitt II, 2.1, S. 27 befaßt sich mit der Bündellösung, II, 2.2 und II, 2.3, S. 30 behandeln die Triangulation mit unabhängigen Modellen (räumlich bzw. eben). In II, 2.4, S. 38 werden verschiedene Aeropolygonverfahren dargestellt und in II, 2.5, S. 42 finden sich Ausführungen über die zu untersuchenden Streifenausgleichungsverfahren.

In Abschnitt II, 3. ist für verschiedene Streifentriangulationsmethoden das Prinzip der Fehlerfortpflanzung und der Genauigkeitsberechnung dargestellt. In II, 3.1 wird die Fehlerfortpflanzung und Genauigkeitsberechnung bei der Bündeltriangulation skizziert. II, 3.2 befaßt sich mit der Genauigkeitsberechnung bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen. In II, 3.3 wird für die Aeropolygonverfahren, in II, 3.4 für die Streifenausgleichungsverfahren das Prinzip der Fehlerfortpflanzung und der Genauigkeitsberechnung dargestellt.

In Ergänzung zu den detaillierteren Ausführungen in Abschnitt II, 3. bringt Abschnitt II, 4. eine Zusammenstellung der Rechenformeln zur Berechnung der Genauigkeit aller Verfahren und erläutert den Aufbau der verwendeten Rechenprogramme.

Die Abschnitte II, 3. und II, 4. können überschlagen werden, wenn es darum geht, rasch einen Überblick über die Ergebnisse dieser Arbeit zu gewinnen. Im Rahmen der Arbeit dienen sie lediglich zur Dokumentation der angewandten Methoden der Genauigkeitsberechnung.

### 1.2 Das zugrundegelegte Streifenkoordinatensystem

Alle Ableitungen für freie Streifen beziehen sich auf ein Streifenkoordinatensystem, dessen Ursprung im Projektionszentrum des ersten Bildes liegt und dessen Achsen mit den Achsen des räumlichen Bildkoordinatensystems des ersten Bildes zusammenfallen. Abb. 9 zeigt das Streifenkoordinatensystem und die Numerierung der Bilder, der Modelle und der Streifenpunkte.

Für die Fälle eingepaßter Streifen wird ein Geländekoordinatensystem verwendet, das mit dem freien Streifensystem zusammenfällt (Abb. 9). Die Länge des Streifens bleibt laut Aufgabenstellung S. 2 auf 10 Modelle beschränkt.

### 1.3 Die Paßpunktverteilung

Alle Angaben über die Einpassung oder Ausgleichung auf 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte beziehen sich auf die beiden Paßpunktanordnungen, die in Abb. 10 dargestellt sind. Die angenommenen Koordinaten der Paßpunkte sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Paßpunktkoordinaten				Bemerkungen
Pkt. Nr.	X	Y	Z	
1	0	-D	C	B = 90 mm
3	0	D	C	C = 153 mm
16	5B	-D	C	D = 90 mm
18	5B	D	C	
31	10B	-D	C	
33	10B	D	C	

Die Koordinaten werden als fehlerfrei betrachtet (vgl. I, 3., S. 10).

### 1.4 Die Bildkoordinaten

Für alle Untersuchungen wird unterstellt, daß in den Bildern 2 - 10 die Koordinaten von je 9 Bildpunkten und in den Bildern 1 und 11 die Koordinaten von je 6 Bildpunkten gemessen wurden (Anordnungsschema (Abb. 5) und Tabelle der Bildkoordinaten siehe Seite 20). Für den Streifen mit 11 Bildern ergibt sich damit eine Gesamtzahl von  $(9 \times 18 + 2 \times 12) = 186$  gemessenen Bildkoordinaten.

Abb. 9 Streifenkoordinatensystem

Numerierung der Bilder, der Modelle und der Streifenpunkte

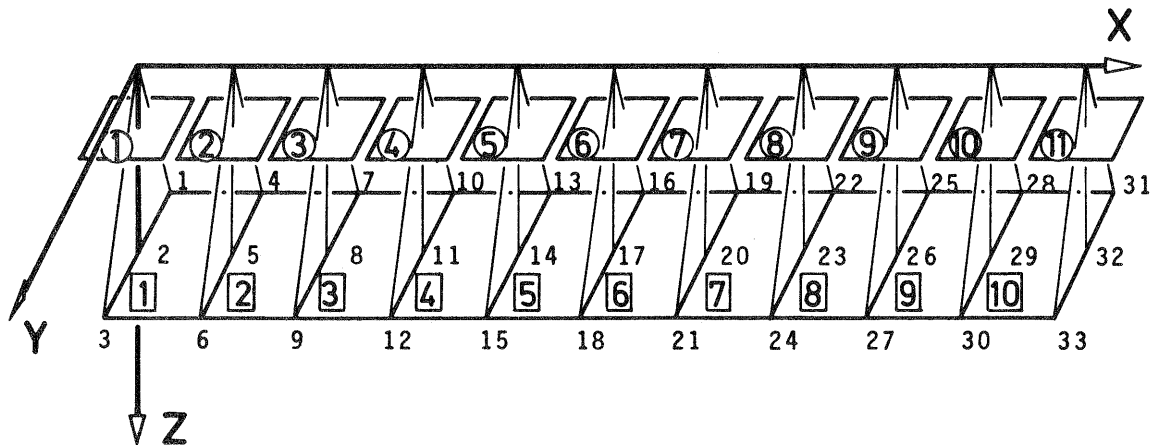
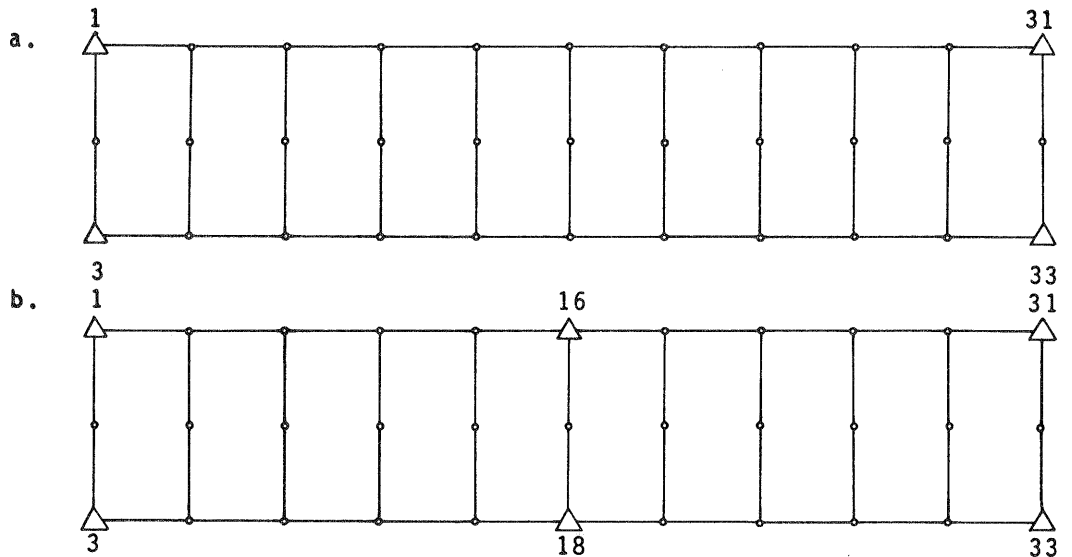


Abb. 10 Paßpunktanordnungen



## 2. Beschreibung der verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifen- triangulation; Formelansätze, Matrizenstrukturen

### 2.1 Die Streifentriangulation mit Bündeln

#### 2.1.1 Das Verfahren

Bei der Triangulation mit Bündeln werden die Streifenkoordinaten aller Streifenpunkte (sofern sie nicht Paßpunkte sind) und die Orientierungsdaten aller Bündel durch Ausgleichung in einem Guß nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt (vermittelnde Beobachtungen). Jede gemessene Bildkoordinate wird als verbesserungsbedürftig betrachtet und gibt Anlaß zu einer Verbesserungsgleichung (siehe I, 4., S. 18). Für den Streifen mit 11 Bildern sind 186 Verbesserungsgleichungen aufzustellen (II, 1.4).

#### 2.1.2 Die allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für die Streifentriangulation mit Bündeln

Um verschiedene Versionen der Streifentriangulation mit Bündeln erfassen zu kön-

nen, werden in der allgemeinen Koeffizienten-Matrix der Verbesserungsgleichungen die Orientierungsgrößen aller 11 Bündel und die Koordinaten aller 33 Streifenpunkte als Parameter geführt (insgesamt  $66 + 99 = 165$ ). Die Normalgleichungsmatrix, die sich aus dieser allgemeinen Matrix ergäbe, wäre singulär, da das Gesamtsystem im Raum nicht festgelegt und seine Größe unbestimmt ist.

Die allgemeine Koeffizienten-Matrix  $\mathbf{A}$  der Verbesserungsgleichungen ist in Abb.11 mit ihren Submatrizen  $\mathbf{A}_0$  und  $\mathbf{A}_x$  sowie I - VI dargestellt. Die Teilmatrix  $\mathbf{A}_0$  enthält die Koeffizienten der Orientierungsparameter, die Teilmatrix  $\mathbf{A}_x$  setzt sich aus den Koeffizienten der Streifenkoordinaten zusammen. Die einzelnen Submatrizen enthalten folgende Anteile der Bündelmatrix von S. 21/22:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	7 - 18	1 - 6	3a	21
II	1 - 18	1 - 6	3a	21
III	1 - 12	1 - 6	3a	21
IV	7 - 18	10 - 27	3b	22
V	1 - 18	1 - 27	3b	22
VI	1 - 12	1 - 18	3b	22

#### 2.1.2.1 Spezialisierung der allgemeinen Koeffizientenmatrix für den freien Streifenaufbau

Der freie Streifenaufbau mit Bündeln hat zwar wenig praktische Bedeutung, da es nicht sinnvoll erscheint, ein strenges, aber gleichzeitig aufwendiges Verfahren der Streifenbildung anzuwenden, dem die darauf folgenden weniger strengen Ausgleichungsverfahren kaum gerecht werden; für vergleichende Genauigkeitsuntersuchung ist es jedoch interessant, den direkten Streifenaufbau mit Bündeln anderen Streifenbildungsverfahren gegenüberzustellen.

Um den Streifen mit Bündeln frei aufbauen zu können, müssen insgesamt 7 Parameter als bekannt vorausgesetzt werden; hier seien dies, wie auch in den Fällen des freien Streifenaufbaus mit Aeropolygonverfahren, die 6 Orientierungsparameter des ersten Bildes und die X-Komponente der ersten Basis ( $X_{02}$ ). Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für den freien Streifen aus der allgemeinen Koeffizientenmatrix (Abb. 11), in dem die Spalten 1 - 6 und 10 fortgelassen werden.

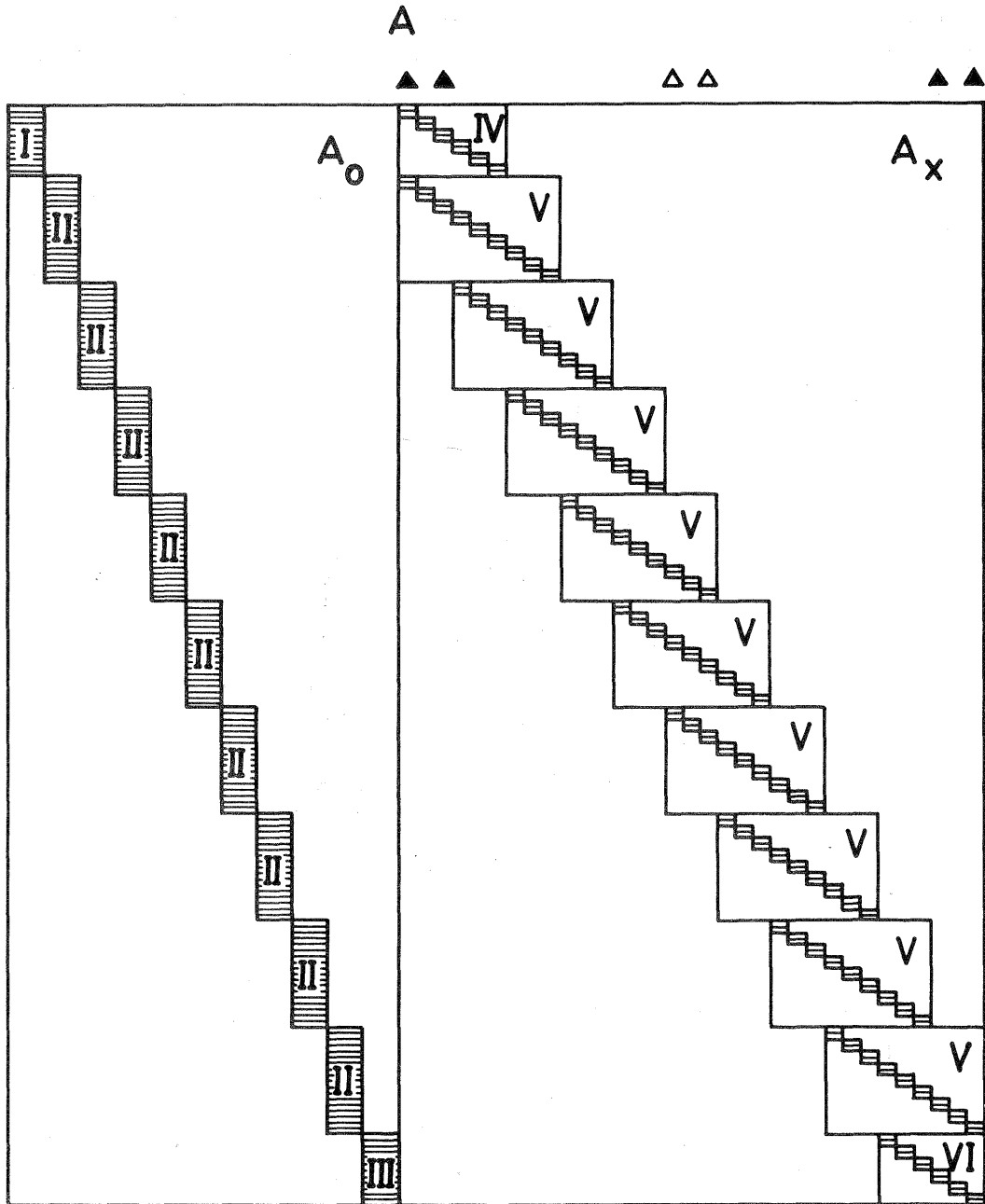
#### 2.1.2.2 Spezialisierung der allgemeinen Koeffizientenmatrix für die direkte Ausgleichung auf 4 Vollpaßpunkte

Die 12 Raumkoordinaten der 4 Vollpaßpunkte (Abb. 10a) sind im Geländesystem gegeben; aus der allgemeinen Koeffizientenmatrix (Abb. 11) müssen die entsprechenden Spalten gestrichen werden, da die betreffenden Koordinaten nicht mehr als Unbekannte auftreten. Diese sind in Abb. 11 durch ausgefüllte Dreiecke gekennzeichnet.



Abb. 11: BONDELLÖSUNG

"Allgemeine" Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen



$A_0$  ... Koeffizientenmatrix der Orientierungsparameter der Bündel

$A_x$  ... Koeffizientenmatrix der ausgeglichenen Streifenkoordinaten

•  $\triangleleft$  diese Fläche entspricht einem Matrizenelement

### 2.1.2.3 Spezialisierung der allgemeinen Koeffizientenmatrix für die direkte Ausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte

Um die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für eine direkte Bündelausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte aufzubauen, müssen aus der in 2.1.2.2 genannten **A**-Matrix die 6 Spalten der Raumkoordinaten von zwei weiteren Paßpunkten gestrichen werden. Die zusätzlich ausfallenden Spalten sind in Abb. 11 durch leere Dreiecke markiert.

Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifentriangulation mit Bündeln wird in II, 3.1, S. 53 angegeben.

## 2.2 Die Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (räumlich)

### 2.2.1 Das Verfahren

Das Grundprinzip der Triangulation mit unabhängigen Modellen sei anhand der Abb. 12 dargelegt:

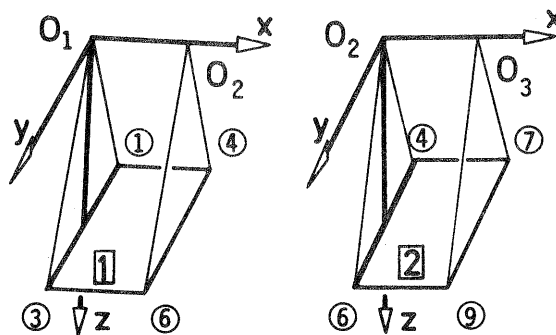


Abb. 12: Unabhängige Modelle

Jedes Modell wird unabhängig von den anderen im Analoggerät oder analytisch gebildet. Die Messung umfaßt praktisch pro Modell die Raumkoordinaten von 4 Modellpunkten und die Raumkoordinaten der beiden Projektionszentren. Die Koordinaten beziehen sich auf das modellinterne Koordinatensystem jedes Modells (definiert nach Abb. 12). Die Einzelmodelle liegen zunächst unbestimmt im Raum; um sie zu verknüpfen, werden jedem Modell die 7 Freiheitsgrade einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation zuerkannt. Die Verknüpfung zweier Modelle gelingt über je 3 gemeinsame Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen dürfen (daher einer davon das Projektionszentrum, vgl. Abb. 12). Wegen unvermeidlicher Deformationen der Einzelmodelle, Fehlern der Messungen und wegen Überbestimmung werden die Verknüpfungspunkte beim Zusammenschluß nicht voll zur Deckung kommen, sondern kleine Restklaffungen aufweisen.

Die unabhängigen Modellkoordinaten werden als stochastische Größen betrachtet, die einer Ausgleichung zu unterziehen sind. Als unbekannte Parameter werden die Orientierungsgrößen aller Einzelmodelle (je Modell 7) und die Raumkoordinaten aller Verknüpfungspunkte, bezogen auf ein übergeordnetes Koordinatensystem betrachtet. Der Modellverband wird über Paßpunkte auf das übergeordnete System bezogen;

es sind hierzu mindestens 7 Paßpunktdaten notwendig (zum Beispiel die Raumkoordinaten zweier Vollpaßpunkte und die Höhe eines weiteren Paßpunktes).

Bei der bisher skizzierten Triangulation mit unabhängigen Modellen werden Restklaffungen auch an den Projektionszentren zugelassen, obwohl die in zwei angrenzenden Modellen getrennt gemessenen Projektionszentren ( $O_2$  in Abb. 12) bei der Aufnahme ursprünglich gemeinsam ein Projektionszentrum bildeten. Das geometrische Prinzip einer einzigen Zentralprojektion pro Bild ist damit verlassen worden: Das zu  $O_2$  gehörende Bild ist Teil beider anzuschließenden Modelle; beide Bildhälften nehmen jedoch getrennt an den gegenseitigen Orientierungen der beiden Modelle teil. Durch den Modellanschluß über die 3 Verknüpfungspunkte  $O_2$ , ④ und ⑥ (Abb. 12) wird nicht erzwungen, daß die Drehmatrizen beider Bildhälften in beiden Modellen identisch sind (die ursprünglich zusammengehörigen Bildhälften sind getrennt, unstetiger Übergang).

Gotthardt gibt in [11] einige instruktive Beispiele zum Problem der Verknüpfung unabhängiger Modelle. Er kommt zu dem Schluß, daß es aus Gründen stets zu erwartender Verbiegungen der Einzelmodelle unzweckmäßig erscheint, Identitätsbedingungen für die einander zugehörigen Projektionszentren ( $O_2$ ) oder umgekehrt für die Modellpunkte ④ und ⑥ einzuführen. Vielmehr sollten alle beteiligten Koordinaten der Verknüpfungspunkte als verbesserungsbedürftig betrachtet werden.

Bei den beiden angedeuteten Möglichkeiten der Modellverknüpfung (Projektionszentren frei bzw. Zwangsanschluß in den Projektionszentren) handelt es sich um verschiedene Funktionalmodelle. Es ist nicht ohne weiteres klar, welches Modell "besser" ist. Hier wird nicht versucht, diese Frage zu klären, vielmehr sollen die beiden Arten der Modellverknüpfung ihrer theoretisch zu erwartenden Genauigkeit nach miteinander verglichen werden.

### 2.2.2 Das funktionale Modell der Triangulation mit unabhängigen Stereo"modellen" - nicht lineare und lineare Verbesserungsgleichungen -

Bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen wird jedes Modell einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation unterzogen, es erfährt dabei Verschiebungen in 3 voneinander unabhängigen Richtungen, 3 räumliche Drehungen (vgl. Rinner [28]) und eine Maßstabsänderung.

Zwischen den verbesserten Modellkoordinaten eines Punktes  $j$  im unabhängigen Modell  $i$  ( $x_{ij} + v_{x_{ij}}$ ,  $y_{ij} + v_{y_{ij}}$ ,  $z_{ij} + v_{z_{ij}}$ ), den Orientierungsparametern des Modells  $i$  ( $M_i$ ,  $\Omega_i$ ,  $\Phi_i$ ,  $K_i$ ,  $X_{0i}$ ,  $Y_{0i}$ ,  $Z_{0i}$ ) und den ausgeglichenen Streifenkoordinaten des Punktes  $j$  im übergeordneten Koordinatensystem ( $X_j$ ,  $Y_j$ ,  $Z_j$ ) bestehen folgende Beziehungen:

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = M_i \cdot D^{-1} \begin{bmatrix} x_{ij} + v_{x_{ij}} \\ y_{ij} + v_{y_{ij}} \\ z_{ij} + v_{z_{ij}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{0i} \\ Y_{0i} \\ Z_{0i} \end{bmatrix} \quad (22)$$

wobei die Drehmatrix  $D$  aus Gleichung (17), S. 17, übernommen werden kann

( $D^{-1} = D^T$ ). Die Beziehungen sind nicht linear. Eine Linearisierung unter der Annahme, daß die Modelle parallel zum übergeordneten Koordinatensystem ausgerichtet sind und der Maßstabsfaktor ungefähr 1 beträgt, führt zu folgender Linearform der Verbesserungsgleichungen für die Modellkoordinaten eines Punktes  $j$  im Modell  $i$ :

$$\begin{bmatrix} v_{x_{ij}} \\ v_{y_{ij}} \\ v_{z_{ij}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{ij} & 0 & -z_{ij} & y_{ij} & -1 & 0 & 0 \\ -y_{ij} & z_{ij} & 0 & -x_{ij} & 0 & -1 & 0 \\ -z_{ij} & -y_{ij} & x_{ij} & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta \Omega_i \\ \Delta \Phi_i \\ \Delta K_i \\ \Delta X_{0i} \\ \Delta Y_{0i} \\ \Delta Z_{0i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_j \\ \Delta Y_j \\ \Delta Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{bmatrix} \quad (23)$$

2.2.3 Allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für die Streifen-triangulation mit unabhängigen Modellen

- Beispiel: 3 unabhängige Modelle -

In Abb. 13 sind für 3 unabhängige Modelle Modellnummern und Punktnummern angegeben, außerdem ist das übergeordnete Koordinatensystem X, Y, Z dargestellt.

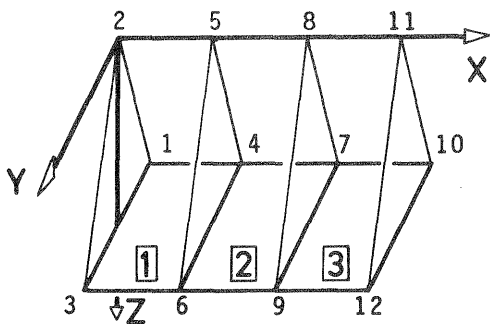
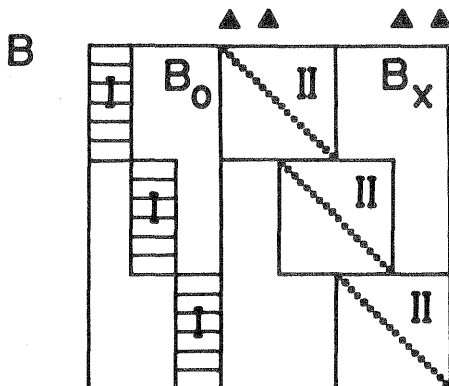


Abb. 13  
Streifenkoordinatensystem  
unabhängige Modelle

Abb. 14  
Triangulation mit unabhängigen Modellen  
Allgemeine Koeffizientenmatrix der  
Verbesserungsgleichungen  
- 3 unabhängige Modelle -



$B_0 \dots$  Koeffizientensubmatrix der Orientierungsparameter der Modelle

$B_x \dots$  Koeffizientensubmatrix der ausgeglichenen Streifenkoordinaten

Um den prinzipiellen Aufbau einer Koeffizientenmatrix von Verbesserungsgleichungen für die Ausgleichung unabhängiger Modelle zu zeigen, wird die allgemeine Koeffizientenmatrix  $\mathbf{B}$  für den kurzen Streifen mit 3 Modellen in Abb. 14 dargestellt. Die allgemeine Matrix enthält noch die Orientierungsparameter aller Modelle und die Koordinaten aller Streifenpunkte; eine daraus abgeleitete Normalgleichungsmatrix wäre singulär, da der Gesamtstreifen im Raum nicht festgelegt und seine Größe unbestimmt ist.

Es wird darauf verzichtet, die Matrix für 10 Modelle aufzubauen, da das allgemeine Bildungsgesetz auch am kurzen Streifen ersichtlich ist und im übrigen eine gewisse Analogie zur Bündellösung und den dortigen Angaben besteht.

Die Submatrizen I enthalten die Koeffizienten der Orientierungsparameter für jeweils ein Modell. Die Koeffizienten sind für einen Modellpunkt aus der Matrix in Gleichung (23) zu entnehmen. Die Submatrizen II sind Einheitsmatrizen. Aus der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{B}_x$  der Streifenkoordinaten ist zu ersehen, daß die Modelle  $\boxed{1}$  und  $\boxed{2}$  über die Streifenpunkte 4, 5 und 6, die Modelle  $\boxed{2}$  und  $\boxed{3}$  über die Streifenpunkte 7, 8 und 9 miteinander verknüpft sind (siehe auch Abb. 13). Im folgenden wird gezeigt, wie aus der allgemeinen Koeffizientenmatrix durch Fortlassen von Spalten Koeffizientenmatrizen  $\mathbf{B}$  für bestimmte Fälle gebildet werden können.

#### 2.2.3.1 Spezialisierung der allgemeinen Matrix für den freien Streifenaufbau

Um den Streifen mit 3 Modellen frei aufzubauen, werden die 7 Orientierungsparameter des ersten Modells als bekannt vorausgesetzt. Dies entspricht einem Fortlassen der ersten 7 Spalten in der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{B}$  (Abb. 14).

#### 2.2.3.2 Spezialisierung der allgemeinen Matrix für die direkte Ausgleichung dreier Modelle auf 4 Vollpaßpunkte

Sind die Streifenpunkte 1, 3, 10 und 12 als Vollpaßpunkte gegeben, entfallen aus der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{B}$  die durch ausgefüllte Dreiecke gekennzeichneten Spalten (Abb. 14). Als unbekannte Parameter sind zu bestimmen: die Orientierungsparameter der 3 Modelle und die Raumkoordinaten der Streifenpunkte 4, 6, 7 und 9.

#### 2.2.3.3 Analogie zur Bündellösung - Erweiterung auf 10 Modelle -

Vergleicht man die allgemeinen Matrizen der Bündellösung (Abb. 11, S. 29) und der Triangulation mit unabhängigen Modellen, fallen gemeinsame Merkmale auf. Beide Matrizen enthalten je eine Submatrix  $\mathbf{A}_0$  bzw.  $\mathbf{B}_0$ , die sich aus den Koeffizienten von Orientierungsparametern (der Bilder bzw. der Modelle) zusammensetzt, und je eine Submatrix  $\mathbf{A}_x$  bzw.  $\mathbf{B}_x$ , die aus den Koeffizienten der Modellkoordinaten gebildet werden. Die Regeln der Spezialisierung für besondere Paßpunktanordnungen können deshalb von der Bündellösung auf die Triangulation mit unabhängigen Modellen übertragen werden (siehe II, 2.1.2.1 - 2.1.2.3 und II, 2.2.3.1 und 2.2.3.2).

#### 2.2.4 Zwei Versionen der Triangulation mit räumlichen unabhängigen Modellen

In der Verfahrensbeschreibung (2.2.1) wurden die beiden Versionen der Triangulation mit räumlichen unabhängigen Modellen schon angesprochen. Sie wurden dort mit "Projektionszentren frei" bzw. "Zwangsanschluß in den Projektionszentren" gekennzeichnet. Im ersten Fall gelten alle unabhängigen Modellkoordinaten als verbesserungsbedürftig, im zweiten Fall (Zwangsanschluß) werden nur in den Modellpunkten Verbesserungen zugelassen (vgl. Punkte 4, 6, 7 und 9 in Abb. 13), für die Projektionszentren wird dagegen in zwei aneinander angrenzenden Modellen Punktidentität erzwungen (vgl. Abb. 15).

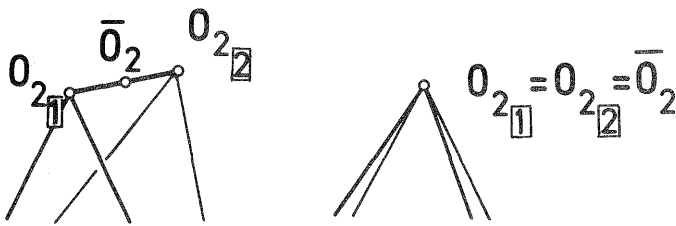


Abb. 15

"Projektionszentren frei" und  
"Zwangsanschluß in den Projektionszentren"

Beide Versionen können mit ein und demselben funktionalen Modell beschrieben werden (siehe 2.2.2). Die Trennung in zwei Versionen erfolgt mit Hilfe verschiedener stochastischer Ansätze.

Bei der Version mit freien Projektionszentren werden alle Modellkoordinaten (einschließlich Projektionszentren) als gleich genau und unkorreliert betrachtet (siehe [11]).

Der Zwangsanschluß in den Projektionszentren wird bei der zweiten Version auf einfache Weise dadurch erreicht, daß man die Koordinaten der Projektionszentren mit einem sehr viel höheren Gewicht belegt als die Koordinaten der Modellpunkte (vgl. Schmid [31]). Anhand eines Testbeispiels mit zwei Modellen ergab sich, daß ein Gewichtsverhältnis von 1000 : 1 zwischen Projektionszentren und Modellpunkten ausreicht, um die einander zugehörigen Projektionszentren durch die Ausgleichung praktisch in einem Punkt zu vereinigen.

In II, 3.2 werden Fehlerfortpflanzung und Genauigkeitsberechnung bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen behandelt werden.

### 2.3 Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (eben) <sup>+</sup>)

- ANBLOCK-Methode -

#### 2.3.1 Vorbemerkungen

Die von van den Hout [37] erstmals angegebene ANBLOCK-Methode zur Lageausgleichung von Blöcken und Streifen ist inzwischen in der Photogrammetrischen Fachwelt allgemein bekannt. Sie beruht auf einem mathematischen Modell, das Lagekoordinaten un-

<sup>+</sup>) Projektionszentren scheiden hier aus der Betrachtung aus

abhängiger Stereo"modelle" als stochastische Größen betrachtet.

Die Koordinaten gelten als gleich genau und unkorreliert. Die Modelle werden durch eine direkte Ausgleichung in Form einer verketteten ebenen Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation) aneinander und auf die Paßpunkte eingepaßt. Jedem Modell werden dabei die Freiheitsgrade einer Helmert-Transformation zuerkannt.

Die Anblockmethode ist auf Einzelstreifen wie auf Blöcke anwendbar, wobei der Einzelstreifen als Sonderfall des Blockes betrachtet werden kann. Im Rahmen dieser Untersuchungen soll die Anblockmethode mit den übrigen untersuchten Verfahren der Aerotriangulation auf der Grundlage der Bildkoordinaten verglichen werden.

Ackermann hat auf der Grundlage des mathematischen Modells der Anblockmethode umfangreiche fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeitseigenschaften von Blöcken und Streifen durchgeführt [3], [4], [5]. Er hat dabei stets betont, daß die einfache Fehlertheorie der Anblockmethode wohl geeignet sein dürfte, um allgemeine Gesetzmäßigkeiten im Genauigkeitsverhalten von Blöcken und Streifen aufzuzeigen, daß sie jedoch im Bereich einzelner Modelle nicht detailliert genug ist. Die nach dem stochastischen Modell der Anblockmethode ermittelten Genauigkeitsergebnisse werden sich aufgrund der unterschiedlichen Voraussetzungen von den Ergebnissen dieser Arbeit unterscheiden.

In diesem Zusammenhang scheint eine Arbeit von Ebner [8] interessant, die eine Möglichkeit aufzeigt, unter vereinfachten Annahmen erhaltene Genauigkeitsergebnisse von Ausgleichungen mit Hilfe übergeordneter Modelle zu überprüfen. Ergebnisse, die aufgrund der vereinfachten Fehlertheorie der Anblockmethode erzielt wurden, können damit auf das übergeordnete Modell bezogen werden, das den vergleichenden Untersuchungen der vorliegenden Arbeit zugrundeliegt (in II,3.2.4 wird hierauf näher eingegangen werden).

### 2.3.2 Verbesserungsgleichungen der Anblockmethode

In Anlehnung an die Verbesserungsgleichungen der räumlichen Ähnlichkeitstransformation (Gleichungen (23), Seite 32), werden für die Anblockmethode folgende Verbesserungsgleichungen für die Koordinaten eines Punktes  $j$  in Modell  $i$  angesetzt:

$$\begin{bmatrix} v_{x_{ij}} \\ v_{y_{ij}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{ij} & +y_{ij} & -1 & 0 \\ -y_{ij} & -x_{ij} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta K_i \\ \Delta X_{0_i} \\ \Delta Y_{0_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Sie ergeben sich unter der Voraussetzung, daß die gemessenen Modellkoordinaten  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  eines Punktes  $j$  im Modell  $i$  und nicht die transformierten Modellkoordinaten  $X_j$ ,  $Y_j$  wie in [3] als stochastische Größen betrachtet werden. Es kann gezeigt werden, daß unter den gegebenen Voraussetzungen beide Betrachtungsweisen gleichberechtigt nebeneinander stehen. Um jedoch die Fehlerfortpflanzung von den Bildkoordinaten über die Modellkoordinaten zu den ausgeglichenen Streifenkoordinaten verfolgen zu können, ist es zweckmäßig, die Gleichungen in obiger Form anzusetzen. Als Unbekannte treten in jeder Verbesserungsgleichung die 4 Parameter

einer Helmert-Transformation für dasjenige Modell auf, in dem die betreffende Koordinate gemessen wurde ( $\Delta M_i$ ,  $\Delta K_i$ ,  $\Delta X_{0i}$ ,  $\Delta Y_{0i}$ ) und, falls der Punkt  $j$  nicht Paßpunkt ist, die transformierten Modellkoordinaten  $X_j$ ,  $Y_j$  des Punktes  $j$ .

### 2.3.3 Die allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen für einen Anblockstreifen und ihre Spezialisierung für 4 Paßpunkte - Beispiel für 3 unabhängige Modelle -

Für einen kurzen Streifen mit 3 Modellen und je Modell 4 gemessenen Modellpunkten (siehe Abb. 16) wird in Abb. 17 die allgemeine Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen dargestellt. Ihr Aufbau braucht im einzelnen nicht näher erläutert zu werden, da eine weitgehende Analogie zwischen der räumlichen und der ebenen Triangulation mit unabhängigen Modellen besteht.

Falls die Punkte 1, 3, 10 und 12 als Lagepaßpunkte gegeben sind (Abb. 16), entfallen die durch Dreiecke gekennzeichneten Spalten in der allgemeinen Koeffizientenmatrix (Abb. 17), da die Koordinaten dieser Punkte dann nicht mehr als Unbekannte auftreten.

Eine eindeutige Lösung wäre schon bei zwei Lagepaßpunkten (4 Koordinaten gegeben).

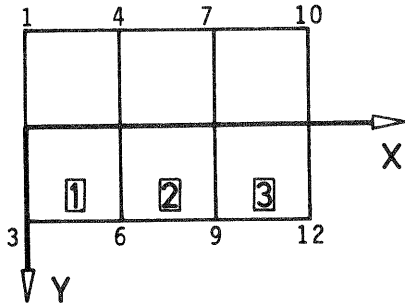


Abb. 16  
Streifenkoordinatensystem,  
Punktnummerierung  
(ANBLOCK-Streifen)

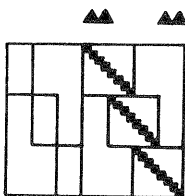


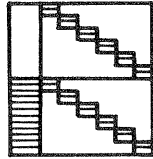
Abb. 17  
ANBLOCK  
Allgemeine Koeffizientenmatrix der  
Verbesserungsgleichungen  
- 3 Modelle -

■ ← diese Fläche entspricht einem Matrizen-  
element

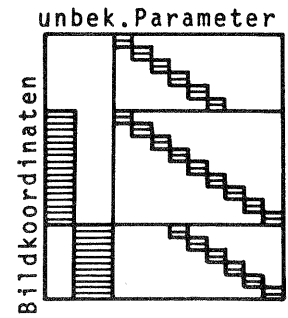


Abb.18: AEROPOLYGONVERFAHREN

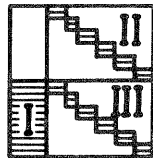
## Koeffizientenmatrizen der Verbesserungsgleichungen

a. Erstes Modell (erster Bildanschluß) bzw. erstes Triplet1. Folgebildstreifen  
(Z), (3Z) und (3XYZ)

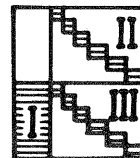
2. Tripletstreifen

b. Zweites Modell bzw. Triplet und weitere

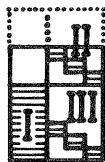
1. Folgebildstreifen (Z)



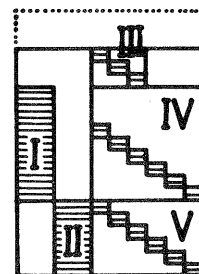
2. Folgebildstreifen (3Z)



3. Folgebildstreifen (3XYZ)



4. Tripletstreifen



• Diese Fläche entspricht einem Matrizenelement

## 2.4 Streifenbildung nach verschiedenen Aeropolygonverfahren

### 2.4.1 Vorbemerkungen

Bei den unter dem Begriff Aeropolygonverfahren zusammengefaßten Streifenbildungsverfahren wird ein Streifen stufenweise aufgebaut. Ausgehend vom willkürlich festgelegten oder über Paßpunkte absolut orientierten ersten Modell werden die nachfolgenden Bilder eines Streifens einzeln jeweils an das vorhergehende Bild angeschlossen. Durch den Bildanschluß sind die 6 Orientierungsparameter des Folgebildes zu bestimmen, bezogen auf das Streifenkoordinatensystem, das meist mit dem räumlichen Bildkoordinatensystem des ersten Bildes zusammengelegt wird. Diese Aufgabe wird in Analoggeräten aufgespalten in die relative Orientierung und die Maßstabsübertragung.- Rechnerische Lösungen bestimmen die Parameter des Bildanschlusses meist durch Ausgleichung. Die Verfahren unterscheiden sich vor allem in der Art, wie die Informationen im gemeinsamen Überdeckungsbereich zweier Modelle für den Bildanschluß verwertet werden; sie reichen von der einfachen Maßstabsübertragung durch jeweils einen Höhenpunkt in Streifenmitte über den Anschluß an Höhenpunkte in Streifenmitte und Streifenrändern bis zum vollen Koordinatenanschluß in mehreren Punkten innerhalb des gemeinsamen Überdeckungsbereichs zweier Modelle.

Die Streifenbildung mit Triplets [25], [7] gehört sinngemäß ebenfalls zu den Aeropolygonverfahren, obwohl sie sich durch die gleichzeitige Behandlung von jeweils 3 Bildern prinzipiell von den übrigen, mit Bildpaaren arbeitenden Verfahren unterscheidet. Die Tripletlösung wird in II, 2.4.2.4 noch näher beschrieben werden.

### 2.4.2 Verschiedene Verfahren des Bildanschlusses

#### - Koeffizientenmatrizen der Verbesserungsgleichungen -

Die zu untersuchenden Verfahren des Bildanschlusses sollen im folgenden formuliert werden. Für jedes Verfahren wird die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen (Abb. 18) mit Hilfe der allgemeinen Koeffizientenmatrix des Bündels aufgebaut (siehe Tafeln 3a und 3b, S. 21). Die vom Vormodell her als Anschlußparameter betrachteten Größen sind im folgenden (in den Abbildungen 19, 20, 21 und 22) für die einzelnen Verfahren angegeben.

$\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0$

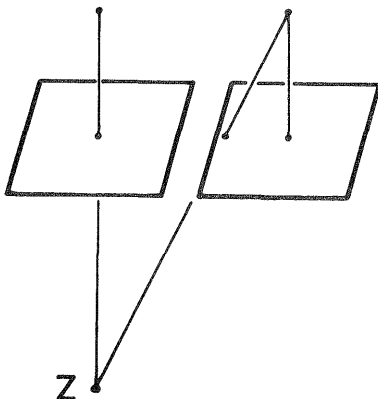


Abb. 19

Klassischer Folgebildanschluß  
(Maßstabsübertragung über eine Höhe)

### 2.4.2.1 Der klassische Folgebildanschluß (FB (Z))

Die Orientierung des ersten Modells liegt vor, sie sei durch Hinzuorientieren des zweiten Bildes zum festgehaltenen ersten Bild, bei bekannter Basiskomponente  $b_x$ , durchgeführt worden (vgl. Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen, Beispiel 1, Abb. 7, S. 23). Beim Folgebildanschluß der weiteren Bilder herrscht jeweils folgende Situation (vgl. Abb. 19):

Die 6 Orientierungsparameter  $\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0$  des vorhergehenden Bildes und die Höhe eines Übertragungspunktes in der Nähe des Nadirpunktes des linken Bildes (Z) werden vom Vormodell her als bekannt und als unveränderlich betrachtet.

Im Verlauf des Folgebildanschlusses sind die 6 Orientierungsparameter des rechten Bildes und die verbleibenden 17 Koordinaten der 6 Modellpunkte zu bestimmen.

Die Strahlenschnitte werden im Bereich eines Einzelmodells bestimmt, beziehen sich aber auf das Streifenkoordinatensystem (vgl. Abb. 9, S. 27), da der Streifen vom ersten Modell her stufenweise durch Bildanschluß aufgebaut wird. Die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen des klassischen Folgebildanschlusses ist in Abb. 18b, 1. dargestellt, sie setzt sich wie folgt aus den Elementen der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	1 - 12	1 - 6	3a	21
II	7 - 18	10-14 , 16-27	3b	22
III	1 - 12	1 - 5 , 7 - 18	3b	22

### 2.4.2.2 Folgebildanschluß mit Anknüpfung an die Höhen dreier Übertragungspunkte (FB (3Z))

Wie bei 2.4.2.1 liege die Orientierung des ersten Modells vor (vgl. Abb. 7, S.23). Die Situation beim Anschluß eines weiteren Bildes ist in Abb. 20 dargestellt.

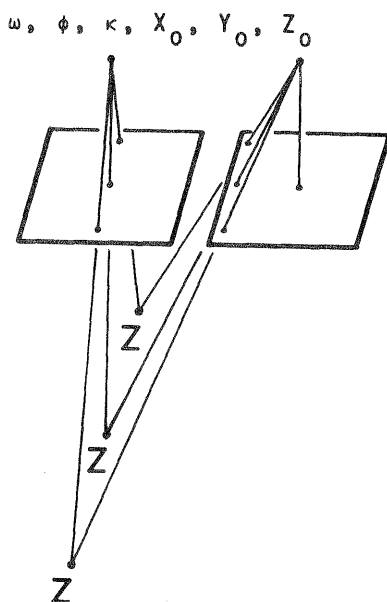


Abb. 20

Folgebildanschluß über die Höhen dreier Übertragungspunkte

Vom Vormodell her werden die 6 Orientierungsparameter des linken Bildes und die Höhen der 3 Übertragungspunkte als bekannt vorausgesetzt. Sie werden als Anschlußparameter für das Folgebild festgehalten.

Durch den Folgebildanschluß sind die 6 Orientierungsparameter des rechten Bildes und die verbleibenden 15 Koordinaten der 6 Modellpunkte zu bestimmen. Die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen des Folgebildanschlusses über 3 Höhen ist in Abb. 18b, 2. schematisch dargestellt. Sie setzt sich wie folgt aus den Elementen der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	1 - 12	1 - 6	3a	21
II	7 - 18	10, 11, 13, 14, 16, 17, 9 - 27	3b	22
III	1 - 12	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 - 18	3b	22

#### 2.4.2.3 Folgebildanschluß mit vollem Koordinatenanschluß in 3 Übertragungspunkten (FB (3XYZ))

Die Orientierung des ersten Modells sei wie bei 2.4.2.1 vollzogen worden, Als Anschlußparameter für die Anschlüsse weiterer Bilder gelten in diesem Fall: die 6 Orientierungsparameter des jeweils vorhergehenden Bildes und die Raumkoordinaten aller 3 Übertragungspunkte (siehe Abb. 21).

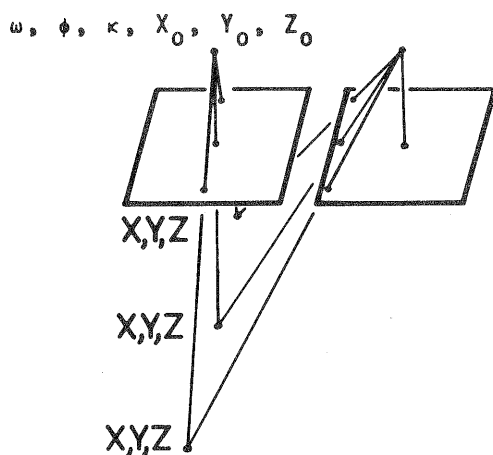


Abb. 21

Voller Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten

Durch den Folgebildanschluß sind zu bestimmen: die 6 Orientierungsparameter des rechten Bildes und die Raumkoordinaten der 3 im rechten Modellteil liegenden Modellpunkte. Die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen ist in Abb. 18b, 3. dargestellt. Sie setzt sich wie folgt aus den Elementen der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	1 - 12	1 - 6	3a	21
II	13 - 18	19 - 27	3b	22
III	1 - 12	10 - 18	3b	22

#### 2.4.2.4 Die Tripletlösung

Über eine Methode der Aerotriangulation, die 3 Bilder - ein Triplet - anstatt eines Bildpaares als Grundeinheit benützt, hat Mikhail [25] 1962 erstmals berichtet. Seither erschien eine ganze Reihe von Publikationen über die Tripletmethode (zum Beispiel McNair [22], Anderson [7], Keller [19]); zum Teil wurde die Tripletlösung auch mit der Modellorientierung verglichen (siehe Lehmann [21], Schwarz [33], Moellmann [26]), doch steht ein umfassender Vergleich ihrer Genauigkeitsleistungen mit denen anderer Verfahren der Aerotriangulation noch aus.

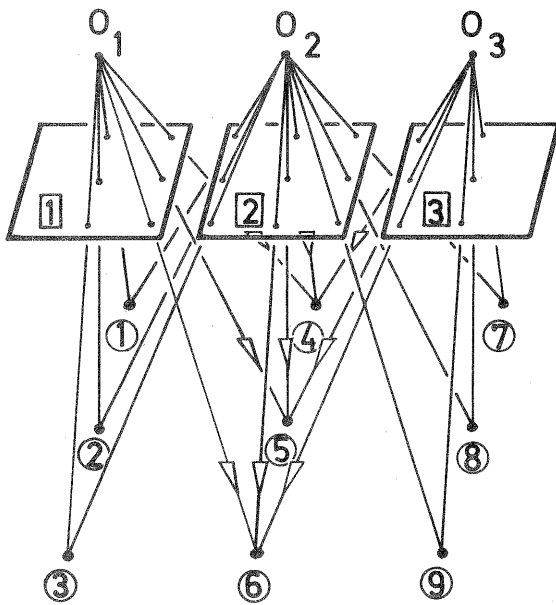


Abb. 22  
Triplet

Der Grundgedanke der Tripletmethode sei im folgenden an der Lösung skizziert, wie sie beim US Coast and Geodetic Survey eingeführt wurde (siehe Keller [19]): Abb. 22 stellt das erste Triplet eines Streifens dar. Die Orientierungsparameter des Bildes [1] und die X-Komponente der ersten Basis werden als bekannt vorausgesetzt, um das Triplet eindeutig im Raum festzulegen. Die Tripletorientierung wird nach der "Lösung Schmid" [30] durchgeführt, wobei gleichzeitig die Raumkoordinaten der Modellpunkte ① - ⑨ und die Orientierungsparameter der Bilder [2] und [3] bestimmt werden. Aus Abb. 22 ist ersichtlich, daß die Koordinaten der Punkte ④, ⑤ und ⑥ jeweils durch die Schnitte dreier Strahlen (von den Projektionszentren  $O_1$ ,  $O_2$  und  $O_3$  aus) bestimmt werden.

Für den weiteren Streifenbau werden die Raumkoordinaten der Punkte ④, ⑤ und ⑥ und die Orientierung des mittleren Bildes als endgültig festgehalten. Dagegen gelten die Orientierungsparameter von Bild [3] und die Raumkoordinaten der Punkte ⑦, ⑧ und ⑨ nur als vorläufig bestimmt, ihre endgültige Bestimmung erfolgt im Rahmen der nachfolgenden Tripletorientierung. Daran sind die Bilder [2], [3] und [4] beteiligt. Die Orientierungsparameter der Bilder [3] und [4] und die Raumkoordinaten der Punkte ⑦, ⑧, ⑨, ⑩, ⑪ und ⑫ werden entsprechend wie beim ersten Triplet durch Ausgleichung in einem Guß nach der Lösung Schmid bestimmt. Die Orientierung von Bild [2] (mittleres Bild des ersten Tripletts) und

die Raumkoordinaten der Punkte ④, ⑤ und ⑥ dienen hierbei als feste Anschlußwerte.

Nach der Bildung des zweiten Triplets liegen die endgültigen Raumkoordinaten der Punkte ⑦, ⑧ und ⑨ sowie die Orientierungsparameter des Bildes [3] vor, sie dienen für das nachfolgende dritte Triplet (Bilder [3], [4] und [5]) als feste Anschlußwerte. In dieser Weise wird ein ganzer Streifen stufenweise aufgebaut, wobei mit jedem Tripletanschluß lediglich die Orientierung eines neuen Bildes und die Raumkoordinaten dreier Übertragungspunkte endgültig bestimmt werden. Insofern bringt die Tripletlösung bei größerem rechnerischem Aufwand den gleichen Flächenfortschritt beim einzelnen Anschluß, wie die Verfahren, die mit Bildpaaren arbeiten.

Die Befürworter der Tripletlösung führen jedoch zwei Vorzüge an. Einmal versprechen sie sich eine höhere Genauigkeit der Punktbestimmung im dreifachen Überdeckungsbereich des Triplets (und damit eine höhere Genauigkeit des frei triangulierten Streifens), zum anderen weisen sie darauf hin, daß durch die dreifachen Strahlenschnitte grobe Fehler in der Bildkoordinatenmessung oder in der Punktidentifizierung frühzeitig erkannt werden können.

Die Genauigkeitsleistungen der Tripletmethode und verschiedener anderer Verfahren des Bildanschlusses werden im Rahmen dieser Arbeit näher untersucht, dagegen gehört die Frage der Fehlererkennung zur Rechentechnik und steht deshalb hier nicht unmittelbar zur Diskussion. Es ist jedoch zu vermuten, daß die Fehlererkennung auch mit anderen Methoden des Bildanschlusses möglich sein müßte.

Die Koeffizientenmatrix einer Tripletorientierung ist in Abb. 18b, 4., S. 37 dargestellt. Sie setzt sich wie folgt aus den Elementen der Tafeln 3a und 3b zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	1 - 18	1 - 6	3a	21
II	1 - 12	1 - 6	3a	21
III	13 - 18	19 - 27	3b	22
IV	1 - 18	10 - 27	3b	22
V	1 - 12	1 - 18	3b	22

In II, 3.3 wird die Fehlerfortpflanzung und Genauigkeitsberechnung für die verschiedenen Aeropolygonverfahren gemeinsam dargestellt werden.

## 2.5 Ausgleichung frei triangulierter Streifen

### 2.5.1 Einführung

Bei einer bedeutenden Gruppe der üblichen Triangulationsverfahren wird in einer abschließenden Phase nach der Streifenbildung eine Streifenausgleichung durchgeführt (vgl. Diagramm 1, S. 5). Die Streifenausgleichung hat zwei Ziele: Einmal sollen die freien Streifenkoordinaten in ein übergeordnetes Koordinatensystem (zum Beispiel Landeskoordinatensystem) transformiert werden, zum anderen sind die

bei längeren Streifen stets zu erwartenden Streifendeformationen in irgendeiner Form zu korrigieren. Beide Ziele können über Paßpunkte erreicht werden. Die Zahl der Paßpunkte bleibt allerdings bei der Aerotriangulation im Vergleich zur Zahl der neu zu bestimmenden Punkte, auch im Interesse der Wirtschaftlichkeit, gering. Die Klaffungen an den wenigen Paßpunkten geben zwar über die Streifendeformationen einen gewissen Aufschluß, doch liegen über die wirklichen Deformationen in den Streifengebieten zwischen den Paßpunkten keine Informationen vor. Die Methoden der Streifentriangulation beruhen deshalb im wesentlichen auf dem Prinzip der Interpolation.

Es ist nicht Aufgabe dieser Arbeit, die Problematik der Streifenausgleichung von neuem aufzurollen, im Grunde wird die Kenntnis der Verfahren vorausgesetzt. Im übrigen sei auf die Arbeiten von Ackermann [2] und Schut [32] verwiesen; in [2] finden sich auch umfassende Literaturangaben zum Gesamtkomplex Streifenausgleichung.

Ein kurzer Abriß über die verschiedenen Verfahren scheint jedoch angebracht. Unter den Streifenausgleichungsverfahren haben die sogenannten Polynomverfahren die weiteste Verbreitung gefunden. Sie reichen von der graphischen Ausgleichung (getrennt nach  $x$ ,  $y$  und  $z$  mit Parabeln 2. Ordnung, standardisierter Paßpunktverteilung) über Polynomausgleichungen 2. und 3. Grades (mit mehreren Varianten: Lage und Höhe unabhängig, Abhängigkeit zwischen Lage und Höhe, Lage konform, topographische Korrektur) bis zu verketteten Polynomen 3. Grades (an "Nahtstellen" Identität der Koordinaten, der Steigung und der Krümmung). - Polynome höheren Grades (4. bis 6. Grades) sind genauigkeitstheoretisch ungünstig (siehe Ackermann [2]). - Alle Polynomverfahren korrigieren die systematischen Fehler und einen großen Teil der zufälligen Fehler der Streifenbildung. Ihr Hauptmangel für die Praxis liegt darin, daß die Ansätze von der Paßpunktlage abhängen und daß sich keine einfachen Regeln angeben lassen, wann welcher Ansatz zu treffen ist.

Strengere Verfahren gehen von einer Theorie der Streifenbildung aus, in der die Modellanschlüsse als verbesserungsbedürftige Beobachtungen angesehen werden. Die Verfahren (z. B. Ackermann [1]) sind auf die elektronische Rechnung abgestimmt und haben gegenüber den Polynomansätzen den Vorteil, unabhängig von der Paßpunktlage stets optimale Ergebnisse zu liefern. Trotz dieses praktischen Vorzuges und der besseren theoretischen Begründung setzen sich diese strengeren Verfahren wohl nicht mehr in größerem Umfang durch. Sie sind in einer Übergangsphase der Aerotriangulation entstanden, die einerseits gekennzeichnet ist durch die eingeführten und genügend leistungsfähigen Polynomverfahren und andererseits durch die Tendenz, direkte Lösungen mit unabhängigen Modellen oder Bündeln anzuwenden.

Verschiedene Polynomverfahren hat Ackermann fehlertheoretisch mit der strengen Streifenausgleichung verglichen [2], und zwar im wesentlichen für lange Streifen und viele verschiedene Paßpunktfälle. Als übergeordnetes Modell diente die Fehlertheorie nach Vermeir [38].

Das der vorliegenden Arbeit zugrundegelegte mathematische Modell ist dem Modell der Theorie Vermeir übergeordnet, da hier Bildkoordinaten, dort Modellanschlüsse (unter weiter vereinfachten Annahmen) als stochastische Größen betrachtet werden. Eine Verfeinerung des Modells erscheint aber innerhalb dieser Arbeit vor allem

deshalb notwendig, weil die Theorie Vermeir speziell auf lange Streifen abgestimmt und im Bereich weniger Modelle nicht leistungsfähig genug ist (Ackermann [2]).

Aufgrund der Aufgabenstellung, möglichst viele Verfahren der Streifentriangulation (nicht nur der -ausgleichung) miteinander zu vergleichen, war andererseits eine starke Beschränkung geboten, was die Zahl der Paßpunktfälle und die Streifenlänge anbetrifft. Diese Arbeit stellt demnach im Bereich der Streifenausgleichungsverfahren eine Ergänzung bzw. Detailuntersuchung zu der Arbeit von Ackermann dar.

Es werden für den Fall der 6 Vollpaßpunkte (siehe Abb. 10b, S. 27) zwei Polynomansätze mit der strengen Streifenausgleichung nach Ackermann [1] verglichen. Im Fall der 4 Vollpaßpunkte (siehe Abb. 10a, S. 27) wird die strenge Streifenausgleichung der räumlichen Ähnlichkeitstransformation des Gesamtstreifens gegenübergestellt.

Die folgenden Abschnitte dienen einer kurzen Darstellung der behandelten Ausgleichungsverfahren.

#### 2.5.2 Darstellung der Formelansätze für verschiedene Verfahren der Streifenausgleichung

Die verschiedenen Verfahren der Streifenbildung (Aeropolygonverfahren, Streifenbildung mit unabhängigen Modellen und mit Bündeln) sollen mit einer Reihe von Streifenausgleichungsverfahren kombiniert werden. Dabei zeigen sich die leistungsfähigsten und die schwächsten Gesamtsysteme wie auch verschiedene Kombinationen, die Zwischenstufen der Genauigkeit erreichen.

Die Reihe der möglichen Ausgleichungsverfahren wird im wesentlichen durch die hier gewählte Höchstzahl von 6 Paßpunkten begrenzt (siehe Abb. 10b, S. 27). Im folgenden werden die Formelansätze für die untersuchten Verfahren der Streifenausgleichung dargestellt.

##### 2.5.2.1 Die räumliche Ähnlichkeitstransformation

Die räumliche Ähnlichkeitstransformation wurde in II, 2.2 bei den unabhängigen Modellen schon kurz behandelt. Dort hat jedes Modell die 7 Freiheitsgrade der räumlichen Ähnlichkeitstransformation, hier wird der Gesamtstreifen durch räumliche Ähnlichkeitstransformation auf die Paßpunkte transformiert. Die Ähnlichkeitstransformation ist im Grunde nicht zu den Streifenausgleichungsverfahren zu rechnen. Ihre Parameter werden zwar im Rahmen einer Ausgleichung bestimmt, in der die Quadratsumme der Restklaffungen an den Paßpunkten zum Minimum gemacht wird, doch werden dabei keine Streifendeformationen "ausgeglichen", denn der Streifen wird als formtreue Einheit behandelt.

Die räumliche Ähnlichkeitstransformation genügt im Bereich sehr kurzer Streifen, bei denen die Streifendeformationen wegen weniger Modellanschlüsse kaum ins Gewicht fallen. Hier wird sie nur informativ für den Fall der 4 Vollpaßpunkte in den Ecken des 10-Modell-Streifens mit behandelt. - Im vorliegenden Fall könnten zwar aufgrund der 4 Vollpaßpunkte eine Streifenverwindung um die x-Achse und eine



azimutale Verbiegung des Streifens korrigiert werden, die räumliche Ähnlichkeitstransformation paßt den Streifen jedoch ohne Formänderung auf die 4 Vollpaßpunkte ein.

Der Anteil der Verbesserungsgleichungen für einen Paßpunkt  $j$  sei hier direkt in linearer Form angegeben (vgl. Gleichung (23), S. 32). Als stochastische Größen gelten die freien Streifenkoordinaten:

$$\begin{bmatrix} v_{x_j} \\ v_{y_j} \\ v_{z_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_j & 0 & -z_j & y_j & -1 & 0 & 0 \\ -y_j & z_j & 0 & -x_j & 0 & -1 & 0 \\ -z_j & -y_j & x_j & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M \\ \Delta \Omega_i \\ \Delta \phi \\ \Delta K \\ \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_j \\ \Delta Y_j \\ \Delta Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix} \quad (25)$$

Dabei sind :

- $x_j, y_j, z_j$  ... freie Streifenkoordinaten des Paßpunktes  $j$
- $v_{x_j}, v_{y_j}, v_{z_j}$  ... Verbesserungen der freien Streifenkoordinaten
- $\Delta M, \Delta \Omega, \Delta \phi, \Delta K,$   
 $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$  ... Transformationsparameter des Gesamtstreifens
- $\Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta Z_j$  ... Koordinatenverbesserungen des Paßpunktes  $j$  im Landessystem

Durch Ausgleichung werden hieraus die 7 Parameter der räumlichen Ähnlichkeitstransformation bestimmt. Anschließend können die weiteren Streifenpunkte mit diesen Parametern transformiert werden.

Die Transformationsgleichungen zur Umrechnung eines beliebigen Streifenpunktes  $k$  in das Landeskoordinatensystem lauten:

$$\begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_K & 0 & z_K & -y_K & 1 & 0 & 0 \\ y_K & -z_K & 0 & x_K & 0 & 1 & 0 \\ z_K & y_K & -x_K & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M \\ \Delta \Omega \\ \Delta \phi \\ \Delta K \\ \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{bmatrix} \quad (26)$$

Dabei sind:

- $x_k, y_k, z_k$  ... Freie Streifenkoordinaten des Punktes  $k$
- $X_k, Y_k, Z_k$  ... Gesuchte Landeskoordinaten des Punktes  $k$

### 2.5.2.2 Zwei Ansätze für Polynomausgleichungen

In 2.5.1 wurde angedeutet, daß die Polynomausgleichung in verschiedenen Varianten die weiteste Verbreitung unter den Streifenausgleichungsverfahren gefunden hat. Der mögliche Grad der Polynome wird nach oben von der Zahl und Anordnung der Paßpunkte begrenzt. Die Paßpunktverteilung nach Abb. 10b, S. 27 stellt eine Standardverteilung mit 6 Vollpaßpunkten dar. Sie gestattet höchstens Polynome 2. Grades anzuwenden. Aus den möglichen Polynomen 2. Grades werden zwei ausgewählt:

#### 2.5.2.2.1 Polynomansatz 2. Grades mit Interrelation zwischen $x$ und $y$ , aber unabhängiger Höhe

Aufgrund der Theorie der Interpolationsausgleichungen mit Polynomen (siehe Ackermann [2]) lassen sich für die Streifentriangulation Polynome 2. Grades angeben, die für ebenes Gelände lauten:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1x + a_2x^2 - b_1y - 2b_2xy \\ Y &= a_1y + 2a_2xy + b_0 + b_1x + b_2x^2 \\ Z &= c_0 + c_1x + c_2y + c_3x^2 + c_4xy \end{aligned} \quad (27)$$

Die Formeln ergeben sich unter der Annahme von systematischen Übertragungsfehlern in  $\Delta M$ ,  $\Delta \Omega$ ,  $\Delta \Phi$ ,  $\Delta K$  und unter Vernachlässigung der Koordinatenanschlußfehler. Man erkennt die gegenseitige Verknüpfung der Lagekoordinaten über die Parameter  $a_1, a_2, b_1$  und  $b_2$ . Die Höhe kann bei diesem Ansatz für flaches Gelände unabhängig von der Lage behandelt werden.

Aufgrund ihrer Entstehungsgeschichte sind die freien Streifenkoordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  als stochastische Größen zu betrachten. Die Paßpunktkoordinaten  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  werden als fehlerfrei angenommen (vgl. I, 3.2, S. 12). Damit ergeben sich die Verbesserungsgleichungen für einen Paßpunkt  $j$  wie folgt:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + (x+v_x)a_1 + (x+v_x)^2a_2 - (y+v_y)b_1 - 2(x+v_x)(y+v_y)b_2 \\ Y &= (y+v_y)a_1 + 2(x+v_x)(y+v_y)a_2 + b_0 + (x+v_x)b_1 + (x+v_x)^2b_2 \\ Z &= c_0 + (x+v_x)c_1 + (y+v_y)c_2 + (x+v_x)^2c_3 + (x+v_x)(y+v_y)c_4 \end{aligned} \quad (28)$$

Eine Linearisierung unter der Annahme, daß das Streifensystem genügend genau zum terrestrischen Hilfssystem orientiert und der Maßstab angeglichen ist, ergibt folgende Linearform der Verbesserungsgleichungen für einen Paßpunkt  $j$ :

$$\begin{bmatrix} v_{x_j} \\ v_{y_j} \\ v_{z_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x & -x^2 & \cdot & +y & +2xy & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -y & -2xy & -1 & -x & -x^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & -x & -y & -x^2 & -xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_0 \\ \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \\ \Delta b_0 \\ \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta c_0 \\ \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \Delta c_3 \\ \Delta c_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_j - x_j \\ Y_j - y_j \\ Z_j - z_j \end{bmatrix} \quad (29)$$

Die Transformationsgleichungen für einen beliebigen Punkt  $k$  des Streifens ergeben sich analog zu 2.5.2.1, Gleichungen (25), (26) durch Vorzeichenumkehr aus den Gleichungen (29).

Die Ausgleichung und die anschließende Transformation könnten für die Lage und Höhe unabhängig erfolgen. Aus organisatorischen Gründen wird die Rechnung hier für Lage und Höhe gemeinsam durchgeführt.

#### 2.5.2.2.2 In $x$ und $y$ konforme Polynome 2. Grades

Polynomansätze erfordern allgemein eine vorläufige Transformation, sofern die Achsen des terrestrischen Koordinatensystems nicht genähert parallel zu den Streifenkoordinatenachsen verlaufen. Diese vorläufige Transformation kann für die Lagekoordinaten unterbleiben, wenn statt der üblichen Polynomansätze solche mit konformen<sup>+</sup> Transformationseigenschaften verwendet werden.

Schut hat in [32] einen solchen Ansatz angegeben, der mit den Bezeichnungen aus 2.5.2.2.1 lautet:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2(x^2 - y^2) - b_1 y - 2b_2 xy \\ Y &= a_1 y + 2a_2 xy + b_0 + b_1 x + b_2(x^2 - y^2) \end{aligned} \quad (30)$$

Der Ansatz unterscheidet sich von dem in 2.5.2.2.1 angegebenen nur durch die hinzugenommenen quadratischen Glieder in  $y$ . Von der Theorie her kann gegen den Ansatz eingewendet werden, daß in  $y$ -Richtung keine quadratischen Einflüsse zu erwarten sind. Von der praktischen Brauchbarkeit her bestehen jedoch kaum Bedenken gegen

<sup>+</sup>) Eine Transformation gilt als konform, wenn die folgenden Bedingungsgleichungen befriedigt werden:

$$\frac{\delta(X)}{\delta y} = - \frac{\delta(Y)}{\delta x} \quad \text{und} \quad \frac{\delta(X)}{\delta x} = \frac{\delta(Y)}{\delta y} \quad \text{Vgl. (30)!}$$

Nicht lineare konforme Transformationen überführen also differentiell kleine Gebiete durch ebene Ähnlichkeitstransformation (Verschiebungen, Maßstab, Drehung) in das neue System.

konforme Polynome, weil sie vorläufige Transformationen vermeiden. Die Verbesserungs- und Transformationsgleichungen (siehe (29)) sind lediglich um die quadratischen Glieder in  $y$  zu erweitern, gelten aber im übrigen auch für den konformen Ansatz.

Weitere in der Literatur angegebene Polynomansätze (vgl. Finsterwalder-Hofmann [10]) bleiben aus dieser Arbeit ausgeklammert. Es ist jedoch zu erwarten, daß sich die Polynomansätze insgesamt nicht sehr stark in ihrer Leistungsfähigkeit unterscheiden (dies wird zumindest durch den Vergleich zwischen den beiden hier untersuchten Ansätzen bestätigt).

### 2.5.2.3 Die strenge Streifenausgleichung nach Ackermann

Ackermann hat 1961 ein Verfahren zur programmgesteuerten Ausgleichung von Triangulationsstreifen angegeben (siehe [1]). Das Verfahren ist auf der Theorie der Streifentriangulation nach Vermeir aufgebaut. - Der Theorie liegt folgende vereinfachte Modellvorstellung zugrunde: Die Streifentriangulation besteht aus einem Aneinanderfügen einzelner Modelle, wobei die Übertragungselemente in Querneigung, Längsneigung, Azimut und Maßstab als unabhängige Beobachtungen angesehen werden. Die inneren Deformationen der Modelle und die Koordinatenanschlußfehler bleiben außer Betracht. - Das genannte Ausgleichungsverfahren ist insbesondere für nicht zu kurze Triangulationsstreifen (mehr als etwa 6 Modelle) vorgesehen.

Außer den schon genannten Beobachtungen (Übertragungselemente) kommt für jeden Vollpaßpunkt noch eine  $x$ -, eine  $y$ - und eine  $z$ -Beobachtung hinzu. Die Gewichte der (fiktiven) Beobachtungen werden über den ganzen Streifen als gruppenweise gleich vorausgesetzt. Dem seinerzeit am ITC Delft programmierten Verfahren liegen folgende Annahmen zugrunde:

$$\sigma_l = \sigma_q = \frac{\sigma_z}{b}; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_x}{b}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_y}{b}; \quad (31)$$

Dabei bedeuten:

$\sigma$ ...	} in der $x$ , $y$ bzw. $z$ Streifenkoordinate	Streuungen (mittlere Fehler)
$x$ ...		
$y$ ...		
$z$ ...		
$q$ ...	} in Querneigung, Längsneigung, Azimut bzw. Maßstab	
$l$ ...		
$a$ ...		
$m$ ...		
$b$ ...		Basis

Nimmt man die Koordinatenmessung als Gewichtseinheit an und setzt weiter  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$  <sup>+</sup>), ergeben sich folgende Gewichtskoeffizienten für die fiktiven Be-

<sup>+</sup>) Lage und Höhe vom Ansatz her als unabhängig betrachtet (für flaches Gelände genügend genau erfüllt).

obachtungen:

$$g_{xx} = g_{yy} = g_{zz} = 1; \quad g_{mm} = g_{qq} = g_{ll} = g_{aa} = \frac{1}{b^2} \quad (32)$$

Die bisher angeführten Beobachtungen genügen allerdings noch nicht zur Beschreibung einer Modellkette. Zur Festlegung der Kette im Raum fehlen noch die 7 Parameter einer räumlichen Transformation:

$$M_0, \Omega_0, \Phi_0, A_0, X_0, Y_0, Z_0$$

(zum Beispiel Parameter des 1. Modells). Diese Parameter werden als freie Unbekannte innerhalb der Ausgleichung bestimmt.

Als Ansatzpunkt für die Ausgleichung dienen die Bedingungen, daß für jeden gemessenen Paßpunkt die ausgeglichenen Streifenkoordinaten mit den als fehlerfrei betrachteten terrestrischen Sollkoordinaten übereinstimmen sollen. Dabei sind die photogrammetrischen Koordinaten Funktionen der unabhängigen fiktiven Beobachtungen und deshalb gegenseitig stark korreliert.

Für die Form der Ausgleichung ergeben sich zwei Möglichkeiten: Die erste geht von den trivialen Identitätsbedingungen für die photogrammetrischen und terrestrischen Koordinaten aus, erfordert aber die Berücksichtigung der vollständigen Gewichtskoeffizientenmatrix der freien Streifenkoordinaten. Die zweite, am ITC programmierte Lösung geht auf die ursprünglichen (fiktiven) Beobachtungen (siehe oben) zurück, kann deshalb mit einer nur diagonal besetzten Gewichtskoeffizientenmatrix arbeiten, muß aber andererseits die funktionalen Beziehungen zwischen Streifenkoordinaten und Beobachtungen berücksichtigen. Beide Wege führen zu denselben Normalgleichungen und daher zum selben Ergebnis. Die letztere Lösung sei im folgenden kurz anhand einiger Matrixgleichungen charakterisiert, wozu folgende Bezeichnungen benützt werden:

<b>s</b>	...	terrestrische Paßpunktkoordinaten
<b><math>\bar{b}</math></b>	...	freie Streifenkoordinaten
<b>~</b>	...	Zeichen für stochastische Größe
<b><math>v_f</math></b>	...	Verbesserungen der fiktiven Beobachtungen
<b>U</b>	...	Koeffizientenmatrix der Verbesserungen
<b><math>G_f</math></b>	...	Gewichtskoeffizientenmatrix der fiktiven Beobachtungen
<b>x</b>	...	unbekannte Parameter der Streifentransformation ( $M_0, \Omega_0 \dots Z_0$ )
<b>A</b>	...	Koeffizientenmatrix der Parameter
<b>k</b>	...	Korrelaten der bedingten Ausgleichung mit Unbekannten
<b>N</b>	...	Normalgleichungsmatrix

Die Bedingungsgleichungen mit Unbekannten für die Streifenausgleichung nach Ackermann lauten damit in Matrizenform:

$$U v_f + A x = s - \bar{b}; \quad G_f \quad (33)$$

Daraus folgen die Normalgleichungen:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{U} \mathbf{G}_f \mathbf{U}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{O} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s} - \tilde{\mathbf{b}} \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \quad (34)$$

und deren Lösung:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{s} - \tilde{\mathbf{b}} \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Aus den Korrelaten könnten nach

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{G}_f \mathbf{U}^T \mathbf{k} \quad (36)$$

die Verbesserungen der fiktiven Beobachtungen berechnet werden. Im Endergebnis interessieren jedoch nur ausgeglichene Streifenkoordinaten. Diese lassen sich für einen beliebigen Streifenpunkt als Funktion der Verbesserungen bzw. (über (36)) der Korrelaten und der 7 Parameter ausdrücken. Bezeichnen  $\mathbf{b}_{\text{korr}}$  den Vektor der korrigierten Streifenkoordinaten,  $\mathbf{U}_{\text{tr}}$  und  $\mathbf{A}_{\text{tr}}$  die Koeffizientenmatrizen der Verbesserungen  $\mathbf{v}_f$  bzw. der 7 Parameter, dann lauten die Transformationsgleichungen für die Berechnung der ausgeglichenen Streifenkoordinaten:

$$\mathbf{b}_{\text{korr}} = \tilde{\mathbf{b}} + \mathbf{U}_{\text{tr}} \mathbf{v}_f + \mathbf{A}_{\text{tr}} \mathbf{x} \quad (37)$$

und mit (36):

$$\mathbf{b}_{\text{korr}} = \tilde{\mathbf{b}} + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{tr}} \mathbf{G}_f \mathbf{U}^T & \vdots & \mathbf{A}_{\text{tr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \dots \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (38)$$

und weiter mit (35) oben:

$$\mathbf{b}_{\text{korr}} = \tilde{\mathbf{b}} + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{tr}} \mathbf{G}_f \mathbf{U}^T & \vdots & \mathbf{A}_{\text{tr}} \end{bmatrix} \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{s} - \tilde{\mathbf{b}} \\ \dots \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Ackermann hat in [1] Summgleichungen für eine direkte Berechnung der Normalgleichungskoeffizienten und der Koeffizienten der Transformationsgleichungen angegeben. Er ging weiter auf den Fall kontinuierlicher Streifen über (Basis  $\rightarrow 0$ , Zahl der Modelle  $\rightarrow \infty$ ). Damit braucht nicht mehr berücksichtigt zu werden, in welchem Modell ein Punkt liegt, seine Lage geht allein aus seinen Koordinaten hervor. In der vorliegenden Arbeit werden allerdings aus Gründen der regelmäßigen Punktanordnung die ursprünglichen diskontinuierlichen Summgleichungen benützt. Sie führen an den Modellübergängen auf dieselbe Lösung wie die für kontinuierliche Streifen gültigen Endgleichungen in [1]. Die Herleitung der Summgleichungen ist in [1] weitgehend dargestellt, sie braucht deshalb hier nicht im einzelnen nachvollzogen zu werden. Um den prinzipiellen Aufbau der Bedingungsgleichungen mit Unbekannten zu zeigen, sei jedoch als Beispiel die Bedingungsgleichung für die Höhe eines Streifenpunktes im Modell  $i$  in Abhängigkeit von der Anfangs-Längsneigung und den Längsneigungs-

Übertragungsfehlern angegeben:

$$\Delta Z_{\rho}(\Delta\phi, v_1) = -(x_{\rho}-x_0)\Delta\phi_0 - \underbrace{\sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v) v_1}_{(40)}$$

für  $i > 1$

für  $i = 1$  entfällt der unterstrichene Teil.

Dabei bedeuten:

$\Delta Z_{\rho}(\Delta\phi, v_1)$	...	Höhenfehler des Punktes $\rho$ zufolge "Längsneigung"
$x_{\rho}$	...	Abszisse des Punktes $\rho$
$x_0$	...	Abszisse des Streifenanfangspunktes
$i$	...	Nummer des Modells, in dem der Punkt $\rho$ liegt
$v$	...	Laufvariable
$v_1$	...	Verbesserung der Längsneigungs-Übertragung

Der Höhenfehler in einem Punkt ist außerdem noch abhängig vom konstanten Höhenfehler  $\Delta Z_0$ , vom Höhenfehler  $v_z$  und, am Streifenrand, von den Querneigungs-Übertragungsfehlern.

Die Bedingungsgleichungen für die anderen Fehlereinflüsse sind im Prinzip gleich aufgebaut. Mit den Gewichtskoeffizienten nach (32) ergeben sich aus den Bedingungsgleichungen folgende Summgleichungen für die Berechnung der Normalgleichungskoeffizienten der Submatrix  $\mathbf{U G}_f \mathbf{U}^T = \mathbf{N}_{11}$  :

$$N_{\rho, \sigma} = g^{mm} \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v)(x_{\sigma}-x_v) \quad (41)$$

$$+ g^{aa} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)(i-1) + \underline{ng^{aa} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)} + \epsilon g^{xx} \delta^{\rho\sigma}$$

$$N_{\rho, \sigma+1} = g^{mm} (y_{\sigma}-y_0) \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v) - g^{aa} (y_{\rho}-y_0) \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\sigma}-x_v) - \underline{\zeta g^{aa} (y_{\rho}-y_0)(x_{\sigma}-x_i)}$$

$$N_{\rho+1, \sigma} = g^{mm} (y_{\rho}-y_0) \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\sigma}-x_v) + \underline{\zeta g^{mm} (y_{\rho}-y_0)(x_{\sigma}-x_i)} - g^{aa} (y_{\sigma}-y_0) \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v)$$

$$N_{\rho+1, \sigma+1} = g^{mm} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)(i-1) + \underline{ng^{mm} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)} + g^{aa} \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v)(x_{\sigma}-x_v) + \epsilon g^{yy} \delta^{\rho\sigma}$$

$$N_{\rho+2, \sigma+2} = g^{qq} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)(i-1) + \underline{ng^{qq} (y_{\rho}-y_0)(y_{\sigma}-y_0)} + g^{11} \sum_{v=1}^{i-1} (x_{\rho}-x_v)(x_{\sigma}-x_v) + \epsilon g^{zz} \delta^{\rho\sigma}$$

Dabei ist zu setzen:

$$\begin{aligned} \eta &= 1/2 \text{ für } x_\sigma > x_\rho \\ \eta &= 1/4 \text{ für } x_\sigma = x_\rho \\ \zeta &= 1/2 \text{ für } x_\sigma > x_\rho \\ \zeta &= 0 \text{ für } x_\sigma = x_\rho \\ \varepsilon &= 1/2 \text{ für } x_\rho = x_\sigma = 5 \text{ B und } y_\rho = y_\sigma \\ &\quad \text{sonst } \varepsilon = 1 \\ \delta^{\rho\sigma} &= 1 \text{ für } \rho = \sigma, \\ &\quad \text{sonst } \delta^{\rho\sigma} = 0 \end{aligned}$$

Es bedeuten:

- $\rho$  ... Laufvariable für die Zeilen der Normalgleichungsmatrix (läuft in Schritten von 3 Einheiten bis  $h$ , daher Punktindex)
- $\sigma$  ... Laufvariable für die Spalten der Normalgleichungsmatrix (läuft in Schritten von 3 Einheiten bis  $h$ , daher Punktindex)
- $h$  ... Zahl der Paßpunkte
- $i$  ... laufende Nummer des Modells, in dem der Paßpunkt liegt
- $\eta, \zeta, \varepsilon, \delta$  sind Hilfsvariable, die der Fallunterscheidung dienen.

Für den Aufbau der oberen Dreiecksmatrix bleibt  $\rho \leq \sigma$ . Bei gemischten Gliedern bezieht sich  $i$  auf den Paßpunkt mit der kleineren Abszisse  $x$ , das heißt nach Voraussetzung auf den Paßpunkt mit dem Index  $\rho$ .

Der Normalgleichungs-Submatrix  $\mathbf{A} = \mathbf{N}_{12}$  (vgl. (34), S. 50) liegt folgendes Bildungsgesetz zugrunde:

$$\mathbf{A}_\rho = \begin{bmatrix} (x_\rho - x_0) & \cdot & \cdot & -(y_\rho - y_0) & 1 & \cdot & \cdot \\ (y_\rho - y_0) & \cdot & \cdot & (x_\rho - x_0) & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & (y_\rho - y_0) & -(x_\rho - x_0) & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Zur Berechnung der korrigierten Streifenkoordinaten sind die Submatrizen

$\mathbf{U}_{tr} \mathbf{G}_f \mathbf{U}^T = \mathbf{T}_{11}$  und  $\mathbf{A}_{tr} = \mathbf{T}_{12}$  (siehe (39), S. 50) aufzustellen. Die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{T}_{11}$  erhält man aus folgenden Summgleichungen:

$$\begin{aligned} T_{11_{\lambda, \sigma}} &= \text{wie erste Gleichung (41), wobei } \sigma \rightarrow \lambda \text{ und } \delta^{\rho\sigma} \text{ stets } = 0 \\ T_{11_{\lambda, \sigma+1}} &= \text{wie zweite Gleichung (41)} && \text{"-"} && \text{"-"} \\ T_{11_{\lambda+1, \sigma}} &= \text{wie dritte Gleichung (41)} && \text{"-"} && \text{"-"} \\ T_{11_{\lambda+1, \sigma+1}} &= \text{wie vierte Gleichung (41)} && \text{"-"} && \text{"-"} \\ T_{11_{\lambda+2, \sigma+2}} &= \text{wie fünfte Gleichung (41)} && \text{"-"} && \text{"-"} \end{aligned}$$



Dabei gelten für  $i, \sigma, \nu$  die Erklärungen von Seite 52. Außerdem ist:

- $\lambda \dots$  Laufvariable der Zeilen von  $T_{11}$ , sie läuft in Schrittweiten von 3 Einheiten bis  $n$ , wobei
- $n \dots$  Zahl der zu transformierenden Punkte ist.

Die Submatrix  $T_{12}$  ergibt sich aus

$$T_{12_\lambda} = \begin{bmatrix} (x_\lambda - x_0) & \cdot & \cdot & -(y_\lambda - y_0) & 1 & \cdot & \cdot \\ (y_\lambda - y_0) & \cdot & \cdot & (x_\lambda - x_0) & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & (y_\lambda - y_0) & -(x_\lambda - x_0) & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Es ist noch zu erwähnen, daß die Lösung hier eine Ergänzung gegenüber |1| erfahren hat. Die unterstrichenen Glieder in (41) tragen der Mittelung doppelt koordinierter Punkte in den Modellübergängen Rechnung. Damit wird eine streng symmetrische Ausgleichung über den ganzen Streifen erzielt. Die andernfalls verbleibende Asymmetrie könnte in der praktischen Triangulation allerdings wegen Geringfügigkeit außer Betracht bleiben.

Damit ist die Beschreibung der zu untersuchenden Triangulationsverfahren abgeschlossen worden. In II, 3. werden Fehlerfortpflanzung und Genauigkeitsberechnung dargestellt (in II, 3.4 für die Streifenausgleichungsverfahren). II, 4. gibt einen Überblick über die verwendeten Rechenprogramme. Diese beiden Abschnitte sind für das Verständnis der in IV mitgeteilten und in V. diskutierten Ergebnisse zunächst nicht notwendig, sie können deshalb überschlagen werden.

### 3. Das Prinzip der Genauigkeitsberechnung für die verschiedenen zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation

In diesem Abschnitt soll das Prinzip der Genauigkeitsberechnung für die zu untersuchenden Streifentriangulationsverfahren erläutert werden. Aus Platzgründen wird eine möglichst knappe Darstellung angestrebt. Im Hinblick darauf scheint die Matrixschreibweise zur Kennzeichnung der fehlertheoretischen Zusammenhänge besonders geeignet zu sein.

Bei den einzelnen Verfahren wird auf die entsprechenden Stellen in Abschnitt II,2. verwiesen, um den Zusammenhang zwischen Verfahrensbeschreibung und Genauigkeitsberechnung herzustellen.

#### 3.1 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifentriangulation mit Bündeln - Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten

Die stochastischen Größen (Bildkoordinaten) werden bei der Bündellösung einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen unterzogen. Wird die Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen mit  $\mathbf{A}$  und die Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten mit  $\mathbf{G}_{\text{BILD}}$  bezeichnet, lassen sich die unbekannt Parameter  $\mathbf{x}_s$  dieser Bündelausgleichung (ausgeglichene Streifenkoordinaten und Orientierungsparameter) durch folgende Gleichung als Funktion der Bildkoordinaten  $\mathbf{x}$  ausdrücken (inverses Normalgleichungssystem):

$$\mathbf{x}_s = \left[ (\mathbf{A}^T \mathbf{G}_{\text{BILD}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{G}_{\text{BILD}}^{-1} \right] \mathbf{x} \quad (44)$$

Der Klammerausdruck  $[\ ]$  in (44) entspricht der Matrix  $\mathbf{A}_{\text{BÜ}}$  aus Kapitel I (siehe Gleichung (1), Tafel 1, S. 9). Die Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Gleichung (44) entsprechend Gleichung (7), S. 10, führt auf die bekannte Lösung, daß die Gewichtskoeffizientenmatrix der unbekannt Parameter bei vermittelnden Beobachtungen gleich der inversen Normalgleichungsmatrix ist:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{x}_s \mathbf{x}_s} = (\mathbf{A}^T \mathbf{G}_{\text{BILD}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (45)$$

Die Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten kann also für die Bündellösung nach Gleichung (45) berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  der Verbesserungsgleichungen ist für die Bündellösung in Abb. 11, S. 29 dargestellt. Ihr Aufbau ist in II, 2.1, S. 27 erklärt (wegen  $\mathbf{G}_{\text{BILD}}$  siehe I, 3.4, S. 13).

Die Gewichtskoeffizientenmatrix  $\mathbf{G}_{\overline{\mathbf{x}}''\overline{\mathbf{x}}''}$  der freien Streifenkoordinaten ergibt sich aus

$$\mathbf{G}_{\overline{\mathbf{x}}''\overline{\mathbf{x}}''} = (\mathbf{A}^T \mathbf{G}_{\text{BILD}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (45a)$$

Dabei ist die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  der Verbesserungsgleichungen nach 2.1.2.1, S. 28 zu spezialisieren.

### 3.2 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen

- Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten -

Bei der Triangulation mit unabhängigen "Stereomodellen" gehen die Modellkoordinaten als stochastische Größen in die Ausgleichung ein. Das stochastische Modell der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen betrachtet dagegen Bildkoordinaten als stochastische Größen.

Die Fehlerfortpflanzung ist deshalb von den Bildkoordinaten zu den Modellkoordinaten und weiter von den Modellkoordinaten zu den Streifenkoordinaten zu verfolgen.

#### 3.2.1 Modellkoordinaten unabhängiger Modelle als Funktion der Bildkoordinaten

- analytische Auswertung unabhängiger Modelle -

Als Ergebnis der Modellbildung liegen Modellkoordinaten in jedem Modell vor, die sich auf die modellinternen Koordinatensysteme beziehen. Die Fehlerfortpflanzung von den Bildkoordinaten zu den unabhängigen Modellkoordinaten gilt als bekannt, wenn die Modellkoordinaten  $\overline{\mathbf{x}}'$  aller unabhängigen Modelle als Funktion aller Bildkoordinaten  $\mathbf{x}$  ausgedrückt sind. Der Sachverhalt sei durch folgende Matrixgleichung beschrieben (vgl. Bezeichnungen aus I, S. 7):

$$\overline{\mathbf{x}}' = \mathbf{A}_{\text{BM}} \cdot \mathbf{x} \quad (46)$$

Der Aufbau der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}_{\text{BM}}$  wird im folgenden näher erläutert. Die Matrix ergibt sich aus der analytischen Auswertung unabhängiger Modelle.

Unabhängige Modelle werden in der Praxis der Aerotriangulation meist durch gegenseitige Orientierung der Einzelbilder aufgebaut. Hier wird folgende Art der analytischen Modellbildung gewählt: In Anlehnung an die Modellorientierung in Präzisionskartiergeräten werden die Koordinaten der Projektionszentren als konstant angesehen (die Basis sei zuvor aufgrund eines genähert bekannten Maßstabes eingegeben worden). Für jedes Bündel stehen dann noch 3 Drehungen  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\kappa$  zur Verfügung, die die gegenseitige Orientierung der Bündel gestatten. 5 Orientierungsgrößen reichen jedoch aus. Es wird deshalb eine Bedingung derart eingeführt, daß die Querneigungsbeträge für beide Bündel entgegengesetzt gleich werden.

Für die Modellberechnung wird wiederum das Verfahren nach Schmid angewandt, das in I, 4. genannt ist. Für die eben beschriebene Art der Modellbildung ergibt sich die in Abb. 23 dargestellte Koeffizientenmatrix  $\mathbf{C}$  der Verbesserungsgleichungen, die die Koeffizienten von 6 Orientierungsparametern und von 18 Koordinaten der 6 Modellpunkte enthält (siehe Abb. 6, S. 23).

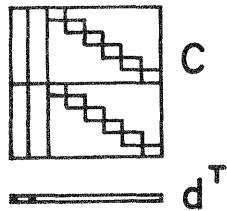


Abb. 23

Analytische Berechnung eines unabhängigen Modells

- Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen und Bedingungsvektor -

Diese Matrix würde auf eine singuläre Normalgleichungsmatrix führen, da sich das Modell um  $\omega$  beliebig drehen ließe. Aus diesem Grunde wird die oben genannte Bedingung hinzugenommen, um die Lösbarkeit des Systems zu erzwingen. Der Koeffizientenvektor der Bedingungsgleichung ist in Abb. 23 mit  $\mathbf{d}^T$  bezeichnet. Die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{C}$  setzt sich aus der Koeffizientenmatrix des Bündels (Tafeln 3a und 3b) wie folgt zusammen:

Submatrix	Zeilen	Spalten	Tafel	Seite
I	7 - 18	4 - 6	3a	21
II	1 - 12	4 - 6	3a	21
III	7 - 18	10 - 27	3b	22
IV	1 - 12	1 - 18	3b	22

Der Vektor  $\mathbf{d}^T$  enthält je eine 1 in den Spalten  $\omega_j$ ; alle übrigen Elemente sind 0 ( $\omega_1 + \omega_2 = 0$ ).

Die vorliegende Ausgleichungsaufgabe entspricht Tienstras Standardproblem III |36| bzw. der vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungsgleichungen (siehe Gotthardt |13| S. 235).

Das Normalgleichungssystem lautet in Matrixschreibweise:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (C^T G_{\text{BILD}}^{-1} C) & d \\ d^T & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \begin{bmatrix} \bar{x}' \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T G_{\text{BILD}}^{-1} f_{\text{bk}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Die bisher nicht erklärten Vektoren bedeuten:

$\bar{x}'$  - Vektor der unbekannt Parameter (enthält Orientierungsparameter der Bündel und Modellkoordinaten)

$f_{\text{bk}}$  - Absolutvektor der Verbesserungsgleichungen (enthält Bildkoordinaten  $\mathbf{x}$ )

Außerdem ist

$k$  - Korrelate, die zufolge der Bedingungsgleichung zu bestimmen ist

$\mathbf{N}$  - Normalmatrix

und

$G_{\text{BILD}}$  - Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten

Als Lösung des Normalgleichungssystems findet man:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}' \\ k \end{bmatrix} = \mathbf{N}^{-1} \begin{bmatrix} C^T G_{\text{BILD}}^{-1} f_{\text{bk}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & g_{12} \\ g_{12}^T & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^T G_{\text{BILD}}^{-1} f_{\text{bk}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Durch Abspaltung eines Teils aus dem System (48) erhält man für die Orientierungsgrößen und Modellkoordinaten:

$$\bar{x}' = \left[ G_{11} \cdot C^T G_{\text{BILD}}^{-1} \right] f_{\text{bk}} \quad (49)$$

In (48) und (49) bedeuten:

$G_{11}$  - Submatrix von  $\mathbf{N}^{-1}$ ,

$g_{12}$  - Vektor,

$g_{22}$  - Element von  $\mathbf{N}^{-1}$ .

Da bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen nur Modellkoordinaten weiterverarbeitet werden, kann für die Fehlerfortpflanzung ein Teil der Koeffizientenmatrix (Klammerausdruck  $[ ]$  in (49)) entfallen. Die interessierende Restmatrix (aus  $[ ]$ ) ist gleich  $\mathbf{A}_{\text{BM}}$  für ein Einzelmodell (vgl. (46)). In Abb. 24 ist die Struktur der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}_{\text{BM}}$  für 3 unabhängige Modelle angegeben. Die Matrix stellt lineare Beziehungen zwischen unabhängigen Modellkoordinaten und Bildkoordinaten her.

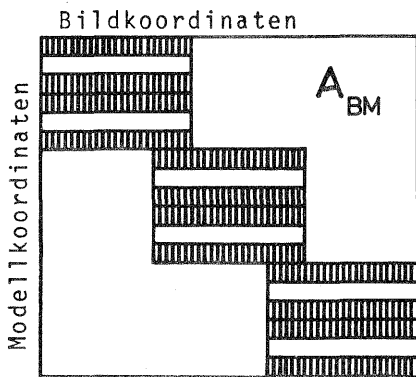


Abb. 24

Struktur der Koeffizientenmatrix  $A_{BM}$   
(siehe Gleichung (46))

verkörpert Fehlerfortpflanzung von den  
Bildkoordinaten zu den unabhängigen Modell-  
koordinaten

Beispiel: 3 Modelle

Damit ist der erste Schritt der Fehlerfortpflanzung verfolgt: Die unabhängigen Modellkoordinaten  $\bar{x}'$  können nach (46) als Funktion der Bildkoordinaten  $x$  dargestellt werden.

### 3.2.2 Freie und ausgeglichene Streifenkoordinaten als Funktion der Modellkoordinaten unabhängiger Modelle

Der zweite Teil der Fehlerfortpflanzung bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen wird im folgenden behandelt. Gesucht sind freie bzw. ausgeglichene Streifenkoordinaten als Funktion der Modellkoordinaten unabhängiger Modelle.

Bei der Triangulation mit unabhängigen Modellen werden die Modellkoordinaten einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen unterzogen. Der Aufbau der Koeffizientenmatrizen der Verbesserungsgleichungen wurde in 2.2.3, S. 32 und in 2.3.3, S. 36 für räumliche bzw. ebene unabhängige Modelle beschrieben (siehe auch Abb. 14, S. 32 bzw. Abb. 17, S. 36). Es besteht die Aufgabe, die Unbekannten Parameter der Ausgleichung (Orientierungsparameter der Modelle und freie bzw. ausgeglichene Streifenkoordinaten) als Funktion der ursprünglichen Beobachtungen (Modellkoordinaten unabhängiger Modelle) auszudrücken. Die Lösung entsprechend den Regeln der Ausgleichungsrechnung sei durch Matrixgleichungen angegeben: Die Verbesserungsgleichungen lauten in Matrizenform:

$$v = B \cdot x_s - f_{mk} \quad (50)$$

Dabei ist:

- $v$  - Vektor der Verbesserungen an den Modellkoordinaten unabhängiger Modelle
- $B$  - Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen (vgl. Abb. 14 bzw. 17)
- $x_s$  - Vektor der Unbekannten (enthält Orientierungsparameter und Streifenkoordinaten)
- $f_{mk}$  - Absolutvektor der Verbesserungsgleichungen

Im System der Verbesserungsgleichungen stehen die Beobachtungen (hier unabhängige Modellkoordinaten), wie bei der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen üblich,

im Absolutvektor  $f_{mk}$ . Die Unbekannten Parameter erhält man bei der vermittelnden Ausgleichung aus dem inversen Normalgleichungssystem als Funktion der Beobachtungen:

$$x_s = \left[ (B^T G_M^{-1} B)^{-1} B^T G_M^{-1} \right] f_{mk} \quad (51)$$

wobei

$G_M$  - Gewichtskoeffizientenmatrix der Modellkoordinaten.

Die dem Klammerausdruck [ ] in (51) entsprechende Koeffizientenmatrix stellt lineare Beziehungen her zwischen freien bzw. ausgeglichenen Streifenkoordinaten ( $\bar{x}''$  bzw.  $x_s$  vgl. Bezeichnungen aus I, S. 7), Orientierungsparametern und Modellkoordinaten  $\bar{x}'$ . Bei der hier zur Diskussion stehenden Genauigkeitsberechnung interessieren nur Streifenkoordinaten. Derjenige Teil der Koeffizientenmatrix (siehe [ ] in (51)), der sich auf die Orientierungsparameter bezieht, kann deshalb abgespalten werden.

Bezeichnet man den für die Streifenkoordinaten gültigen Teil der Koeffizientenmatrix aus (51) entsprechend I, S. 7 mit  $A_{MS}$  bzw.  $A_{MOD}$ , so lassen sich die freien bzw. ausgeglichenen Streifenkoordinaten ( $\bar{x}''$  bzw.  $x_s$ ) durch folgende Matrixgleichungen als Funktion der Modellkoordinaten  $\bar{x}'$  ausdrücken:

$$\bar{x}'' = A_{MS} \cdot \bar{x}' \quad (52)$$

$$x_s = A_{MOD} \cdot \bar{x}' \quad (53)$$

Der zweite Schritt der Fehlerfortpflanzung von Modellkoordinaten zu Streifenkoordinaten ist damit verfolgt.

### 3.2.3 Die Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten nach der Triangulation mit unabhängigen Modellen

In 3.21 und 3.22 wurde die Fehlerfortpflanzung getrennt von den Bild- zu den Modellkoordinaten bzw. von den Modell- zu den Streifenkoordinaten verfolgt. Die Kette der Fehlerfortpflanzung schließt sich, wenn Gleichung (46) in (52) bzw. (53) substituiert wird. Man erhält die freien bzw. ausgeglichenen Streifenkoordinaten nach der Triangulation mit unabhängigen Modellen als Funktion der Bildkoordinaten:

$$\bar{x}'' = A_{MS} \cdot A_{BM} \cdot x \quad (54)$$

$$x_s = A_{MOD} \cdot A_{BM} \cdot x \quad (55)$$

(siehe Gleichung (2), Tafel 1, S. 9). Auf diese Gleichungen kann unmittelbar das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt werden. Für die Gewichtskoeffizientenmatrix der freien Streifenkoordinaten ergibt sich:

$$G_{\bar{x}''\bar{x}''} = (A_{MS} \cdot A_{BM}) G_{BILD} (A_{MS} \cdot A_{BM})^T \quad (56)$$

Für die ausgeglichenen Streifenkoordinaten erhält man:

$$\mathbf{G}_{x_s x_s} = (\mathbf{A}_{\text{MOD}} \cdot \mathbf{A}_{\text{BM}}) \mathbf{G}_{\text{BILD}} (\mathbf{A}_{\text{MOD}} \cdot \mathbf{A}_{\text{BM}})^T \quad (57)$$

Gleichung (57) entspricht Gleichung (8), S. 10. Nach den Gleichungen (56) und (57) können die Gewichtskoeffizientenmatrizen der freien bzw. ausgeglichenen Streifenkoordinaten berechnet werden, wenn die Koeffizientenmatrizen  $\mathbf{A}_{\text{MS}}$ ,  $\mathbf{A}_{\text{BM}}$  und  $\mathbf{A}_{\text{MOD}}$  entsprechend 3.2.1 und 3.2.2 aufgebaut werden.

#### 3.2.4 Zur Genauigkeit der ANBLOCK-Ausgleichung

Schätzung des Erwartungswertes von  $\sigma_o^2$  für ein vereinfachtes stochastisches Modell nach Ebner

In 2.3.1, S. 34 wurde kurz angedeutet, daß die nach der Anblocktheorie erzielten Ergebnisse von den Ergebnissen dieser Arbeit abweichen werden. Der Grund liegt in der verschiedenartigen Ermittlung der Genauigkeitsleistung. Im einen Fall wird das einfache stochastische Modell der Anblockmethode als gültig erachtet; die Genauigkeit der ausgeglichenen Streifenkoordinaten ergibt sich dann aus der Inversion der ANBLOCK-Normalgleichungsmatrix. Im zweiten Fall wird die Genauigkeit der nach der Anblockmethode ausgeglichenen Koordinaten am übergeordneten stochastischen Modell beurteilt, das den vergleichenden Untersuchungen dieser Arbeit zugrunde liegt.

Zum absoluten Vergleich der Ergebnisse müßten die beiden mittleren Gewichtseinheitsfehler (der Modellkoordinaten- bzw. der Bildkoordinatenmessungen) bekannt sein. Ebner hat in [8] eine Formel entwickelt, die es gestattet, aufgrund des übergeordneten stochastischen Modells den Erwartungswert von  $\sigma_o^2$  für das vereinfachte Modell auf theoretischem Wege zu ermitteln; sie lautet:

$$E|\bar{\sigma}_o^2| = \frac{1}{r} \cdot \text{Sp}(\mathbf{K}_t (\mathbf{E} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T)) \quad (58)$$

Dabei bedeuten:

$E$	- Erwartungswert
$\bar{\sigma}_o$	- mittlerer Gewichtseinheitsfehler (bezogen auf Modellkoordinaten)
$r$	- Redundanz der nach dem vereinfachten Modell durchgeführten Ausgleichung
$\text{Sp}$	- Spur
$\mathbf{K}_t$	- Kovarianzmatrix der stochastischen Größen des vereinfachten Modells, aus dem übergeordneten Modell abgeleitet (in diesem Fall: Kovarianzmatrix der Modellkoordinaten unabhängiger Modelle, aus Bildkoordinaten unter der Voraussetzung abgeleitet, daß $\sigma_{o\text{BILD}}=1$ )
$\mathbf{E}$	- Einheitsmatrix
$\mathbf{A}$	- Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen der Näherungsausgleichung (hier: Anblockausgleichung Abb. 17)

Nach dieser Formel wurden für die zwei untersuchten Anblockfälle (direkte Ausgleichung von 10 Modellen auf 4 bzw. 6 Paßpunkte) die Erwartungswerte von  $\bar{\sigma}_o^2$  für die

nach der Anblocktheorie erzielten Ergebnisse berechnet (vgl. Tabelle 8, S. 91). Die Diskussion dieser Ergebnisse folgt in Kapitel V.

### 3.3 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung beim Streifenaufbau nach verschiedenen Aeropolygonverfahren - Genauigkeit freier Streifenkoordinaten

#### 3.3.1 Problemstellung

Die in 2.4.2.1 bis 2.4.2.4, S. 39 bis 41 umrissenen Verfahren des Bildanschlusses bauen einen Streifen schrittweise auf. In jedem Teilschritt werden bisher schon bestimmte Orientierungsgrößen und Modellkoordinaten teilweise als Anschlußparameter verwendet und andere im Rahmen der Ausgleichung des Bildanschlusses neu bestimmt. Die Streifenbildung geschieht in Phasen durch aufeinanderfolgende Ausgleichungen einzelner Bildanschlüsse. Die Ausgleichungen im Bereich der einzelnen Bildpaare sind Näherungsausgleichungen, denn sie berücksichtigen die Fehlereigenschaften der Anschlußparameter nicht. Dies gilt nicht nur für den klassischen Folgebildanschluß, sondern aus demselben Grund auch für alle unter 2.4.2.2 bis 2.4.2.4 angegebenen Verfahren des Bildanschlusses.

Ziel des Abschnittes 3.3 ist es nun, die Genauigkeitsleistungen solcher "Näherungsausgleichungen in Phasen" zu ermitteln. Ein Weg hierzu besteht darin, die gesuchten Parameter (freie Streifenkoordinaten) als Funktion der Bildkoordinaten auszudrücken und anschließend das Fehlerfortpflanzungsgesetz anzuwenden.

#### 3.3.2 Modellkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten und der Anschlußparameter

Verfolgt man die Kette der Rechenoperationen des Streifenaufbaues, findet man zwangsläufig den gesuchten funktionalen Zusammenhang zwischen freien Streifenkoordinaten und Bildkoordinaten. Grundlage für den stufenweisen Streifenaufbau aus einzelnen Bildanschlüssen ist das System der Verbesserungsgleichungen eines Bildanschlusses. Die Koeffizientenmatrizen der Verbesserungsgleichungen sind für verschiedene Aeropolygonverfahren auf Seite 37 zusammengestellt. Sie stellen lineare Beziehungen zwischen den verbesserten Bildkoordinaten und den unbekanntem Parametern her. Die Verbesserungsgleichungen enthalten aber auch Beziehungen zwischen den Bildkoordinaten und den Anschlußparametern. Hierbei sei auf die Linearform der Verbesserungsgleichungen für die Bündellösung verwiesen (siehe Seite 18, Gleichung (19) in Verbindung mit den Gleichungen (20) und (18)). Die Verbesserungsgleichungen seien hier nochmals in Matrixform angeschrieben:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}_0 - \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{f} \quad (59)$$

Dabei bedeuten:

- $\mathbf{v}$  ... Vektor der Verbesserungen
- $\mathbf{A}$  ... Koeffizientenmatrix
- $\mathbf{x}$  ... Vektor der Unbekannten
- $\mathbf{f}_0$  ... Vektor der Absolutwerte (Funktionswerte an der Stelle der Näherungswerte bzw. an der Stelle der Anschlußparameter)
- $\mathbf{b}$  ... Vektor der Bildkoordinaten (Beobachtungen)
- $\mathbf{f}$  ... Absolutvektor (Funktionswerte - Beobachtungen)



Für gleich genaue unkorrelierte Bildkoordinaten findet man hiermit folgendes inverse Normalgleichungssystem:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{b} - \mathbf{f}_0) \quad (60)$$

das die unbekanntes Modellkoordinaten und Orientierungsparameter als Funktion der Bildkoordinaten und der Absolutwerte zeigt.

Der Vektor  $\mathbf{f}_0$  der Absolutwerte in den Verbesserungsgleichungen (59) bzw. im inversen Normalgleichungssystem (60) sei noch etwas näher betrachtet (vgl. hierzu Seite 18); der Vektor enthält:

1. Die Orientierungsparameter des Bildes  $i$ , in dem die Bildkoordinaten gemessen wurden. Es sind dies  $\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0$  entweder
  - a) als Festwerte vom Vormodell her bekannt und als fehlerfrei angenommen, obwohl durch Fehlerfortpflanzung von den vorhergehenden Bildern mit Fehler-eigenschaften behaftet,
  - oder
  - b) als Näherungswerte für das neu anzuschließende Bild (dann Näherungswerte für freie Parameter).
2. Die Modellkoordinaten des Punktes  $j$  entweder
  - a) als Festwerte vom Vormodell her bekannt und als fehlerfrei angenommen, obwohl mit Fehlereigenschaften behaftet,
  - oder
  - b) als Näherungswerte für die Modellpunkte im Bereich des neu anzuschließenden Bildes.

Für die Fehlerfortpflanzung sind nur die Fälle 1.a) und 2.a) von Bedeutung. Faßt man die Matrixgleichungen (59) und (60) als zum zweiten Modell gehörig auf, dann sind in dem Vektor  $\mathbf{f}_0$  stochastische Größen enthalten, deren Fehlereigenschaften im Rahmen der Ausgleichung nach (59) und (60) vernachlässigt worden sind (Orientierungsparameter und Modellkoordinaten, die im ersten Modell bestimmt worden waren und die als Anschlußparameter gedient haben). Dies sei schematisch dargestellt am inversen Normalgleichungssystem des Modells 2 :

$$\mathbf{x}_2 = (\mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T (\mathbf{b}_2 - \mathbf{f}_{0_2})$$

wobei

$$\mathbf{f}_{0_2} = F(\underbrace{\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z}_0)_{0_2}$$

Anschlußparameter

An den Verbesserungsgleichungen S. 18 ist zu erkennen, daß die Beziehungen zwischen Bildkoordinaten und Anschlußparametern in nicht linearer Form vorliegen.

Eine Linearisierung unter Berücksichtigung der speziellen Aufnahmeverhältnisse führt auf eine Koeffizientenmatrix, die die Bildkoordinaten im  $i$ -ten Modell mit den Anschlußparametern verknüpft, die im  $(i-1)$ -ten Modell bestimmt worden sind. Diese Koeffizientenmatrix wird im folgenden mit "Verknüpfungsmatrix" bezeichnet.

Die Verknüpfungsmatrizen für die verschiedenen in 2.4 behandelten Aeropolygonverfahren sind in Abb. 25, S. 63 dargestellt.

In Verbindung mit Gleichung (60) können damit die unbekanntes Modellkoordinaten durch lineare Beziehungen mit den Bildkoordinaten und den Anschlußparametern verknüpft werden.

### 3.3.3 Freie Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten

#### - Beispiel 2. Modell -

Die Anschlußparameter für den zweiten Bildanschluß (2. Modell) sind im Rahmen der Ausgleichung des ersten Bildanschlusses bestimmt worden. Sie liegen im inversen Normalgleichungssystem des ersten Bildanschlusses (Typ (60)) als Funktion der Bildkoordinaten schon vor. Es brauchen nun lediglich einige Substitutionen (Matrizenmultiplikationen) ausgeführt zu werden, um die vollständigen Beziehungen zwischen unbekanntes Parametern und Bildkoordinaten zu erhalten. In Abb. 26 ist die Matrizenstruktur der Fehlerfortpflanzung für einen Folgebildstreifen gezeigt, bei dem voller Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten erzwungen wird. Die Abb. 26 soll im wesentlichen für sich selbst sprechen. Sie zeigt die einzelnen Schritte der Fehlerfortpflanzung für zwei Modelle (3 Bilder). Als Ergebnis findet man die lineare Beziehung zwischen den Orientierungsparametern des 3. Bildes und den Modellkoordinaten des 2. Modells einerseits und allen bisher beteiligten Bildkoordinaten der Bilder ① - ③ andererseits.

Nach der in Abb. 26 dargestellten Methode könnten für den Bereich jedes Modells die linearen Beziehungen zwischen freien Streifenkoordinaten und Bildkoordinaten über eine Kette von Matrizenmultiplikationen und -additionen berechnet werden. Diese Lösung ist allerdings recht unübersichtlich, so daß es im Interesse der Programmierung angebracht erschien, eine Lösung in Phasen einzuführen (siehe folgenden Abschnitt 3.3.4).

### 3.3.4 Freie Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten

#### - Lösung in Phasen -

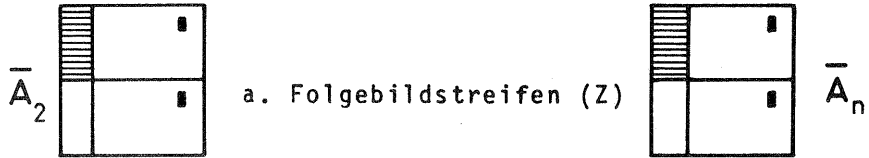
Die Kette der Multiplikationen (Substitutionen), die bei der Lösung in 3.3.3 auftritt, kann leicht in 2 Teile aufgegliedert werden. Abb. 27 zeigt diese Lösung im Falk'schen Schema. Die gesuchte Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  ergibt sich als Produkt zweier Matrizen. Die rechte Matrix  $\mathbf{A}_{BM}$  (siehe Bezeichnungen S. 7) enthält die Koeffizientenmatrizen der inversen Normalgleichungssysteme aller Bildanschlüsse, wie sie in ähnlicher Form bei den unabhängigen Modellen auftreten (siehe Abb. 24, S. 57). Die linke Matrix  $\mathbf{A}_{MS}$  (siehe Bezeichnungen S. 7) verkörpert die Fehlerfortpflanzung im Streifen; sie ist sehr schematisch aufgebaut: Alle Elemente der Hauptdiagonale sind = 1. Ihre Submatrizen setzen sich aus den Koeffizientenmatrizen  $(\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^T$  der Bildanschlüsse und den Verknüpfungsmatrizen zusammen. Von oben nach unten ergeben sich die Submatrizen "Zeilen" jeweils aus den vorhergehenden durch Multiplikation mit  $(\mathbf{A}_n^T \mathbf{A}_n)^{-1} \mathbf{A}_n^T \cdot \bar{\mathbf{A}}_n$  (jeder neue Bildanschluß verlängert die Kette der Fehlerfortpflanzungen um 1 Glied). Die gesuchte Beziehung zwischen freien Streifenkoordinaten und Bildkoordinaten liegt mit der Matrix  $\mathbf{A}$  vor, die sich ergibt aus:

Abb.25: AEROPOLYGONVERFAHREN

Fehlerfortpflanzung im Streifen

- Verknüpfungsmatrizen, stellen lineare Beziehungen her zwischen verbesserten Beobachtungen (Bildkoordinaten) und Anschlußparametern -

Verknüpfungsmatrix vom ersten zum zweiten Modell für die weiteren Bildanschlüsse



Verknüpfungsmatrix vom ersten zum zweiten Triplet für die weiteren Tripletanschlüsse



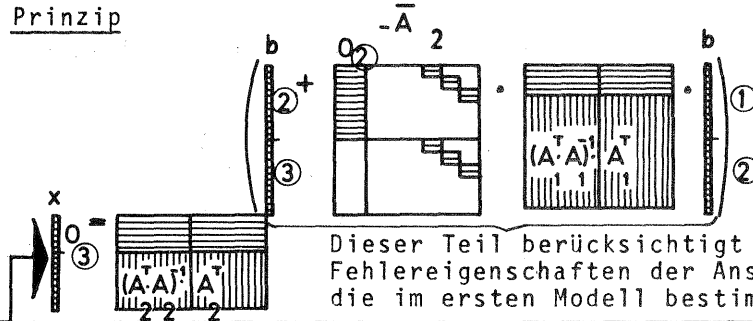
Abb.26: AEROPOLYGONVERFAHREN

Fehlerfortpflanzung - dargestellt am Beispiel Folgebildstreifen (3XYZ) (voller Koordinatenanschluß in 3 Übertragungspunkten!)

- 2. Modell -

Falk'sches Schema

a. Prinzip



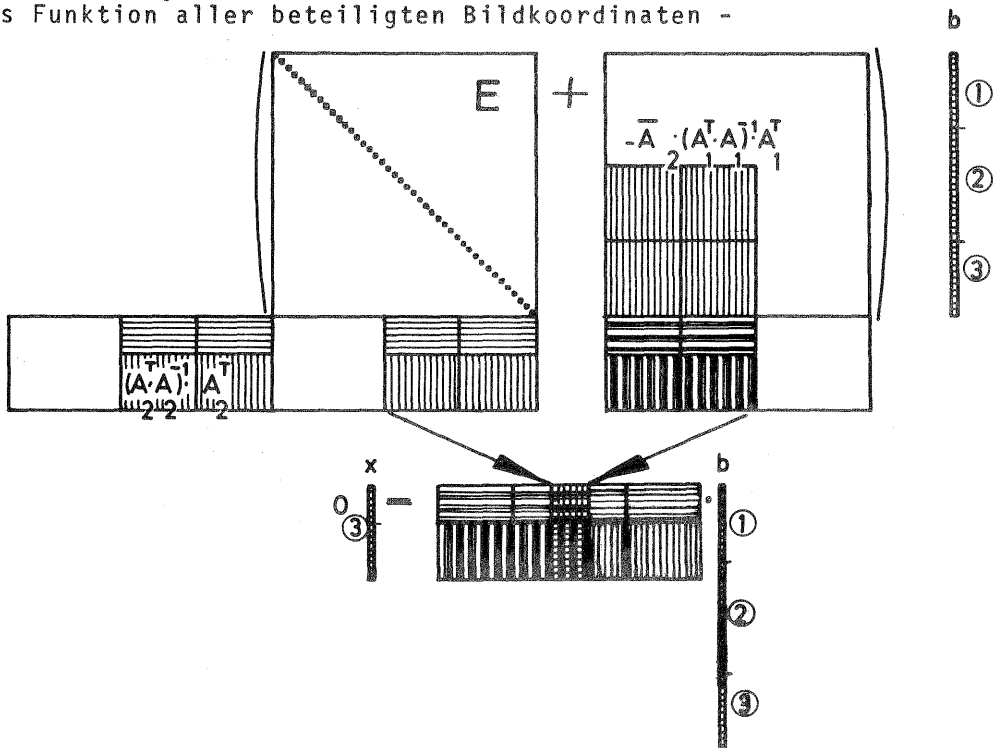
Dieser Teil berücksichtigt nachträglich die Fehlereigenschaften der Anschlußparameter, die im ersten Modell bestimmt worden waren.

Unbekannte Parameter (freie Streifenkoordinaten und Orientierung 3. Bild) im 2. Modell als Funktion aller beteiligten Bildkoordinaten.

- |                        |  |  |
|------------------------|--|--|
| Zeichen-<br>erklärung: | $O$ ... Orientierungsparameter                           | $A$ ... Koeffizientenmatrix 1. Modell                            |
|                        | $x$ ... Modellkoordinaten                                | $\bar{A}_2$ ... Verknüpfungsmatrix vom ersten zum zweiten Modell |
|                        | $b$ ... Bildkoordinaten                                  |  |
|                        | ① ... zum 1. Bild gehörig<br>1 ... zum 1. Modell gehörig |  |

b. Aufbau einer geschlossenen Koeffizientenmatrix

- Darstellung der unbekannt Parameter im zweiten Modell als Funktion aller beteiligten Bildkoordinaten -



$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{MS} \cdot \mathbf{A}_{BM}$$

(61)

vgl. Abb. 27

### 3.35 Freie, gemittelte Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten

Wird beim Streifenaufbau nicht in allen Übertragungspunkten ein voller Koordinatenanschluß erzwungen, ergeben sich zum Teil Doppelkoordinaten aus den getrennten Auswertungen aneinander angrenzender Modelle. Beim Klassischen Folgebildanschluß (zum Beispiel) werden so die Lagekoordinaten aller Übertragungspunkte und die Höhen der Randpunkte doppelt bestimmt.

In der praktischen Triangulation ist es üblich, die doppelt bestimmten Koordinaten vor der Streifenausgleichung zu mitteln. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Mittelung deshalb ebenfalls durchgeführt.

### 3.36 Genauigkeit freier Streifenkoordinaten, die nach verschiedenen Aeropolygonverfahren bestimmt werden

In (61) liegen lineare Beziehungen zwischen den freien Streifenkoordinaten und den stochastischen Größen, den Bildkoordinaten, vor. Die Gewichtungskoeffizientenmatrix der freien Streifenkoordinaten findet man nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz, wobei die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten in der  $\mathbf{G}_{BILD}$ -Matrix Berücksichtigung finden. Mit den Bezeichnungen aus I, 2., S. 7 (siehe (61)) läßt sich der Vorgang in Form einer Matrixgleichung schreiben:

$$\mathbf{G}_{\bar{x}|\bar{x}} = (\mathbf{A}_{MS} \cdot \mathbf{A}_{BM}) \mathbf{G}_{BILD} (\mathbf{A}_{MS} \cdot \mathbf{A}_{BM})^T \quad (62)$$

Die Matrix  $\mathbf{A}_{BM}$  enthält die einzelnen Bildanschlüsse, die Matrix  $\mathbf{A}_{MS}$  verkörpert die Fehlerfortpflanzung bei der Streifenbildung. Für die verschiedenen Aeropolygonverfahren sind in die Submatrizen von  $\mathbf{A}_{BM}$  bzw.  $\mathbf{A}_{MS}$  (siehe Abb. 27, S. 66) die jeweiligen  $\mathbf{A}_i$ -Matrizen und Verknüpfungsmatrizen  $\mathbf{A}$  aus den Abb. 18, S. 37 und Abb. 25, S. 63 einzusetzen. Gleichung (62) gilt dann für alle Aeropolygonverfahren.

## 3.4 Das Prinzip der Fehlerfortpflanzung bei der Streifenausgleichung - Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten

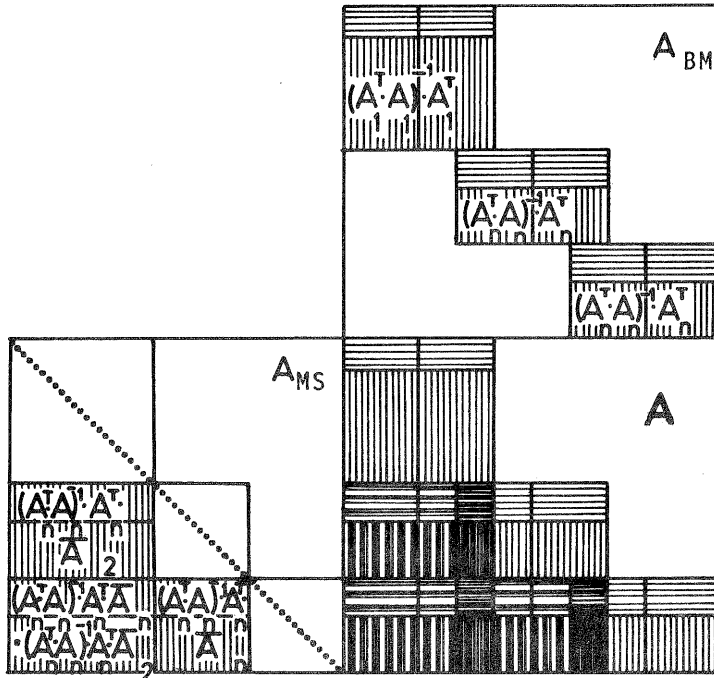
### 3.41 Vorbemerkungen

Für die Streifenausgleichungsverfahren wird als übergeordnetes mathematisches Modell das in Kapitel I dargelegte Modell als gültig erachtet. Das bedeutet: die Paßpunktkoordinaten gelten als fehlerfrei, allein die Bildkoordinaten gehen als stochastische Größen in das Gesamtsystem der Triangulation ein. Die Streifenausgleichungsverfahren arbeiten jedoch nicht mit Bildkoordinaten, sondern mit freien Streifenkoordinaten. Ein Teil der Fehlerfortpflanzung, nämlich der Übergang von Bildkoordinaten zu freien Streifenkoordinaten, geschieht vor der Streifenausgleichung.

Es stehen nun zwei verschiedene, aber zum selben Ergebnis führende Wege offen, die Kette der Fehlerfortpflanzung zu verfolgen. Der erste Weg führt im Funktio-

Abb.27: AEROPOLYGONVERFAHREN  
Fehlerfortpflanzung

- Freie Streifenkoordinaten als Funktion der Bildkoordinaten, Lösung in Phasen -  
(vergl. Abschnitt 3.34) Falk'sches Schema



Zeichenerklärung:

- $A_1$  ... Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen erstes Modell (1. Bildanschluß)
- $A_n$  ... Koeffizientenmatrix für die weiteren Bildanschlüsse
- $\bar{A}_1$  ... Verknüpfungsmatrix vom ersten zum zweiten Modell ) vergl. Abb. 25
- $\bar{A}_n$  ... Verknüpfungsmatrix für die weiteren Bildanschlüsse )
- $A^n$  ... Koeffizientenmatrix für die Fehlerfortpflanzung, stellt lineare Beziehungen zwischen freien Streifenkoordinaten und Bildkoordinaten her.

nalmodell von den Bildkoordinaten über die freien Streifenkoordinaten bis zu den ausgeglichenen Streifenkoordinaten. Der zweite Weg beginnt bei den freien Streifenkoordinaten und geht über die funktionalen Beziehungen der Streifenausgleichung bis zu den ausgeglichenen Streifenkoordinaten. Voraussetzung für den zweiten Weg ist aber, daß die Fehlerfortpflanzung von den Bildkoordinaten bis zu den freien Streifenkoordinaten schon verfolgt ist, daß mit anderen Worten die vollständigen Fehlereigenschaften der freien Streifenkoordinaten in Form ihrer Gewichtskoeffizientenmatrix schon vorliegen.

In den Abschnitten II, 3.1, 3.2 und 3.3 sind die Gewichtskoeffizientenmatrizen der freien Streifenkoordinaten aus den Bildkoordinaten schon hergeleitet, und zwar für den freien Streifenaufbau mit Bündeln, mit unabhängigen Modellen und nach verschiedenen Aeropolygonverfahren.

Die Ausführungen dieses Abschnittes können daher auf die funktionalen Beziehungen der eigentlichen Streifenausgleichung beschränkt bleiben. Zum Schluß braucht nur noch die Verknüpfung mit den Fehlereigenschaften der freien Streifenkoordinaten hergestellt zu werden.

#### 3.4.2 Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten nach Ausgleichung mit den unter 2.5 genannten Methoden

In den Vorbemerkungen zur Fehlerfortpflanzung bei der Streifenausgleichung (3.41) wurde darauf hingewiesen, daß die Fehlereigenschaften der freien Streifenkoordinaten als bekannt gelten können. Der Abschnitt 2.5 bringt die Ansätze zur Ermittlung der funktionalen Beziehungen zwischen ausgeglichenen und freien Streifenkoordinaten für verschiedene Streifenausgleichungsverfahren.

Zur Bestimmung der Genauigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten braucht nun lediglich das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz angewendet zu werden. Bezeichnen  $A_{AG}$  die Koeffizientenmatrix zur Überführung freier in ausgeglichene Streifenkoordinaten und  $G_{\bar{x}''\bar{x}''}$  die Gewichtskoeffizientenmatrix der freien Streifenkoordinaten (vgl. I, S. 8), dann findet man die Gewichtskoeffizientenmatrix der ausgeglichenen Streifenkoordinaten  $G_{x_s x_s}$  aus der Matrixgleichung

$$G_{x_s x_s} = A_{AG} G_{\bar{x}''\bar{x}''} A_{AG}^T \quad (63),$$

die das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz verkörpert.

Der Aufbau der Koeffizientenmatrix  $A_{AG}$  und die Matrizenstruktur der Fehlerfortpflanzung sind in Abb. 28 schematisch dargestellt. Die Abbildung zeigt das Beispiel der Einpassung eines Triplets auf 4 Vollpaßpunkte durch räumliche Ähnlichkeitstransformation.

Die Matrizenstrukturen der Polynomausgleichungen und der strengen Streifenausgleichung sind im Prinzip gleich aufgebaut. Es kann hierauf nicht näher eingegangen werden, doch dürfte der allgemeine Aufbau aus den Formelsystemen in Verbindung mit Abb. 28 genügend klar hervorgehen.

Damit ist die Darstellung des Prinzips der Fehlerfortpflanzung und der Genauigkeitsberechnung für die Reihe der zu untersuchenden Triangulationsverfahren mit den Ausgleichungsverfahren abgeschlossen worden.

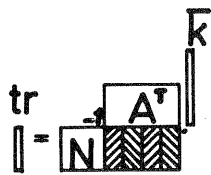
Abb.28: STREIFENAUSGLEICHUNG

Prinzip der Fehlerfortpflanzung von freien Streifenkoordinaten auf ausgeglichene Streifenkoordinaten  
(Matrizenstruktur) Falk'sches Schema

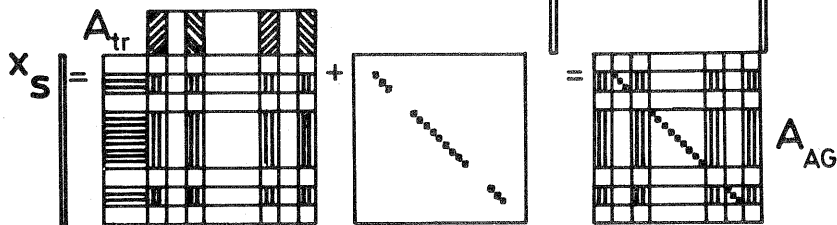
Beispiel: Einpassung eines Triplets auf 4 Vollpaßpunkte durch räumliche Ähnlichkeitstransformation  
(vgl. II, 2.521, Seite 44)

- a. Bestimmung der Transformationsparameter als Funktion der freien Tripletkoordinaten der Paßpunkte (Inverses Normalgleichungssystem)

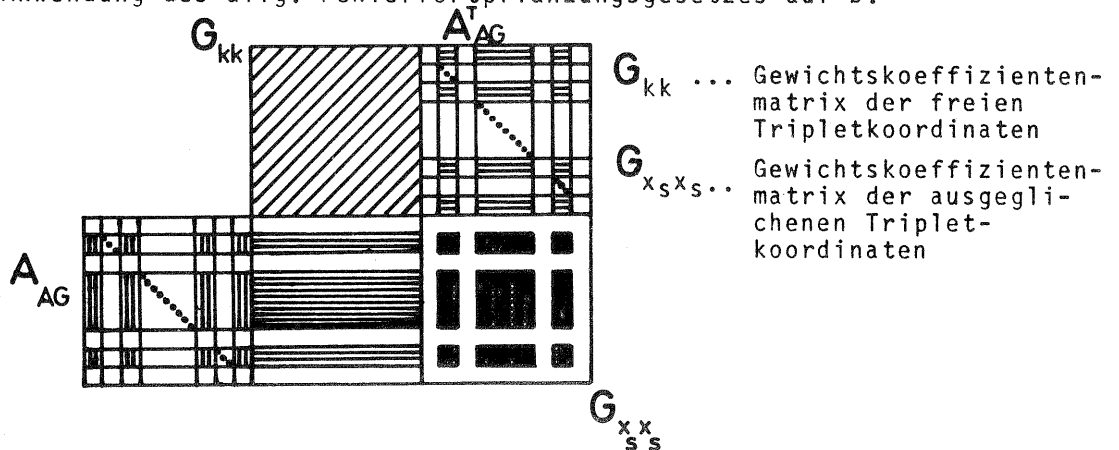
Bezeichnungen:  $A$  ... Koeffizientenmatrix der Verbesserungsgleichungen } der Streifen-  
 $N$  ... Normalgleichungsmatrix } ausgleichung  
 $tr$  ... Transformationsparameter  
 $k$  ... freie Tripletkoordinaten (Gesamtvektor)  
 $\bar{k}$  ... freie Tripletkoordinaten (Teilvektor enthält nur freie Koordinaten der Paßpunkte)  
 $A_{AG}$  ... Koeffizientenmatrix der Transformation (stellt ausgeglichene Tripletkoordinaten als Funktion der freien Tripletkoordinaten dar)



- b. Darstellung der ausgeglichenen als Funktion der freien Tripletkoordinaten



- c. Anwendung des allg. Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf b.





#### 4. Bemerkungen zu den Rechenprogrammen, Zusammenstellung der Rechenformeln, Programmübersicht

##### 4.1 Allgemeines zur Programmierung

Wegen der großen Zahl der zu untersuchenden Verfahren konnte keine allgemeine Programmierung jedes einzelnen Verfahrens für die Praxis angestrebt werden, da dann ein zu hoher Programmieraufwand erforderlich gewesen wäre.

Die Programmierung wurde deshalb speziell auf die Verhältnisse der Genauigkeitsuntersuchung abgestimmt (ebenes Gelände - konstantes  $z$ , regelmäßige Aufnahmeverhältnisse - konstante Basis und konstante Streifenbreite).

Da die Programme damit außerhalb der Genauigkeitsuntersuchungen kaum Verwendung finden können, lohnte sich eine Optimierung der Speicherorganisation und der Rechenzeit nicht.

Die Programmierung konnte sehr schematisch erfolgen (Programmsprache ALGOL, Aufbau auf der Matrizenalgebra, dabei Verwendung vorhandener Unterprogramme (Prozeduren) für Matrizenrechnung).

Für die direkte Auswertung der vorkommenden Matrizengleichungen ist die Speicherkapazität der Rechenanlage TR 4 allerdings bei weitem zu klein. Durch zweierlei Maßnahmen konnten die Berechnungen trotzdem mit der TR 4 bewältigt werden: Einmal wurden die Programme in einzelne sogenannte vorübersetzte Prozeduren aufgegliedert. Im Kernspeicher bleibt dann nur das Hauptprogramm, das im Prinzip aus kurzen Namensaufrufen der Unterprogramme besteht. Die Unterprogramme (Prozeduren) stehen auf Band und werden beim Aufruf einzeln in den Kernspeicher hereingeholt. Damit können von den insgesamt 19.000 verfügbaren Speicherplätzen 15.000 Plätze für die Rechnung freigehalten werden (4.000 Plätze sind dann durch Hauptprogramm + jeweiliges Unterprogramm belegt). Auf die Matrizenrechnung übertragen bedeutet dies, daß 3 Matrizen mit je etwa  $70 \times 70$  Elementen verarbeitet werden können. Die 15.000 für die Rechnung freien Plätze müssen dabei allerdings nach jeder Matrizenoperation für die nächste geräumt werden. Das bedeutet, daß die Datenspeicherung auf Band notwendig wird. Der Programmablauf kann dann durch folgende Arten von Operationen gekennzeichnet werden:

- a) Hereinholen bekannter Matrizen vom Band in den Kernspeicher,
- b) Matrizenoperation,
- c) Abspeichern der Ergebnismatrix auf Band.

Die Folge ist ein praktisch ständiges Arbeiten der Bandgeräte, was zu erheblichen Rechenzeiten führt. Im folgenden Abschnitt 4.2 werden die Rechenformeln zur Berechnung der Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten in einer Tabelle zusammengestellt.

## 4.2 Zusammenstellung der Rechenformeln

TAFEL 4 :			
Zusammenstellung der Rechenformeln			
zur Ermittlung der Genauigkeit freier ( $G_{\overline{x}\overline{x}}$ ) und ausgeglichener Streifenkoordinaten ( $G_{x_s x_s}$ ) für die zu untersuchenden Verfahren der Streifentriangulation als Funktion der Bildkoordinaten ( $G_{xx}$ ).			
Bezeichnungen siehe I, 2., Seite 7			
Triangulationsverfahren			
Rechenformel für $G_{\overline{x}\overline{x}}$ bzw. $G_{x_s x_s}$	Gleichungs- Nummer	Herleitung Abschnitt	siehe Seite
① Streifentriangulation mit Bündeln			
$G_{\overline{x}\overline{x}} = (A_F^T G_{xx}^{-1} A_F)^{-1}$	(45a)	II, 3.1	54
$G_{x_s x_s} = (A^T G_{xx}^{-1} A)^{-1}$	(45)	II, 3.1	54
② Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen			
$G_{\overline{x}\overline{x}} = (A_{MS} \cdot A_{BM}) G_{xx} (A_{MS} \cdot A_{BM})^T$	(56)	II, 3.2	58
$G_{x_s x_s} = (A_{MOD} \cdot A_{BM}) G_{xx} (A_{MOD} \cdot A_{BM})^T$	(57)	II, 3.2	59
③ Streifenbildung nach verschiedenen Aeropolygonverfahren			
$G_{\overline{x}\overline{x}} = (A_{MS} \cdot A_{BM}) G_{xx} (A_{MS} \cdot A_{BM})^T$	(62)	II, 3.3	65
④ Streifenausgleichung nach verschiedenen Ausgleichungsverfahren			
$G_{x_s x_s} = A_{AG} \cdot G_{\overline{x}\overline{x}} \cdot A_{AG}^T$	(63)	II, 3.4	67
Anmerkungen:			
a. Wegen der Zusammensetzung der Koeffizientenmatrizen siehe Ableitungen (Seitenangaben letzte Spalte).			
b. Bei der direkten Streifentriangulation nach ① oder ② ergibt sich die Gewichtskoeffizientenmatrix $G_{x_s x_s}$ der ausgeglichenen Streifenkoordinaten unmittelbar nach (45) bzw. (57).			
c. In den Fällen des freien Streifenaufbaus nach ①, ② oder ③ mit anschließender Ausgleichung ④ erhält man $G_{x_s x_s}$ aus (63), wobei (45a) bzw. (56) oder (62) in (63) einzusetzen sind.			

### 4.3 Übersicht über die verwendeten Programme

#### 4.3.1 Programm für die Bündellösung

Das Programm rechnet die Gewichtskoeffizientenmatrix, entweder für ausgeglichene Streifenkoordinaten nach direkter Einpassung der Bündel auf 4 bzw. 6 Paßpunkte oder für freie Streifenkoordinaten nach freiem Streifenaufbau mit Bündeln (Rechenformeln siehe Tafel 4, Seite 70 unter ①, Gleichungen (45a) und (45)).

#### 4.3.2 Programm zur Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen

Das Programm rechnet die Gewichtskoeffizientenmatrix, entweder für ausgeglichene Streifenkoordinaten nach direkter Einpassung unabhängiger Modelle auf 4 bzw. 6 Paßpunkte, oder für freie Streifenkoordinaten nach freiem Streifenaufbau mit unabhängigen Modellen (Rechenformeln siehe Tafel 4, Seite 70 unter ②, Gleichungen (56) und (57)).

#### 4.3.3 Programm für den Streifenaufbau nach verschiedenen Aeropolygonverfahren

Das Programm rechnet die Gewichtskoeffizientenmatrizen für freie Streifenkoordinaten, wenn der Streifen:

- a) durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit Maßstabsanschluß über die Höhe (z) des mittleren Übertragungspunktes,
- b) durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit Anschluß an die Höhen (z) dreier Übertragungspunkte oder
- c) durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit vollem Koordinatenanschluß in 3 Übertragungspunkten und
- d) durch Tripletanschluß

frei aufgebaut wird (Rechenformel siehe Tafel 4, S. 70 unter ③, Gleichung (62)).

#### 4.3.4 Programm für die Ausgleichung frei triangulierter Streifen

Das Programm rechnet aus der Gewichtskoeffizientenmatrix freier Streifenkoordinaten die Gewichtskoeffizientenmatrix ausgeglichener Streifenkoordinaten für folgende Ausgleichungsverfahren:

- a) räumliche Ähnlichkeitstransformation
- b) Streifenausgleichung mit Polynomen 2. Grades
- c) Streifenausgleichung mit konformen Polynomen 2. Grades
- d) strenge Streifenausgleichung nach Ackermann

(Rechenformel siehe Tafel 4, S. 70 unter ④, Gleichung (63)).

Das Ausgleichungsprogramm kann mit jedem der drei unter 4.3.1 bis 4.3.3 angegebenen Programme kombiniert werden (vgl. Anmerkung c, Tafel 4, S. 70).

Auf die Angabe von Einzelheiten des Programmaufbaus muß hier aus Platzgründen verzichtet werden.

#### 4.4 Eingabedaten

Infolge der zugrundegelegten regelmäßigen Aufnahmeverhältnisse (siehe Abb. 9, S. 27) setzen sich die Koeffizienten der Verbesserungsgleichungen für die verschiedenen Streifentriangulationsverfahren lediglich aus drei Parametern zusammen (vgl. Tafeln 3a und 3b, S. 21 und 22); es sind die Parameter C (Kammerkonstante), B (Basis) und D (Querabstand der seitlichen Verknüpfungspunkte von der Achse, siehe Abb. 4, S. 19).

In den Programmen (4.3) sind diese Parameter zunächst unbestimmt gelassen, ihre Zahlenwerte werden als Daten eingelesen. Bei den Streifenausgleichungsverfahren kommen als weitere Daten die Paßpunktkoordinaten hinzu (siehe Tabelle Seite 26).

Bei den vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen wurden B und D für alle Verfahren konstant gehalten (Standard-Bildformat 23 x 23 cm, ca. 60 % Längsüberdeckung → B = D = 90 mm).

Als Aufnahmekammern wurden Normalwinkel- (NW), Weitwinkel- (WW) und Überweitwinkelkammern (ÜWW) in Betracht gezogen. Um den Rechenaufwand in vertretbaren Grenzen zu halten, konnten lediglich bei Weitwinkelaufnahmen alle Triangulationsverfahren miteinander verglichen werden (Eingabe: C = 153 mm). Für Normalwinkel- und Überweitwinkelaufnahmen wurde nur die Höhengenaugigkeit einiger ausgewählter Triangulationsverfahren berechnet (Eingabe: NW, C = 305 mm bzw. ÜWW, C = 85 mm).

Die gesamten Genauigkeitsergebnisse sind in Kapitel IV zusammengestellt. Zuvor werden in Kapitel III allgemeinere Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten abgeleitet (Korrelation). Kapitel III ist als Ergänzung zu I zu betrachten.

### III. Verallgemeinerung des stochastischen Modells

#### - Korrelierte Bildkoordinaten -

##### 1. Einführung und Problemstellung

In I, 3.3, S. 12 ist die Frage der Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten schon kurz gestreift worden. Der vereinfachte Genauigkeitsansatz in I, wonach Bildkoordinaten als unkorreliert und gleich genau betrachtet werden ( $G_{\text{BILD}} = E$ ), beschreibt die wirklichen Genauigkeitsverhältnisse sicher nur sehr ungenau.

Da nicht bekannt ist, inwiefern vergleichende Genauigkeitsuntersuchungen vom zugrundegelegten stochastischen Ansatz beeinflußt werden, erscheint es wünschenswert, außer dem einfachen Ansatz ( $G_{\text{BILD}} = E$ ) auch allgemeinere Ansätze mit korrelierten Bildkoordinaten zu treffen und einige charakteristische Verfahren mit diesen Ansätzen durchzurechnen. Ein Vergleich der Ergebnisse müßte Schlüsse auf den Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen zulassen.

Die Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten (vgl. auch I, 3.3, S. 12) setzen sich im wesentlichen aus Bildfehlern (infolge physikalischer Einflüsse bei der Belichtung und photographischen Weiterverarbeitung des photogrammetrischen Bildmaterials) und Meßfehlern (Geräte- und Beobachtungsfehlern) zusammen. Es liegt nahe, physikalische Einflüsse, die den Charakter systematischer Fehlereinflüsse haben,

durch funktionale Ansätze zu beschreiben. Diese Ansätze werden die physikalischen Bedingungen im allgemeinen nicht vollständig erfassen. Es treten Widersprüche zwischen physikalischem und funktionalem Modell auf (zum Beispiel durch Vernachlässigung der Krümmung von Abbildungsstrahlen oder durch Nichtbeachtung des Filmverzugs). Die Bildkoordinaten des "physikalischen" Luftbildes weisen dann systematische Fehler bezüglich des funktionalen Modells auf (man kann im Gegensatz hierzu auch von einem unvollständigen funktionalen Modell sprechen). Unterliegen jedoch verschiedene Bildkoordinaten gemeinsam bestimmten systematischen Fehlereinflüssen (hier physikalischen Einflüssen, zum Beispiel Filmverzug), sind diese Bildkoordinaten korreliert; man spricht von physikalischer Korrelation (vgl. Wolf [39] S. 108).

Da empirisches Material für die Bestimmung physikalischer Korrelationen der Bildkoordinaten fehlt, muß hier versucht werden, die physikalischen Einflüsse rechnerisch zu beschreiben, um mit plausiblen Annahmen allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrizen für die Bildkoordinaten herzuleiten.

## 2. Größenordnung systematischer Fehlereinflüsse

In der photogrammetrischen Praxis ist es üblich, systematische Fehlereinflüsse - Verzeichnung, Refraktion, Erdkrümmung, Affinität - soweit sie bekannt sind, durch Korrekturfunktionen so gut wie möglich zu kompensieren (vgl. hierzu Szangolies [34]). In die Aerotriangulation gehen dann erst die korrigierten Bildkoordinaten ein. Systematische Anteile werden dabei in der Regel nur noch in Form von Resteinflüssen bereits korrigierter systematischer Fehler auftreten. So wird die Verzeichnung meist aufgrund der Sollverzeichnungskurve eines Objektivtyps korrigiert. Weicht die Verzeichnungskurve des verwendeten Aufnahmeobjektivs von der Sollverzeichnungskurve ab, verbleiben systematische Resteinflüsse. Die Verzeichnung liegt bei modernen Hochleistungsobjektiven in der Größenordnung von 5 - 10  $\mu$ . Bei einer vollständigen Verzeichnungskorrektur, die auch die asymmetrischen Anteile erfaßt, dürften noch Resteinflüsse von ca. 1 - 3  $\mu$  übrig bleiben. Die restlichen Verzeichnungsfehler könnten dann gegenüber den sonstigen Fehlereinflüssen praktisch vernachlässigt werden.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse bei der Filmaffinität. Aus Untersuchungen an Réseau-Aufnahmen von Ziemann [40] geht hervor, daß die Affinität aus den Bildmarken nur unsicher bestimmt werden kann. Wird das dortige Bildmaterial aufgrund der Bildmarkenabstände korrigiert, verbleiben restliche Affinitäten, die zerlegt werden können in einen über alle Bilder konstanten Betrag von  $-0,02$  ‰ und eine diesem überlagerte Streuung von  $\pm 0,03$  ‰ (die Angaben beziehen sich auf Polyesterfilm). Aus dem Material geht weiter hervor, daß die Scherung beim Polyesterfilm etwa den Betrag der Affinität, bei Acetatzellulosefilm etwa 1/3 des Affinitätsbetrags erreicht. Dieses Beispiel aus [40] gilt sicher nicht unbedingt allgemein, es sollte jedoch die Größenordnung solcher systematischer Resteinflüsse zeigen.

### 3. Grundgedanken der Herleitung allgemeinerer Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten

In III, 1. wurde erwähnt, daß Bildkoordinaten unter Umständen durch systematisch wirkende physikalische Einflüsse korreliert sind. Im Gegensatz zu dieser (physikalischen) Korrelation ist die mathematische Korrelation zu sehen (vgl. Wolf [39] S. 107), bei der bestimmte Parameter (zum Beispiel die Parameter einer vermittelnden Ausgleichung) von gemeinsamen Ausgangsgrößen (zum Beispiel den Beobachtungen) abhängen. Sind bei der mathematischen Korrelation in der Regel die funktionalen Beziehungen zwischen den korrelierten Größen und ihren gemeinsamen Ausgangsgrößen bekannt, so kennt man bei physikalisch korrelierten Größen meist nur die Art der physikalischen Einflüsse (z. B. Filmverzug).

Gelingt es, die physikalischen Einflüsse formelmäßig zu erfassen, läßt sich die physikalische Korrelation auch als mathematische Korrelation deuten bzw. zahlenmäßig, etwa in Form von Korrelationskoeffizienten, ausdrücken.

Die Herleitung allgemeinerer Ansätze für die Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten beruht auf folgenden Grundgedanken: Die Fehler  $\Delta x$  der Bildkoordinaten setzen sich aus einem zufälligen und einem systematischen Anteil zusammen ( $\Delta x_{\text{zuf}}$  bzw.  $\Delta x_{\text{syst}}$ ).

Der zufällige Anteil entspreche den zufälligen Meßfehlern im Komparator, der systematische Anteil rühre von einem physikalischen Fehlereinfluß her (zum Beispiel Maßstabsaffinität des Filmmaterials). Die formelmäßige Beschreibung des physikalischen Einflusses sei hier zunächst symbolisch durch die lineare Funktion  $f(\Delta x_{\text{syst}})$  ersetzt. Damit erhält man für einen Bildkoordinatenfehler:

$$\Delta x = \Delta x_{\text{zuf}} + f(\Delta x_{\text{syst}}) \quad (64)$$

Geht man davon aus, daß zum Beispiel die Maßstabsaffinität für alle Bilder gemeinsam, etwa aufgrund der Bildmarkenabstände, korrigiert sei, daß aber für jedes Bild noch restliche Maßstabsaffinitäten übriggeblieben seien, die von Bild zu Bild streuen, dann können diese restlichen Affinitäten als stochastische Größen aufgefaßt werden, deren Einfluß auf die Bildkoordinaten nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet werden kann. Dabei müßten hier allerdings, mangels empirischen Materials, Annahmen über die Streuung zum Beispiel der Maßstabsaffinität getroffen werden.

Im folgenden sollen, auf diesen Grundgedanken aufbauend, allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten hergeleitet werden.

### 4. Herleitung von allgemeineren Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten

In den Abschnitten III, 2. und III, 3. wurden die Grundlagen für die Herleitung allgemeinerer Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten behandelt. Aufgrund plausibler Annahmen über physikalische Fehlereinflüsse und ihre Größenordnung wird im folgenden versucht, allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten herzuleiten (vgl. III, 3.). Als systematische Resteinflüsse werden, je Bild

getrennt, Maßstabsaffinität und Scherung angenommen. Diese Einflüsse überlagern sich mit den zufälligen Fehlern, was formelmäßig wie folgt ausgedrückt werden kann:

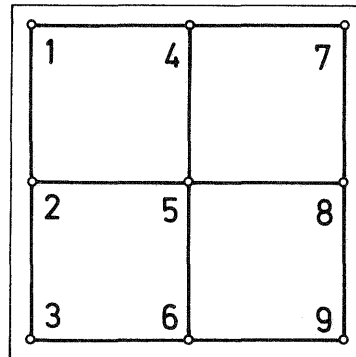
$$\begin{aligned} \Delta \tilde{x}_{ij} &= \Delta \tilde{x}_{ij\text{zuf}} + x_{ij} \tilde{m}_a + y_{ij} \tilde{s} \\ \Delta \tilde{y}_{ij} &= \Delta \tilde{y}_{ij\text{zuf}} - y_{ij} \tilde{m}_a + x_{ij} \tilde{s} \end{aligned} \tag{65}$$

Dabei bedeuten:

- $x_{ij}, y_{ij}$  - Bildkoordinaten des Punktes j im Bild i
- $\Delta \tilde{x}_{ij}, \Delta \tilde{y}_{ij}$  - Bildkoordinatenfehler aus zufälligen und systematischen Anteilen zusammengesetzt
- $\Delta \tilde{x}_{ij\text{zuf}}, \Delta \tilde{y}_{ij\text{zuf}}$  - zufällige Bildkoordinatenfehler
- $\tilde{m}_a$  - Maßstabsaffinität
- $\tilde{s}$  - Scherung
- ~ - Zeichen für stochastische Größen

Es wird kein über alle Bilder konstanter systematischer Anteil berücksichtigt - er würde die Korrelation der Bildkoordinaten aller Bilder bewirken und dadurch den ohnehin großen Rechenaufwand über das vertretbare Maß hinaus steigern.

Für ein Bild mit 9 Meßpunkten (vgl. nebenstehende Abbildung) ergeben sich nach (65) folgende Gleichungen, die in Matrizenform angeschrieben seien (der Index i des Bildes ist dabei weggelassen):



$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{x}_1 \\ \Delta \tilde{y}_1 \\ \Delta \tilde{x}_2 \\ \Delta \tilde{y}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \tilde{x}_9 \\ \Delta \tilde{y}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & \\ & & & & \cdot & & & & \\ & & & & & \cdot & & & \\ & & & & & & \cdot & & \\ & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ -y_1 & x_1 \\ x_2 & y_2 \\ -y_2 & x_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ x_9 & y_9 \\ -y_9 & x_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \tilde{x}_{1\text{zuf}} \\ \Delta \tilde{y}_{1\text{zuf}} \\ \Delta \tilde{x}_{2\text{zuf}} \\ \Delta \tilde{y}_{2\text{zuf}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \tilde{x}_{9\text{zuf}} \\ \Delta \tilde{y}_{9\text{zuf}} \\ \tilde{m}_a \\ \tilde{s} \end{bmatrix} \tag{66}$$

oder:

$$\Delta \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{K} \cdot \Delta \tilde{\mathbf{y}} \quad (66a)$$

Man erkennt aus der Koeffizienten-Matrix  $\mathbf{K}$ , daß die resultierenden Bildkoordinatenfehler  $\Delta \tilde{\mathbf{x}}$  über die Einflüsse von Maßstabsaffinität und Scherung miteinander verknüpft sind.

Um die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten aus zufälligen und systematischen Fehleranteilen ableiten zu können, ist es nötig, Fehlerannahmen für die einzelnen Anteile zu treffen. Setzt man voraus, daß die zufälligen Anteile unkorreliert sind und auch keine Korrelation zwischen den zufälligen und den systematischen Anteilen besteht, ist als Varianz-Covarianz-Matrix eine Diagonalmatrix  $\mathbf{C}_{\Delta \tilde{\mathbf{y}} \Delta \tilde{\mathbf{y}}}$  anzusetzen, deren Elemente in der Reihenfolge ihrer Stellen auf der Hauptdiagonalen lauten (wobei  $\sigma_{\tilde{x}_i}^2 \rightarrow \sigma_{x_i}^2$ ):

$$\underbrace{\begin{matrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{y_1}^2 & \sigma_{x_2}^2 & \sigma_{y_2}^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{x_9}^2 & \sigma_{y_9}^2 & \sigma_{m_a}^2 & \sigma_s^2 \end{matrix}}_{C_{i,i}}$$

Nach Wahl eines mittleren Gewichtseinheitsfehlers  $\sigma_o$  ergibt sich hieraus die Gewichtskoeffizientenmatrix  $\mathbf{G}_{\Delta \tilde{\mathbf{y}} \Delta \tilde{\mathbf{y}}}$  der zufälligen und systematischen Anteile zu:

$$\mathbf{G}_{\Delta \tilde{\mathbf{y}} \Delta \tilde{\mathbf{y}}} = \frac{1}{\sigma_o^2} \mathbf{C}_{\Delta \tilde{\mathbf{y}} \Delta \tilde{\mathbf{y}}} \quad (67)$$

Das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz liefert mit (66) und (67) die gesuchte allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrix:

$$\mathbf{G}_{\Delta \tilde{\mathbf{x}} \Delta \tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{K} \mathbf{G}_{\Delta \tilde{\mathbf{y}} \Delta \tilde{\mathbf{y}}} \mathbf{K}^T \quad (68)$$

In folgender Tabelle sind die zur Berechnung von (67) getroffenen Annahmen zusammengestellt ( $\sigma_{\tilde{x}_i}^2 = \sigma_{\tilde{y}_i}^2 = \sigma_{\text{zuf}}^2$ ):

Annahme	$\sigma_{\text{zuf}}$ Eckpunkt	$\sigma_{\text{zuf}}$ Seitenmitte	$\sigma_{\text{zuf}}$ Mitte	$\sigma_{m_a}$	$\sigma_s$	$\sigma_o$
I	$\pm 13 \mu\text{m}$	$\pm 10 \mu\text{m}$	$\pm 9 \mu\text{m}$	0.1 ‰	0,05 ‰	14 $\mu\text{m}$
II	$\pm 16 \mu\text{m}$	$\pm 10 \mu\text{m}$	$\pm 8 \mu\text{m}$	0.2 ‰	0,1 ‰	21 $\mu\text{m}$

Die Verhältnisse zwischen den Streuungen der Bildkoordinaten  $\sigma_{\text{zuf}}$  entsprechen bei Annahme I den von Kunji [20] angesetzten Gewichtsverhältnissen:

$$P_{\text{Ecke}} : P_{\text{Seitenmitte}} : P_{\text{Mitte}} = 0,6 : 1,0 : 1,2 .$$

Bei Annahme II sind die Genauigkeitsunterschiede zwischen Eckpunkt, Seitenmitte und Bildmitte gegenüber Annahme I weiter überhöht worden, um möglichst extreme Verhältnisse zugrundezulegen.



Die Annahmen über Maßstabsaffinität und Scherung sind in Anlehnung an die Ergebnisse von Ziemann [40] getroffen worden (vgl. III, 2.), wobei eine Aufrundung angebracht erschien. Die unter I getroffenen Annahmen über  $\sigma_{ma}$  und  $\sigma_s$  dürften in der Praxis wohl kaum überschritten werden. Trotzdem wurden die Werte bei Annahme II verdoppelt, um auch hier möglichst extreme Verhältnisse zu erfassen.

Die mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$  wurden so gewählt, daß sich für beide Annahmen die Mittelwerte der quadratischen Gewichtskoeffizienten  $G_{\Delta x \Delta x}$  der Bildkoordinaten zu 1 ergeben, wodurch bei der Streifentriangulation für alle Ansätze (unkorrelierter und korrelierter Bildkoordinaten) Genauigkeitsergebnisse ähnlicher Größenordnung erzielt werden (die Wahl von  $\sigma_0$  wäre hier an und für sich frei vgl. Kapitel V, S. 106).

Nach den Gleichungen (66), (67) und (68) wurden hieraus die in Tafel 5 angegebenen Gewichtskoeffizientenmatrizen berechnet. Für die Matrix  $G_I$  ist nur die obere, für die Matrix  $G_{II}$  nur die untere Dreiecksmatrix angegeben. Aus der Matrix  $G_I$  wurde durch Übernahme der Hauptdiagonalen und Fortlassen der gemischten Koeffizienten eine Matrix  $G_{III}$  gebildet.

Die Matrizen kann man sich auch aus einem praktischen Fall entstanden denken: Aus den Bildkoordinaten aller Bilder einer Befliegung seien die Fehlereinflüsse von Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung eliminiert worden. Die Bildqualität nehme von der Mitte zu den Bildecken hin ab, was sich durch zunehmende Streuungen der zufälligen Meßfehler vom Mittelpunkt über Punkte in den Seitenmitten bis zu den Eckpunkten hin äußere (vgl. obige Tabelle). Zur Untersuchung von Affinitäten sei anhand der gemessenen Bildmarkenabstände in x- und y-Richtung die Maßstabsaffinität jedes Bildes berechnet worden. Die errechneten Werte seien durch Korrekturen an den Bildkoordinaten berücksichtigt worden. Da die Bildmarken-Abstände jedoch nicht als repräsentativ für ein ganzes Bild gelten konnten, seien in jedem Bild restliche Affinitätseinflüsse verblieben, die im Mittel zwar den Wert 0 haben, jedoch um  $\pm 0,1$  ‰ bzw.  $\pm 0,2$  ‰ streuen. Außerdem seien in den Bildern Schereffekte enthalten, die von Bild zu Bild mit  $\pm 0,05$  ‰ bzw.  $\pm 0,1$  ‰ ebenfalls um den Mittelwert 0 streuen. Für diesen gedachten Fall kommt demnach jedem Bild eine vollbesetzte Gewichtskoeffizienten-Matrix nach Art von  $G_I$  bzw.  $G_{II}$  zu, je nachdem, mit welchen Fehlerbeträgen gerechnet wird.

Die Matrizen werden noch etwas näher betrachtet. In folgender Tabelle sind die Streuungen der Bildkoordinaten angegeben, die aus der Überlagerung zufälliger und systematischer Fehler entstehen, das heißt die sich aus den Gewichtskoeffizienten-Matrizen  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$  in Verbindung mit den entsprechenden mittleren Gewichtseinheitsfehlern ergeben (siehe Seite 79).

TAFEL 5 : Allgemeinere Gewichtskoeffizientenmatrizen der Bildkoordinaten

	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	$x_4$	$y_4$	$x_5$	$y_5$	$x_6$	$y_6$	$x_7$	$y_7$	$x_8$	$y_8$	$x_9$	$y_9$	
	1.4	-0.3	0.4	0.1	0.3	0.5	0.1	-0.4	0.0	0.0	-0.1	0.4	-0.3	-0.5	-0.4	-0.1	-0.5	0.3	$x_1$
		1.4	-0.4	0.1	-0.5	-0.3	0.1	0.4	0.0	0.0	-0.1	-0.4	0.5	0.3	0.4	-0.1	0.3	-0.5	$y_1$
			0.9	0.0	0.4	0.4	0.0	-0.4	0.0	0.0	0.0	0.4	-0.4	-0.4	-0.4	0.0	-0.4	0.4	$x_2$
				0.6	-0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.1	-0.1	0.0	-0.1	-0.1	-0.1	$y_2$
					1.4	0.3	-0.1	-0.4	0.0	0.0	0.1	0.4	-0.5	-0.3	-0.4	0.1	-0.3	0.5	$x_3$
						1.4	0.1	-0.4	0.0	0.0	-0.1	0.4	-0.3	-0.5	-0.4	-0.1	-0.5	0.3	$y_3$
	$x_1$	1.5					0.6	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.1	-0.1	0.0	-0.1	-0.1	-0.1	$x_4$
	$y_1$	-0.6	1.5					0.9	0.0	0.0	0.0	-0.4	0.4	0.4	0.4	0.0	0.4	-0.4	$y_4$
	$x_2$	0.7	-0.7	1.0					0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$x_5$
	$y_2$	0.2	0.2	0.0	0.4					0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$y_5$
	$x_3$	0.6	-0.9	0.7	-0.2	1.5					0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$x_6$
	$y_3$	0.9	-0.6	0.7	0.2	0.6	1.5					0.6	0.0	-0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	$y_6$
	$x_4$	0.2	0.2	0.0	0.2	-0.2	0.2	0.4					0.9	-0.4	-0.4	-0.4	0.0	-0.4	0.4
	$y_4$	-0.7	0.7	-0.7	0.0	-0.7	-0.7	0.0	1.0					1.4	0.3	0.4	-0.1	0.3	-0.5
	$x_5$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1					1.4	0.4	0.1	0.5	-0.3
	$y_5$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1					0.9	0.0	0.4	-0.4
	$x_6$	-0.2	-0.2	0.0	-0.2	0.2	-0.2	-0.2	0.0	0.0	0.0	0.4					0.6	0.1	0.1
	$y_6$	0.7	-0.7	0.7	0.0	0.7	0.7	0.0	-0.7	0.0	0.0	0.0	1.0					1.4	-0.3
	$x_7$	-0.6	0.9	-0.7	0.2	-0.9	-0.6	0.2	0.7	0.0	0.0	-0.2	-0.7	1.5					1.4
	$y_7$	-0.9	0.6	-0.7	-0.2	-0.6	-0.9	-0.2	0.7	0.0	0.0	0.2	-0.7	0.6	1.5				
	$x_8$	-0.7	0.7	-0.7	0.0	-0.7	-0.7	0.0	0.7	0.0	0.0	0.0	-0.7	0.7	0.7	1.0			
	$y_8$	-0.2	-0.2	0.0	-0.2	0.2	-0.2	-0.2	0.0	0.0	0.0	0.2	0.0	0.2	0.2	0.0	0.4		
	$x_9$	-0.9	0.5	-0.7	-0.2	-0.6	-0.9	-0.2	0.7	0.0	0.0	0.2	-0.7	0.6	0.9	0.7	0.2	1.5	
	$y_9$	0.6	-0.9	0.7	-0.2	0.9	0.6	-0.2	-0.7	0.0	0.0	0.2	0.7	-0.9	-0.6	-0.7	0.2	-0.6	1.5
	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	$x_4$	$y_4$	$x_5$	$y_5$	$x_6$	$y_6$	$x_7$	$y_7$	$x_8$	$y_8$	$x_9$	$y_9$	

$G_{III} =$  Hauptdiagonale von  $G_I$

Berechnet aus	$\sigma$ Ecke		$\sigma$ Seitenmitte		$\sigma$ Mitte		$\frac{\sigma}{\sigma_{\text{Mitte}}}$ Ecke	$\frac{G_{\text{Mitte}}}{G_{\text{Ecke}}}$
	x	y	x bzw. y	y bzw. x	x	y		
$G_I$	+16,5	+16,5	+13,5	+11	+ 9	+ 9	1,83 : 1	1 : 3,4
$G_{II}$	+25,5	+25,5	+20,5	+13,5	+ 8	+ 8	3,19 : 1	1 : 10,2
$G_{III}$	+16,5	+16,5	+13,5	+ 11	+ 9	+ 9	1,83 : 1	1 : 3,4
Angaben in $\mu\text{m}$								

Außerdem sind daraus berechnete Verhältnisse von Streuungen und Gewichtskoeffizienten eingetragen worden. Letztere liegen zwischen den von Hallert [16] und Kunji [20] angegebenen Werten 1 : 20 bzw. 1 : 2.

Als Maße für die auftretenden Korrelationen seien in Tafel 6 die Korrelationskoeffizienten angegeben, die sich aus den Matrizen  $G_I$  und  $G_{II}$  ergeben. Man erkennt, daß bei den hier getroffenen Annahmen zwischen dem Mittelpunkt und den übrigen Punkten keine Korrelation besteht (dies ist verständlich, wenn man in Formel (66) berücksichtigt, daß die Koeffizienten  $x$  bzw.  $y$  der systematischen Einflüsse  $m_a$  und  $s$  für den Bildmittelpunkt verschwinden). Die übrigen Korrelationskoeffizienten erreichen mehrmals die Werte  $\pm 0,4$  bzw.  $\pm 0,6$  (laut Definition liegt der Korrelationskoeffizient stets zwischen +1 und -1). Die Maximalwerte liegen im Fall I bei 0,5, im Fall II bei 0,8 (Korrelationskoeffizienten zwischen den radialen Richtungen zweier Seitenmittelpunkte, hier  $r_{x_2y_6}$ ).

Mit den Gewichtskoeffizienten-Matrizen  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$  wurden einige charakteristische Triangulationsverfahren durchgerechnet. Es sind dies einerseits Verfahren, die sich in ihrer Genauigkeit stark unterscheiden, andererseits solche Verfahren, deren Genauigkeit nur geringfügig verschieden ist. Die Ergebnisse werden mit den aus  $G_{\text{BILD}} = E$  berechneten verglichen, um Schlüsse über den Gültigkeitsbereich der auf vereinfachter Basis  $G_{\text{BILD}} = E$  vergleichenden Untersuchungen ziehen zu können.

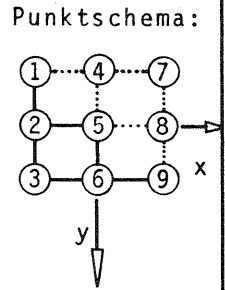
Versucht man, diese allgemeineren Ansätze zu werten, muß darauf hingewiesen werden, daß es sich um theoretische Ansätze handelt, die in Anlehnung an praktisch denkbare Verhältnisse getroffen wurden. Die Größenordnung der ermittelten Korrelationen dürfte daher ziemlich realistisch sein. Die Ergebnisse der Triangulationen mit korrelierten Bildkoordinaten ( $G_I$  und  $G_{II}$ ) finden sich in den Tabellen 13 bis 16, S. 97 - 100.

TAFEL 6 : Korrelationskoeffizienten  $r_{ik} = \frac{G_{ik}}{\sqrt{G_{ii} \cdot G_{kk}}}$  aus den Gewichtskoeffizientenmatrizen  $G_I$  bzw.  $G_{II}$  berechnet (siehe Seite 78)

	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	$x_5$	$y_5$	$x_6$	$y_6$	$x_9$	$y_9$
$x_1$	1	-0.2	0.4	0.1	0.2	0.4	0	0	-0.1	0.4	-0.4	0.2
$y_1$		1	-0.4	0.1	-0.4	-0.2	0	0	-0.1	-0.4	0.2	-0.4
$x_2$			1	0	0.4	0.4	0	0	0	0.5	-0.4	0.4
$y_2$				1	-0.1	0.1	0	0	-0.2	0	-0.1	-0.1
$x_3$					1	0.2	0	0	0.1	0.4	-0.2	0.4
$y_3$						1	0	0	-0.1	0.4	-0.4	0.2
$x_5$							1	0	0	0	0	0
$y_5$								1	0	0	0	0
$x_6$									1	0	0.1	0.1
$y_6$										1	-0.4	0.4
$x_9$											1	-0.2
$y_9$												1

$r_{ik II}$

$r_{ik I}$



#### IV. Ergebnisse der theoretischen Genauigkeitsberechnungen - Die Genauigkeit freier und ausgeglichener Streifenkoordinaten bei verschiedenen Verfahren der Streifentriangulation

##### 1. Vorbemerkungen

Die Formelsysteme in Kapitel II (siehe Zusammenstellung S. 70) gestatten es, für jedes Triangulationsverfahren die Gewichtskoeffizientenmatrizen der ausgeglichenen Streifenkoordinaten zu berechnen. Diese Gewichtskoeffizientenmatrizen verkörpern die vollständigen Fehlereigenschaften ausgeglichener Streifenkoordinaten, sofern das zugrundegelegte mathematische Modell (siehe I, 3. und I, 4.) die Wirklichkeit genügend genau beschreibt.

Bei vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen sind die Anforderungen an das übergeordnete mathematische Modell nicht völlig streng, da es in erster Linie auf die Genauigkeitsverhältnisse verschiedener Verfahren untereinander und nicht so sehr auf ihre Absolutgenauigkeit ankommt. Trotzdem schien es angebracht zu sein, das mathematische bzw. um genauer zu sein: das stochastische Modell etwas zu variieren (vgl. hierzu III, S. 72), um auch Angaben über den vermutlichen Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen machen zu können.

Für jedes zu untersuchende Verfahren liegt als Resultat der Berechnungen die vollständige Gewichtskoeffizientenmatrix vor. Da sie ohnehin in der Rechenanlage aufgrund der Anwendung von Matrizenoperationen vollständig berechnet war, wurde sie auch insgesamt mit Zeilen- und Spaltennumerierung ausgedruckt. Die etwas höhere Ausdruckzeit für die vollständigen Matrizen fiel praktisch nicht ins Gewicht.

Aus den Elementen der Gewichtskoeffizientenmatrizen können nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz die Gewichtskoeffizienten beliebiger Funktionen der ausgeglichenen Streifenkoordinaten berechnet werden. So könnte man die Streckengenauigkeit zwischen den Verknüpfungspunkten, die Querneigungsfehler des Streifens innerhalb der Paßpunktintervalle und ähnliches ermitteln.

Es erscheint jedoch zunächst wichtiger, speziell die Koordinatenfehler ausgeglichener Streifenkoordinaten zu betrachten und für die verschiedenen Triangulationsverfahren miteinander zu vergleichen. Denn die ausgeglichenen Streifenkoordinaten sind die Endprodukte der Streifentriangulation. Sie dienen allerdings in der Regel später als Paßpunkte für die Einzelmodellauswertung. Insofern sind auch die relativen Beziehungen zwischen den Streifenkoordinaten eines solchen Paßpunktvierecks (Eckpunkte eines Modells) interessant. Dieser Fragenkomplex wird aber hier nicht weiter verfolgt.

Kapitel IV hat nun die Aufgabe, die wichtigsten Ergebnisse der theoretischen Genauigkeitsberechnungen zu vermitteln und übersichtlich darzustellen. Aus Raumgründen muß darauf verzichtet werden, die vollständigen Gewichtskoeffizientenmatrizen mitzuteilen. Als Genauigkeitsmaße werden die mittleren Koordinatenfehler sowie quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler im Verhältnis zum mittlere Gewichtseinheitsfehler angegeben:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_0} = \sqrt{G_{xx}} \text{ vgl. auch IV, 3., S. 101}$$

Die Ergebnisse sind nachfolgend in Form von 16 Tabellen dargestellt, die im wesentlichen für sich selbst sprechen. Für den Hauptteil der Untersuchungen gilt als Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten die Einheitsmatrix. Die auf dieser Grundlage erzielten Ergebnisse sind in den Tabellen 1 - 12, S. 84 - 95 zusammengestellt.

Einige ausgewählte Verfahren wurden außerdem mit den in III hergeleiteten allgemeineren Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten durchgerechnet. Diese Ergebnisse sind in den Tabellen 13 - 16, S. 97 - 100 abgedruckt.

## 2. Die Ergebnisse

Vor den eigentlichen Ergebnistabellen (1 - 12 bzw. 13 - 16) sind in Tafel 7, S.83 (für  $G_{\text{BILD}} = E$ ) bzw. Tafel 8, S. 96 (für korrelierte Bildkoordinaten) die untersuchten Triangulationsverfahren zusammengestellt, um einen Überblick zu vermitteln und das Auffinden der Ergebnisse zu erleichtern. Im übrigen wurde versucht, die einzelnen Tabellen durch ausführliche Beschriftung möglichst klar und übersichtlich zu gestalten. Eine Zeichenerklärung, die für alle Tabellen die Art und Schreibweise der Genauigkeitsangaben erläutert, findet sich neben Tabelle 1 auf Seite 84. Im Anschluß an Tabelle 16 stehen in IV, 3., S. 101 einige Bemerkungen zur Interpretation der Ergebnisse.

## 2.1 Ergebnisse auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten

TAFEL 7 Zusammenstellung der auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten untersuchten Streifentriangulations-Verfahren			
TABELLE Nr.	SEITE	VERFAHREN	G BILD = E
1	84	<u>Streifentriangulation mit Bündeln</u> , Ausgleichung <u>in einem Guß</u> auf 6 und 4 Vollpaßpunkte	
2	85	<u>Streifenbildung mit Bündeln</u>	<u>Ausgleichung</u> der frei trian- gulierten Streifen (Tabelle 2 - 7) durch - <u>strenge Streifenausglei-</u> <u>chung</u> auf 6 und 4 Voll- paßpunkte - <u>Polynome 2. Grades</u> auf 6 Vollpaßpunkte, - <u>konforme Polynome 2. Grades</u> auf 6 Vollpaßpunkte und durch - <u>räumliche Ähnlichkeits-</u> <u>transformation</u> auf 4 Vollpaßpunkte
3	86	<u>Streifenbildung mit Triplets</u>	
4	87	<u>Streifenbildung durch Folgebild-</u> <u>anschlüsse</u> - voller <u>Koordinaten-</u> <u>anschluß</u> in <u>3 Übertragungspunkten</u>	
5	88	<u>Streifenbildung durch Folgebild-</u> <u>anschlüsse</u> - Anschluß an die <u>Hö-</u> <u>hen dreier Übertragungspunkte</u>	
6	89	<u>Streifenbildung durch Folgebild-</u> <u>anschlüsse</u> - Anschluß an die Hö- he des mittleren Übertragungs- punktes ( <u>klassischer Folgebild-</u> <u>anschluß</u> )	
7	90	<u>Streifenbildung mit räumlichen</u> <u>unabhängigen Modellen</u>	
7	90	<u>Streifentriangulation mit räumlichen</u> <u>unabhängigen Modellen</u> Ausgleichung <u>in einem Guß</u> auf 6 und 4 Vollpaßpunkte mit und ohne Zwangsanschluß in den Projektionszentren	
8	91	<u>Streifentriangulation</u> nach der <u>ANBLOCK-Methode</u> , Ausgleichung auf 6 und 4 Vollpaßpunkte (verschiedene Genauigkeitsangaben)	
9	92	<u>Streifenbildung</u> nach den in den <u>Tabellen 2 - 7</u> angegebenen Verfahren (siehe oben) - <u>Genauigkeit endfreier Streifen</u> -	
10	93	<u>Streifentriangulation mit Bündeln</u> wie bei Tabelle 1 - <u>Höhengenauigkeit</u> für Weitwinkel-, Überweitwinkel- und Normal- winkelaufnahmen	
11	94	<u>Streifenbildung mit Bündeln</u> und <u>Ausgleichung</u> nach <u>verschiedenen</u> <u>Verfahren</u> wie bei Tabelle 2 - <u>Höhengenauigkeit</u> für Weitwinkel-, Überweitwinkel- und Normal- winkelaufnahmen	
12	95	<u>Streifenbildung durch Folgebildanschlüsse</u> ( <u>klassische</u> ) und <u>Aus-</u> <u>gleichung</u> nach <u>verschiedenen Verfahren</u> wie bei Tabelle 6 - <u>Höhengenauigkeit</u> für Weitwinkel-, Überweitwinkel- und Normal- winkelaufnahmen	

TABELLE 1

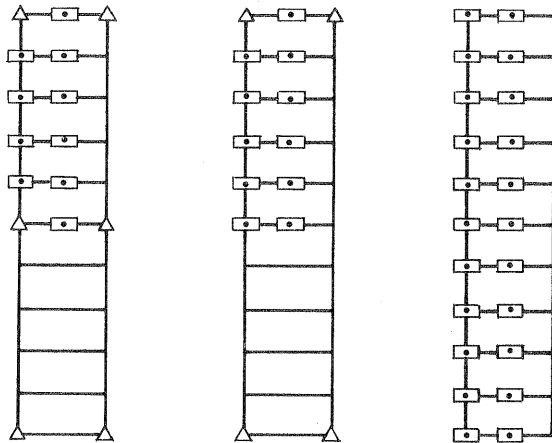
<p><b>GENAUGIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN</b></p> <p>- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von <math>\sigma_0</math></p> <p>- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler</p> <p><b>BONDEL-STREIFEN - 10 Modelle, WW -</b></p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>G_{Bild} = E</math> </div>
--	--

		Streifentriangulation mit Bündeln Ausgleichung in einem Guß auf		6 Vollpaß- punkte		4 Vollpaß- punkte	
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		1,21		1,21			
		1,14	0,98	1,41	1,11		
		1,41	1,32	2,25	2,01		
		1,41	1,31	3,11	2,96		
		1,11	0,97	3,71	3,61		
		0,71		3,92	3,84		
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	1,275	1,134	2,913	2,556		
$\bar{\mu}_x$		1,219		2,783			
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		1,27		1,50			
		2,02	1,43	2,37	1,87		
		2,36	1,67	3,28	2,60		
		2,29	1,61	4,01	3,27		
		1,83	1,27	4,48	3,74		
		0,96		4,64	3,90		
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,134	1,421	3,749	2,854		
$\bar{\mu}_y$		1,877		3,437			
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		2,84		2,89			
		3,96	3,46	5,82	5,39		
		4,95	4,57	9,37	9,10		
		4,75	4,39	11,99	11,73		
		3,48	3,09	13,55	13,32		
		1,44		14,07	13,84		
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	4,325	3,587	11,036	9,825		
$\bar{\mu}_z$		4,041		10,593			

**ZEICHENERKLÄRUNG FÜR DIE TAB. 1 - 16 :**

- $G_{Bild}$ ...Gewichtskoeffizienten-Matrix der Bildkoordinaten, auf die sich die Genauigkeitsangaben beziehen
- $\sigma$  .....mittlerer Koordinatenfehler
- $\sigma_0$  .....mittlerer Gewichtseinheitsfehler
- $\mu$  .....quadratischer Mittelwert der Koordinatenfehler
- $\bar{\mu} = \frac{\mu}{\sigma_0}$ ...quadratischer Mittelwert der Koordinatenfehler in Einheiten von  $\sigma_0$   
(R...Randpunkte, A...Achspunkte)
- WW .....Weitwinkelaufnahmen
- OWW ....Oberweitwinkelaufnahmen
- NW .....Normalwinkelaufnahmen

Zur Darstellung der Ergebnisse in den Tabellen :



In den Tabellen geben die Symbole  $\Delta$  die Lage der Paßpunkte an. Die Skizzen verdeutlichen, zu welchen Punkten die Zahlenwerte gehören. Die Koordinatenfehler sind nur für die eingerahmten Punkte angegeben. Die Koordinatenfehler der übrigen Punkte können aufgrund der symmetrischen Verhältnisse ebenfalls entnommen werden. Die Genauigkeit ist sowohl symmetrisch zur Streifenachse als auch zur Streifenmitte. Die Matrizen wurden zwar vollständig berechnet (Kontrolle auf Symmetrie!), aus Platzgründen kann jedoch nur das Notwendige wiedergegeben werden.



TABELLE 2

GENAUIGKEIT AUSGEGLICHERER STREIFENKOORDINATEN										$G = E$ Bild	
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$											
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler											
<u>BONDEL-STREIFEN</u> - 10 Modelle, WW -											
Streifen mit Bündeln frei aufgebaut: anschließend eingepaßt durch											
		Strenge Streifen- ausgleichung		Polynome 2. Grades x,y konform		Polynome 2. Grades		strenge Streifen- ausgleichung		räumliche Ähnlichkeits- transformation	
				auf 6 Vollpaßpunkte				auf 4 Vollpaßpunkte			
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 1,27	$\triangleleft$ 1,38	$\triangleleft$ 1,37	$\triangleleft$ 1,24	$\triangleleft$ 1,29						
	1,18 0,99	2,09 1,80	2,09 1,83	1,41 1,11	3,63 2,98						
	1,54 1,32	2,38 2,25	2,38 2,27	2,26 2,01	5,35 5,07						
	1,56 1,32	2,24 2,12	2,24 2,11	3,15 2,96	6,74 6,60						
	1,21 0,99	1,80 1,59	1,80 1,53	3,76 3,61	7,60 7,52						
	$\triangleleft$ 0,72	$\triangleleft$ 1,16	$\triangleleft$ 1,05	3,97 3,84	7,90 7,82						
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	1,386   1,154	2,138   1,805	2,138   1,794	2,945   2,559	6,256   5,509						
$\bar{\mu}_x$	1,296		2,009		2,005		2,805		5,984		
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 1,69	$\triangleleft$ 1,54	$\triangleleft$ 1,56	$\triangleleft$ 1,80	$\triangleleft$ 1,72						
	2,18 1,82	2,50 1,67	2,60 1,74	2,51 2,18	3,99 2,50						
	2,47 1,89	2,99 2,08	2,99 2,14	3,41 2,84	5,27 4,13						
	2,37 1,72	2,94 2,01	2,94 2,06	4,09 3,42	6,34 5,37						
	1,92 1,42	2,48 1,53	2,48 1,57	4,50 3,81	7,00 6,12						
	$\triangleleft$ 1,18	$\triangleleft$ 1,08	$\triangleleft$ 1,12	4,65 3,95	7,23 6,37						
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	2,242   1,673	2,761   1,728	2,761   1,779	3,824   3,018	5,943   4,528						
$\bar{\mu}_y$	2,030		2,395		2,410		3,540		5,449		
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95						
	4,26 3,67	4,35 3,80	4,35 3,80	5,95 5,47	5,99 5,47						
	5,35 4,96	5,49 5,11	5,49 5,11	9,54 9,25	9,56 9,25						
	5,17 4,80	5,29 4,88	5,29 4,88	12,21 11,94	12,21 11,94						
	3,76 3,32	3,87 3,34	3,87 3,34	13,79 13,56	13,79 13,56						
	$\triangleleft$ 1,48	$\triangleleft$ 1,47	$\triangleleft$ 1,47	14,33 14,10	14,32 14,10						
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	4,679   3,858	4,796   3,935	4,796   3,935	11,234   9,999	11,244   9,999						
$\bar{\mu}_z$	4,363		4,466		4,466		10,782		10,789		

Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 3

GENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN										$G = E$ Bild	
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$											
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler											
<u>TRIPLET-STREIFEN</u> - 10 Modelle, WW -											
Streifen mit Triplets frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch											
		Strenge Streifen- ausglei- chung		Polynome 2. Grades x,y konform		Polynome 2. Grades		strenge Streifen- ausglei- chung		räumliche Ähnlichkeits- transforma- tion	
				auf 6 Vollpaßpunkte						auf 4 Vollpaßpunkte	
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		$\triangleleft$ 1,27	$\triangleleft$ 1,38	$\triangleleft$ 1,37	$\triangleleft$ 1,24	$\triangleleft$ 1,29					
		1,18 0,99	2,10 1,80	2,10 1,83	1,41 1,11	3,65 2,98					
		1,55 1,32	2,38 2,25	2,38 2,27	2,27 2,01	5,36 5,07					
		1,57 1,32	2,24 2,12	2,24 2,11	3,14 2,96	6,74 6,60					
		1,22 0,99	1,81 1,59	1,81 1,53	3,76 3,61	7,61 7,52					
	$\triangleleft$ 0,72	$\triangleleft$ 1,16	$\triangleleft$ 1,05	3,98 3,84	7,90 7,83						
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	1,388	1,154	2,142	1,805	2,142	1,794	2,948	2,559	6,263	5,509
$\bar{\mu}_x$		1,298		2,012		2,007		2,807		5,988	
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		$\triangleleft$ 1,70	$\triangleleft$ 1,54	$\triangleleft$ 1,57	$\triangleleft$ 1,80	$\triangleleft$ 1,73					
		2,18 1,82	2,62 1,68	2,62 1,76	2,52 2,19	4,02 2,54					
		2,48 1,89	3,03 2,10	3,03 2,17	3,43 2,85	5,34 4,20					
		2,39 1,73	2,97 2,03	2,97 2,08	4,12 3,44	6,45 5,46					
		1,93 1,43	2,50 1,54	2,50 1,59	4,54 3,84	7,13 6,23					
	$\triangleleft$ 1,20	$\triangleleft$ 1,09	$\triangleleft$ 1,13	4,69 3,98	7,37 6,49						
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,256	1,681	2,790	1,743	2,790	1,796	3,857	3,021	6,042	4,607
$\bar{\mu}_y$		2,042		2,420		2,435		3,563		5,541	
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95					
		4,27 3,67	4,36 3,80	4,36 3,80	5,96 5,47	6,00 5,47					
		5,36 4,96	5,49 5,11	5,49 5,11	9,54 9,25	9,56 9,25					
		5,18 4,80	5,30 4,88	5,30 4,88	12,21 11,94	12,21 11,94					
		3,77 3,32	3,88 3,34	3,88 3,34	13,79 13,56	13,79 13,56					
	$\triangleleft$ 1,48	$\triangleleft$ 1,47	$\triangleleft$ 1,47	14,32 14,10	14,32 14,10						
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	4,688	3,858	4,804	3,935	4,804	3,935	11,238	9,999	11,248	9,999
$\bar{\mu}_z$		4,369		4,471		4,471		10,785		10,791	

Zeichenerklärung siehe Seite 84/ siehe auch IV, 3.2., Seite 102

TABELLE 4

GENAUIGKEIT AUSGEGLICHERER STREIFENKOORDINATEN										G = E Bild				
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$														
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler														
FOLGEBILD-STREIFEN 3XYZ - 10 Modelle, WW -														
Streifen durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit vollem Koordinatenanschluß in 3 Übertragungspunkten, frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch														
		strenge Streifen- ausgleichung			Polynome 2. Grades x,y konform			Polynome 2. Grades			strenge Streifen- ausgleichung		räumliche Ähnlichkeits- transformation	
		auf 6 Vollpaßpunkte						auf 4 Vollpaßpunkte						
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		1,27		1,38		1,37		1,24		1,29		1,29		1,29
		1,32	1,20	2,30	1,92	2,30	1,95	1,54	1,29	4,25	3,06			
		1,69	1,51	2,46	2,35	2,46	2,37	2,41	2,12	5,64	5,12			
		1,72	1,54	2,35	2,23	2,35	2,22	3,26	3,04	6,88	6,63			
		1,40	1,27	2,02	1,74	2,02	1,69	3,83	3,68	7,68	7,55			
		1,22		1,48		1,40	4,04	3,90	7,95	7,85				
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	1,544	1,353	2,290	1,920	2,290	1,910	3,042	2,629	6,461	5,542			
$\bar{\mu}_x$		1,469		2,147		2,143		2,892		6,129				
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		1,73		1,56		1,62		1,84		1,76		1,76		1,76
		2,46	1,93	3,28	1,96	3,28	2,11	2,73	2,31	4,98	3,29			
		2,87	2,04	3,87	2,55	3,87	2,67	3,79	3,03	7,23	5,76			
		2,84	1,99	3,73	2,46	3,73	2,57	4,78	3,77	9,04	7,61			
		2,35	1,82	3,03	1,82	3,03	1,93	5,43	4,32	10,13	8,74			
		1,77		1,34		1,46	5,67	4,52	10,50	9,13				
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,640	1,897	3,491	2,046	3,491	2,158	4,475	3,328	8,385	6,370			
$\bar{\mu}_y$		2,366		2,988		3,020		4,078		7,683				
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		2,94		2,95		2,95		2,95		2,95		2,95		2,95
		4,61	4,05	4,71	4,18	4,71	4,18	6,21	5,73	6,29	5,73			
		5,64	5,27	5,77	5,41	5,77	5,41	9,66	9,40	9,72	9,40			
		5,50	5,13	5,63	5,21	5,63	5,21	12,37	12,06	12,37	12,06			
		4,37	3,81	4,36	3,83	4,36	3,83	13,92	13,66	13,92	13,66			
		2,94		2,95		2,95	14,46	14,20	14,46	14,20				
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	5,061	4,221	5,151	4,297	5,151	4,297	11,384	10,117	11,406	10,117			
$\bar{\mu}_z$		4,737		4,821		4,821		10,920		10,935				

Zeichenerklärung siehe Seite 84/ siehe auch IV, 3.2., Seite 102

TABELLE 5

GENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN										$G_{\text{Bild}} = E$			
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$													
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler													
FOLGEBILD-STREIFEN 3Z - 10 Modelle, WW -													
Streifen durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit Anschluß an die Höhen (z) dreier Übertragungspunkte, frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch													
		strenge Streifen- ausglei- chung				Polynome 2. Grades x,y konform		Polynome 2. Grades		strenge Streifen- ausglei- chung		räumliche Ähnlichkeits- transforma- tion	
		auf 6 Vollpaßpunkte						auf 4 Vollpaßpunkte					
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		1,27		1,38		1,37		1,24		1,29			
		1,28	1,01	2,21	1,81	2,21	1,84	1,49	1,12	3,85	2,99		
		1,67	1,36	2,45	2,26	2,45	2,27	2,39	2,02	5,46	5,08		
		1,69	1,38	2,33	2,13	2,33	2,11	3,24	2,97	6,81	6,60		
		1,32	1,05	1,94	1,60	1,94	1,54	3,83	3,62	7,65	7,52		
		0,76		1,19		1,08	4,03	3,85	7,94	7,83			
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	1,503	1,192	2,243	1,813	2,243	1,801	3,025	2,563	6,342	5,511		
$\bar{\mu}_z$	1,384		2,079		2,075		2,859		6,041				
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		1,72		1,57		1,61		1,83		1,75			
		2,48	1,88	3,15	1,91	3,15	2,00	2,72	2,24	4,49	2,84		
		2,97	2,05	3,71	2,45	3,71	2,54	3,78	2,98	6,13	4,77		
		2,98	2,00	3,66	2,39	3,66	2,46	4,63	3,68	7,42	6,21		
		2,44	1,76	3,04	1,82	3,04	1,89	5,15	4,17	8,21	7,08		
		1,57		1,28		1,35	5,32	4,34	8,48	7,37			
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,729	1,860	3,400	1,998	3,400	2,068	4,315	3,235	6,929	5,218		
$\bar{\mu}_y$	2,413		2,911		2,931		3,940		6,335				
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		2,94		2,95		2,95		2,95		2,95			
		4,63	4,05	4,73	4,18	4,73	4,18	6,21	5,73	6,27	5,73		
		5,66	5,27	5,79	5,41	5,79	5,41	9,69	9,40	9,73	9,40		
		5,57	5,13	5,63	5,21	5,63	5,21	12,33	12,06	12,33	12,06		
		4,38	3,81	4,36	3,83	4,36	3,83	13,90	13,66	13,90	13,66		
		2,94		2,95		2,95	14,43	14,20	14,43	14,20			
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	5,090	4,221	5,162	4,297	5,162	4,297	11,369	10,117	11,385	10,117		
$\bar{\mu}_z$	4,755		4,828		4,828		10,911		10,921				

Zeichenerklärung siehe Seite 84/ siehe auch IV, 3.2., Seite 102

TABELLE 6

GENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN											$G_{\text{Bild}} = E$										
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$ - quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler																					
FOLGEBILD-STREIFEN Z - 10 Modelle, WW -																					
Streifen durch Folgebildanschlüsse, jeweils mit Maßstabsanschluß über die Höhe (Z) des mittleren Übertragungspunktes, frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch																					
		strenge Streifen- ausgleichung				Polynome 2. Grades x,y konform				Polynome 2. Grades		strenge Streifen- ausgleichung		räumliche Ähnlichkeits- transformation							
		auf 6 Vollpaßpunkte						auf 4 Vollpaßpunkte													
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$			1,29				1,46				1,46				1,24				1,33		
			1,76	1,12	3,33	2,52	3,33	2,60	3,33	2,60	1,82	1,25	5,24	4,36	5,24	4,36					
			2,41	1,65	3,98	3,31	3,98	3,36	3,98	3,36	3,14	2,51	8,22	7,60	8,22	7,60					
			2,50	1,75	3,75	3,11	3,75	3,12	3,75	3,12	4,54	3,95	10,47	9,95	10,47	9,95					
			1,92	1,35	2,86	2,18	2,86	2,12	2,86	2,12	5,53	4,95	11,85	11,36	11,85	11,36					
			1,14				1,44				1,32				5,87		5,30		12,31		11,83
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,170	1,425	3,506	2,517	3,506	2,534	3,506	2,534	4,257	3,400	9,668	8,274	9,668	8,274						
$\bar{\mu}_x$		1,902		3,141		3,146		3,146		3,954		9,164		9,164							
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$			1,71				1,56				1,59				1,82				1,75		
			2,36	1,90	3,01	1,80	3,01	1,88	3,01	1,88	2,73	2,27	5,01	2,60	5,01	2,60					
			2,84	2,11	3,42	2,33	3,42	2,39	3,42	2,39	3,93	3,07	5,98	4,32	5,98	4,32					
			2,74	1,97	3,43	2,27	3,43	2,32	3,43	2,32	4,65	3,73	6,88	5,59	6,88	5,59					
			2,13	1,52	3,00	1,69	3,00	1,72	3,00	1,72	5,02	4,14	7,46	6,35	7,46	6,35					
			1,21				1,13				1,16				5,14		4,28		7,65		6,61
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,533	1,805	3,221	1,894	3,221	1,943	3,221	1,943	4,294	3,250	6,552	4,708	6,552	4,708						
$\bar{\mu}_y$		2,265		2,758		2,772		2,772		3,930		5,920		5,920							
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$			2,94				2,95				2,95				2,95				2,95		
			4,67	4,07	4,82	4,26	4,82	4,26	4,82	4,26	6,23	5,72	6,44	5,72	6,44	5,72					
			6,29	5,82	6,47	6,01	6,47	6,01	6,47	6,01	10,24	9,86	10,31	9,86	10,31	9,86					
			6,19	5,71	6,35	5,82	6,35	5,82	6,35	5,82	13,05	12,68	13,07	12,68	13,07	12,68					
			4,39	3,90	4,61	3,93	4,61	3,93	4,61	3,93	14,69	14,34	14,69	14,34	14,69	14,34					
			1,48				1,47				1,47				15,23		14,89		15,23		14,89
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	5,451	4,431	5,629	4,539	5,629	4,539	5,629	4,539	11,977	10,581	12,021	10,581	12,021	10,581						
$\bar{\mu}_z$		5,061		5,213		5,213		5,213		11,467		11,496		11,496							

Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 7

GENAUIGKEIT AUSGEGLICHERER STREIFENKOORDINATEN								$G_{\text{Bild}} = E$
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$ - quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler								
MODELL-STREIFEN				- 10 Modelle, WW -				
	Direkte Einpassung unabhängiger Modelle durch verkettete räumliche Ähnlichkeitstransformationen				Streifen mit unabhängigen Modellen durch verkettete räumliche Ähnlichkeitstransformationen frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch			
	ohne Zwangsanschluß in den Projektionszentren		mit Zwangsanschluß in den Projektionszentren		strenge Streifenausgleichg.	Polynomausgleichung	strenge Streifenausgleichg.	Räuml. Ähnl. transg. form.
	a u f				a u f			
	6	4	6	4	6	6	4	4
	Vollpaßpunkte				Vollpaßpunkte			
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$								
	1,55	1,71	2,35	1,89	1,44	2,39	1,64	4,05
	1,99	2,67	3,47	3,04	1,78	2,76	2,53	6,11
	2,02	3,65	3,59	4,09	1,79	2,61	3,51	7,75
	1,62	4,33	2,61	4,79	1,47	2,11	4,21	8,76
	4,57		5,03			4,46	9,10	
$\bar{\mu}_{xR}$	1,807	3,418	3,052	3,805	1,628	2,480	3,303	7,177
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$								
	2,28	2,59	2,65	2,74	2,22	2,69	2,56	4,27
	2,70	3,56	3,12	3,88	2,56	3,08	3,52	5,43
	2,63	4,25	2,99	4,63	2,48	3,04	4,20	6,45
	2,09	4,64	2,27	5,01	2,00	2,61	4,60	7,09
	4,78		5,13			4,73	7,31	
$\bar{\mu}_{yR}$	2,437	3,953	2,778	4,275	2,327	2,863	3,913	6,079
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$								
	4,19	5,92	4,26	5,95	4,38	4,48	6,03	6,08
	5,28	9,48	5,48	9,58	5,57	5,73	9,70	9,73
	5,11	12,09	5,35	12,22	5,40	5,53	12,39	12,40
	3,78	13,63	3,94	13,76	3,92	4,03	13,99	13,99
	14,15		14,27			14,53	14,53	
$\bar{\mu}_{zR}$	4,631	11,127	4,807	11,232	4,869	4,994	11,405	11,418

Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 8

GENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN								
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$								
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler								
<u>ANBLOCK-STREIFEN</u> - 10 Modelle, WW -								
Direkte Einpassung unabhängiger Modelle durch verkettete ebene Ähnlichkeitstransformation auf								
6   4   6   4   6   6   4   4								
Vollpaßpunkte								
Fehlerfortpflanzung mit $G_{\text{Modell}} = E$		Ergebnisse aus $G_{\text{Modell}} = E$ , multipliziert mit $\sqrt{E[\sigma_0^2]}$ 2)		Fehlerfortpflanzung mit $G_{\text{BILD}} = E$				
1)				3)				
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$						4) $\frac{\mu_{xy}}{\sigma_0}$		4) $\frac{\mu_{xy}}{\sigma_0}$
	1,30	1,43	2,17	2,43	1,59		1,70	
	1,62	2,06	2,70	3,51	1,98		2,62	
	1,62	2,56	2,70	4,36	1,98		3,59	
	1,30	2,88	2,17	4,91	1,59		4,29	
	3,00		5,10		4,53			
$\bar{\mu}_x$	1,467	2,387	2,449	4,065	1,796	2,01	3,376	2,23
						2,49		3,24
						2,49		4,06
						2,01		4,61
								4,80
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$	1,30	1,43	2,17	2,43	2,35		2,65	
	1,62	2,06	2,70	3,51	2,91		3,77	
	1,62	2,56	2,70	4,36	2,91		4,48	
	1,30	2,88	2,17	4,91	2,35		4,91	
		3,00		5,10			5,05	
$\bar{\mu}_y$	1,467	2,387	2,449	4,065	2,643		4,168	

Zeichenerklärung siehe Seite 84

1) siehe Ackermann |4| und II, 2.3, Seite 34

2) siehe Ebner |8| und II, 3.24, Seite 59

3) siehe Abb. 56, Seite 155

4)  $\frac{\mu_{xy}}{\sigma_0} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \cdot \frac{1}{\sigma_0}$

TABELLE 9

GENAUIGKEIT DER STREIFENKOORDINATEN ENDFREIER STREIFEN										$G_{\text{Bild}} = E$	
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$											
- 10 Modelle, WW -											
	BONDEL-STREIFEN		TRIPLET-STREIFEN		FOLGEBILD-STREIFEN 3XYZ		FOLGEBILD-STREIFEN 3Z		FOLGEBILD-STREIFEN Z		MODELL-STREIFEN
	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand
$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	4,28	4,16	4,28	4,16	4,36	4,21	4,33	4,16	4,36	4,21	4,36
	8,89	8,73	8,89	8,73	9,00	8,75	8,97	8,73	9,16	8,98	9,00
	13,71	13,54	13,72	13,54	13,86	13,55	13,80	13,54	14,46	14,27	13,93
	18,74	18,56	18,75	18,56	18,91	18,57	18,82	18,56	20,21	20,02	19,06
	23,98	23,79	23,98	23,79	24,16	23,80	24,05	23,79	26,38	26,20	24,61
	29,40	29,22	29,41	29,22	29,60	29,22	29,48	29,22	32,95	32,77	30,34
	35,02	34,83	35,03	34,84	35,22	34,84	35,09	34,84	39,89	39,72	36,31
	40,82	40,64	40,83	40,64	41,03	40,64	40,89	40,64	47,19	47,03	42,51
	46,80	46,62	46,81	46,62	47,01	46,63	46,87	46,62	54,84	54,68	48,94
52,97	52,79	52,98	52,79	53,17	52,79	53,03	52,79	62,82	62,66	55,60	
$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	5,04	0,91	5,05	0,91	5,06	0,91	5,06	0,91	5,06	0,91	5,06
	4,70	0,82	4,70	0,82	4,82	0,91	4,83	0,84	4,82	0,92	4,73
	5,21	1,91	5,22	1,93	5,32	2,15	5,34	2,03	5,78	2,15	5,34
	6,31	3,67	6,33	3,72	6,59	4,32	6,65	4,08	7,17	3,95	6,50
	7,98	5,88	8,04	5,96	8,90	7,22	8,65	6,64	8,99	6,16	8,21
	10,15	8,42	10,26	8,55	11,98	10,69	11,20	9,58	11,20	8,70	10,39
	12,71	11,25	12,88	11,43	15,72	14,66	14,21	12,85	13,76	11,52	12,96
	15,61	14,33	15,83	14,58	19,96	19,06	17,58	16,41	16,64	14,59	15,85
	18,78	17,65	19,07	17,96	24,64	23,86	21,27	20,24	19,79	17,91	19,02
	22,21	21,19	22,57	21,57	29,71	29,01	25,25	24,33	23,18	21,44	22,44
25,88	24,95	26,32	25,40	35,13	34,50	29,48	28,65	26,80	25,18	26,10	
$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	9,02	8,58	9,03	8,58	9,05	8,58	9,05	8,58	9,05	8,58	9,05
	7,38	7,15	7,39	7,15	7,61	7,35	7,61	7,35	7,62	7,35	7,44
	5,64	5,17	5,66	5,17	6,04	5,44	6,01	5,44	6,96	6,42	5,98
	6,30	5,84	6,31	5,84	6,68	6,08	6,62	6,08	8,34	7,75	6,84
	9,87	9,52	9,88	9,52	10,15	9,76	10,08	9,67	11,82	11,32	10,36
	14,88	14,61	14,88	14,62	15,07	14,71	15,03	14,71	16,63	16,21	15,31
	20,72	20,50	20,72	20,50	20,86	20,57	20,84	20,57	22,29	21,93	21,10
	27,17	26,99	27,17	26,99	27,29	27,04	27,27	27,04	28,61	28,29	27,52
	34,14	33,98	34,15	33,98	34,24	34,02	34,22	34,02	35,48	35,19	34,47
	41,58	41,44	41,59	41,44	41,66	41,47	41,65	41,47	42,83	42,57	41,88
49,49	49,35	49,49	49,35	49,53	49,35	49,51	49,35	50,64	50,39	49,77	

Wegen der Zahlenanordnung siehe Seite 84



TABELLE 10

HÖHENGENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENPUNKTE		$G_{\text{Bild}} = E$		
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$ - quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler				
<u>BÜNDEL-STREIFEN</u> - 10 Modelle -				
Gegenüberstellung der Ergebnisse für WW, OWW und NW				
Streifentriangulation mit Strahlenbündeln; Ausgleichung in einem Guß auf				
	6 Vollpaßpunkte		4 Vollpaßpunkte	
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	2,84		2,89	
	3,96	3,46	5,82	5,39
	4,95	4,57	9,37	9,10
	4,75	4,39	11,99	11,73
	3,48	3,09	13,55	13,32
<b>WW</b> 153	1,44		14,07	13,84
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	4,325	3,587	11,036	9,825
$\bar{\mu}_Z$	4,041		10,593	
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	1,58		1,60	
	2,20	1,92	3,24	3,00
	2,75	2,54	5,21	5,05
	2,64	2,44	6,66	6,52
	1,93	1,72	7,53	7,40
<b>OWW</b> 85	0,80		7,82	7,69
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	2,403	1,993	6,131	5,458
$\bar{\mu}_Z$	2,245		5,885	
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	5,67		5,76	
	7,90	6,90	11,61	10,75
	9,86	9,11	18,68	18,13
	9,47	8,74	23,91	23,39
	6,93	6,16	27,01	26,55
<b>NW</b> 305	2,86		28,05	27,60
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	8,622	7,151	22,000	19,586
$\bar{\mu}_Z$	8,055		21,117	



















Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 11

HÖHENGENAUGIGKEIT AUSGEGLICHERER STREIFENPUNKTE				$G_{\text{Bild}} = E$			
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$							
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler							
BÜNDEL-STREIFEN - 10 Modelle -							
Gegenüberstellung der Ergebnisse für WW, OWW und NW							
Streifen mit Bündeln frei aufgebaut, anschließend eingepaßt durch							
strengere Streifenausgleichung		Polynome 2. Grades		strengere Streifenausgleichung		räumliche Ähnlichkeits- transformation	
auf 6 Vollpaßpunkte				auf 4 Vollpaßpunkte			
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95	$\triangleleft$ 2,95
	4,26 3,67	4,35 3,80	5,95 5,47	5,99 5,47	5,99 5,47	5,99 5,47	5,99 5,47
	5,35 4,96	5,49 5,11	9,54 9,25	9,56 9,25	9,56 9,25	9,56 9,25	9,56 9,25
	5,17 4,80	5,29 4,88	12,21 11,94	12,21 11,94	12,21 11,94	12,21 11,94	12,21 11,94
WW	3,76 3,32	3,87 3,34	13,79 13,56	13,79 13,56	13,79 13,56	13,79 13,56	13,79 13,56
153	$\triangleleft$ 1,48	$\triangleleft$ 1,47	14,33 14,10	14,32 14,10	14,32 14,10	14,32 14,10	14,32 14,10
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	4,679   3,858	4,796   3,935	11,234   9,999	11,244   9,999	11,244   9,999	11,244   9,999	11,244   9,999
$\bar{\mu}_Z$	4,363	4,466	10,782	10,782	10,782	10,782	10,782
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64	$\triangleleft$ 1,64
	2,37 2,04	2,42 2,11	3,31 3,04	3,33 3,04	3,33 3,04	3,33 3,04	3,33 3,04
	2,97 2,76	3,05 2,84	5,30 5,14	5,31 5,14	5,31 5,14	5,31 5,14	5,31 5,14
	2,87 2,66	2,94 2,71	6,78 6,64	6,78 6,64	6,78 6,64	6,78 6,64	6,78 6,64
OWW	2,09 1,84	2,15 1,85	7,66 7,53	7,66 7,53	7,66 7,53	7,66 7,53	7,66 7,53
85	$\triangleleft$ 0,82	$\triangleleft$ 0,82	7,96 7,83	7,96 7,83	7,96 7,83	7,96 7,83	7,96 7,83
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	2,599   2,143	2,665   2,186	6,241   5,555	6,247   5,555	6,247   5,555	6,247   5,555	6,247   5,555
$\bar{\mu}_Z$	2,424	2,481	5,990	5,994	5,994	5,994	5,994
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87	$\triangleleft$ 5,87
	8,49 7,32	8,67 7,58	11,86 10,90	11,95 10,90	11,95 10,90	11,95 10,90	11,95 10,90
	10,67 9,90	10,94 10,18	19,01 18,44	19,06 18,44	19,06 18,44	19,06 18,44	19,06 18,44
	10,30 9,56	10,55 9,72	24,33 23,81	24,33 23,81	24,33 23,81	24,33 23,81	24,33 23,81
NW	7,49 6,61	7,71 6,65	27,48 27,03	27,49 27,03	27,49 27,03	27,49 27,03	27,49 27,03
305	$\triangleleft$ 2,94	$\triangleleft$ 2,94	28,55 28,10	28,55 28,10	28,55 28,10	28,55 28,10	28,55 28,10
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	9,327   7,690	9,561   7,845	22,395   19,933	22,415   19,933	22,415   19,933	22,415   19,933	22,415   19,933
$\bar{\mu}_Z$	8,697	8,902	21,494	21,507	21,507	21,507	21,507

Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 12

























HÖHENGENAUGIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENPUNKTE				$G_{\text{Bild}} = E$				
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$ - quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler								
FOLGEBILD-STREIFEN Z - 10 Modelle -								
Gegenüberstellung der Ergebnisse für WW, OWW und NW								
Streifen durch Folgebildanschlüsse jeweils mit Maßstabsanschluß über die Höhe (Z) des mittleren Übertragungspunktes, frei aufgebaut; anschließend eingepaßt durch								
	strenge Streifenausgleichung		Polynome 2. Grades		strenge Streifenausgleichung		räumliche Ähnlichkeits- transformation	
	auf 6 Vollpaßpunkte				auf 4 Vollpaßpunkte			
$\frac{\sigma_Z}{\sigma_0}$	 2,94		 2,95		 2,95		 2,95	
	4,67	4,07	4,82	4,26	6,23	5,72	6,44	5,72
	6,29	5,82	6,47	6,01	10,24	9,86	10,31	9,86
WW	6,19	5,71	6,35	5,82	13,05	12,68	13,07	12,68
153	4,39	3,90	4,61	3,93	14,69	14,34	14,69	14,34
	 1,48		 1,47					
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	5,451	4,431	5,629	4,539	11,977	10,581	12,021	10,581
$\bar{\mu}_Z$	5,061		5,213		11,467		11,496	
$\frac{\sigma_Z}{\sigma_0}$	 1,64		 1,64		 1,64		 1,64	
	2,59	2,26	2,68	2,37	3,46	3,18	3,58	3,18
	3,50	3,23	3,60	3,34	5,69	5,48	5,73	5,48
OWW	3,44	3,17	3,53	3,23	7,25	7,04	7,26	7,04
85	2,44	2,17	2,56	2,18	8,16	7,97	8,16	7,97
	 0,82		 0,82					
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	3,029	2,462	3,127	2,522	6,654	5,878	6,678	5,878
$\bar{\mu}_Z$	2,812		2,896		6,371		6,387	
$\frac{\sigma_Z}{\sigma_0}$	 5,87		 5,87		 5,87		 5,87	
	9,31	8,12	9,62	8,50	12,41	11,40	12,84	11,40
	12,54	11,60	12,90	11,98	20,40	19,66	20,55	19,66
NW	12,33	11,38	12,66	11,60	26,02	25,27	26,05	25,27
305	8,75	7,78	9,20	7,83	29,28	28,59	29,28	28,59
	 2,94		 2,94					
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	10,867	8,834	11,222	9,048	23,875	21,093	23,964	21,093
$\bar{\mu}_Z$	10,088		10,391		22,860		22,917	

Zeichenerklärung siehe Seite 84

## 2.2 Ergebnisse auf der Grundlage korrelierter Bildkoordinaten

























TABELLE 8 Zusammenstellung der auf der Grundlage korrelierter Bildkoordinaten untersuchten Streifentriangulations-Verfahren		$G_{\text{BILD}} = G_I, G_{II}, G_{III}^{S.78}$	
TABELLE Nr.	SEITE	VERFAHREN	
13	97	<u>Streifenbildung mit Triplets</u> $(G_I)$	<u>Ausgleichung</u> der frei trian- gulierten Streifen durch <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>strenge Streifenausgleichung</u> auf 6 und 4 Vollpaßpunkte,</li> <li>- <u>Polynome 2. Grades</u> auf 6 Vollpaßpunkte,</li> <li>- <u>konforme Polynome 2. Grades</u> auf 6 Vollpaßpunkte</li> </ul> und durch <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>räumliche Ähnlichkeitstrans-</u> <u>formation</u> auf 4 Vollpaßpunkte</li> </ul>
14	98	<u>Streifenbildung mit Triplets</u> $(G_{II}$ und $G_{III})$ <u>Streifenbildung durch Folge-</u> <u>bildanschlüsse - voller Ko-</u> <u>ordinatenanschluß in 3 Über-</u> <u>tragungspunkten</u> $(G_I)$ <u>Streifenbildung durch Folge-</u> <u>bildanschlüsse - Anschluß an</u> <u>die Höhen dreier Übertra-</u> <u>gungspunkte</u> $(G_I)$	<u>strenge Streifenausgleichung</u> auf 6 Vollpaßpunkte
15	99	<u>Streifentriangulation mit räumlichen unabhängigen Modellen</u> <u>Ausgleichung in einem Guß</u> auf 6 und 4 Vollpaßpunkte <u>mit und ohne Zwangsanschluß</u> in den Projektionszentren $(G_I)$ (Ausgleichung auf 4 Vollpaßpunkte und ohne Zwangs- anschluß in den Projektionszentren, außerdem mit $G_{II}$ und $G_{III}$ )	
16	100	<u>Streifenbildung nach den in Tabelle 14 angegebenen Verfahren</u> (siehe oben $\rfloor$ ) - <u>Genauigkeit endfreier Streifen</u> $(G_I)$	

TABELLE 13

GENAUIGKEIT AUSGEGLICHENER STREIFENKOORDINATEN										$G_{\text{Bild}} = G_1$ (s.S.78)							
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$																	
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler																	
TRIPLET-STREIFEN						- 10 Modelle, MW -											
Streifen mit Triplets frei aufgebaut, anschließend eingepaßt durch																	
		strenge Streifen- ausglei- chung		Polynome 2. Grades x,y konform		Polynome 2. Grades		strenge Streifen- ausglei- chung		räumliche Ähnlichkeits- transforma- tion							
		auf 6 Vollpaßpunkte						auf 4 Vollpaßpunkte									
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		0,90				1,06				1,08							
		1,58	1,46	2,50	2,29	2,50	2,33		0,84			0,91					
		2,56	2,43	3,12	3,00	3,12	3,03	1,76	1,56	3,46	3,02						
		2,58	2,43	3,01	2,90	3,01	2,90	3,33	3,18	5,23	5,02						
		1,59	1,43	2,24	2,10	2,24	2,05	4,35	4,23	6,49	6,37						
		0,56				1,31				1,19		4,96	4,85	7,25	7,16		
		5,16	5,06	7,50	7,42												
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	2,134	1,757	2,740	2,299	2,740	2,299	3,971	3,504	6,001	5,301							
$\bar{\mu}_x$	1,989		2,569		2,569		3,801		5,745								
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		1,53				1,40				1,42			1,63			1,57	
		2,33	1,66	2,51	1,40	2,51	1,45	2,68	2,00	3,49	2,05						
		2,53	1,64	2,75	1,67	2,75	1,72	3,31	2,51	4,40	3,27						
		2,40	1,46	2,69	1,51	2,69	1,65	3,76	2,97	5,16	4,22						
		2,12	1,18	2,41	1,26	2,41	1,29	4,05	3,26	5,65	4,80						
		1,02				0,97				0,99		4,16	3,37	5,82	4,99		
		4,16	3,37	5,82	4,99												
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	2,349	1,466	2,593	1,437	2,593	1,473	3,570	2,631	4,878	3,584							
$\bar{\mu}_y$	2,036		2,197		2,207		3,246		4,432								
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		2,16				2,17				2,17			2,17			2,17	
		4,53	4,03	4,58	4,11	4,58	4,11	5,69	5,23	5,69	5,23						
		5,20	4,77	5,32	4,89	5,32	4,89	8,19	7,83	8,18	7,83						
		5,10	4,73	5,22	4,82	5,22	4,82	10,10	9,82	10,10	9,82						
		4,37	3,98	4,46	4,02	4,46	4,02	11,29	11,04	11,29	11,04						
		1,17				1,17				1,17		11,69	11,45	11,69	11,45		
		11,69	11,45	11,69	11,45												
$\bar{\mu}_R$   $\bar{\mu}_A$	4,813	3,874	4,909	3,944	4,909	3,944	9,393	8,281	9,390	8,281							
$\bar{\mu}_z$	4,455		4,540		4,540		8,988		8,986								

Zeichenerklärung siehe Seite 84 / siehe auch IV, 3.2., Seite 102

TABELLE 14

GENAUIGKEIT AUSGEGLICHERER STREIFENKOORDINATEN												
$G_{Bild} = G_I / G_{II} / G_{III}$												
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$ s.S.78												
- quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler												
- 10 Modelle, WW -												
		FOLGEBILD-STREIFEN				TRIPLET-STREIFEN						
		3XYZ		3Z		$G_{Bild}=G_{II}$		$G_{Bild}=G_{III}$				
		$G_{Bild}=G_I$										
Streifen frei aufgebaut und anschließend eingepaßt auf 6 Vollpaßpunkte durch strenge Streifenausgleichung												
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$		0,90			0,90			0,64			0,91	
		1,66	1,53	1,64	1,46	1,82	1,72	1,21	1,02			
		2,61	2,49	2,61	2,45	3,09	3,00	1,64	1,44			
		2,63	2,49	2,63	2,45	3,11	3,00	1,66	1,44			
		1,67	1,52	1,64	1,45	1,81	1,69	1,24	1,02			
		0,84			0,57			0,44			0,67	
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,198	1,822	2,186	1,768	2,538	2,101	1,453	1,151			
$\bar{\mu}_x$		2,053		2,026		2,370		1,338				
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$		1,56			1,54			1,41			1,61	
		2,53	1,72	2,51	1,67	2,41	1,55	2,17	1,67			
		2,81	1,76	2,91	1,75	2,57	1,46	2,44	1,75			
		2,75	1,71	2,87	1,70	2,41	1,25	2,35	1,59			
		2,55	1,55	2,59	1,53	2,22	0,99	1,95	1,31			
		1,58			1,40			0,87			1,53	
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	2,661	1,656	2,726	1,621	2,406	1,311	2,234	1,557			
$\bar{\mu}_y$		2,305		2,340		2,032		1,986				
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$		2,16			2,16			1,51			2,60	
		4,84	4,22	4,78	4,22	4,71	4,31	4,31	3,70			
		5,45	4,94	5,45	4,94	5,09	4,66	5,42	4,99			
		5,35	4,90	5,40	4,90	5,05	4,72	5,23	4,82			
		5,02	4,20	4,89	4,20	4,76	4,44	3,84	3,34			
		2,16			2,16			0,87			1,53	
$\bar{\mu}_R$	$\bar{\mu}_A$	5,170	4,063	5,141	4,063	4,905	3,929	4,745	3,838			
$\bar{\mu}_z$		4,750		4,732		4,533		4,398				

Zeichenerklärung siehe Seite 84/siehe auch IV, 3.2., Seite 102

TABELLE 15

GENAUIGKEIT AUSGLEICHERER STREIFENKOORDINATEN					$G_{\text{Bild}} = G_I / G_{II} / G_{III}$ s.S. 78	
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_o$ - quadratische Mittelwerte der Koordinatenfehler						
MODELL-STREIFEN - 10 Modelle, WW -						
Direkte Einpassung unabhängiger Modelle durch verkettete räumliche Ähnlichkeitstransformationen ohne Zwangsanschluß in den Projektionszentren auf 6   4   4   4 Vollpaßpunkte mit 6   4 Vollpaßpunkte $G_{\text{Bild}}$ $G_{\text{Bild}}$ $=G_I$ $=G_I$ $=G_{II}$ $=G_{III}$ $=G_I$ $=G_I$						
$\frac{\sigma_x}{\sigma_o}$	$\triangleleft$ 1,88	$\triangleleft$ 2,03	$\triangleleft$ 2,23	$\triangleleft$ 1,67	$\triangleleft$ 2,42	$\triangleleft$ 2,15
	2,81	3,52	4,01	2,74	3,72	3,71
	2,82	4,59	5,12	3,76	3,76	4,81
	1,91	5,25	5,77	4,45	2,52	5,48
	$\triangleleft$ 5,48	$\triangleleft$ 5,99	$\triangleleft$ 4,69	$\triangleleft$ 5,71		
$\bar{\mu}_{x_R}$	2,396	4,218	4,679	3,505	3,169	4,418
$\frac{\sigma_y}{\sigma_o}$	$\triangleleft$ 2,39	$\triangleleft$ 2,71	$\triangleleft$ 2,78	$\triangleleft$ 2,55	$\triangleleft$ 2,66	$\triangleleft$ 2,86
	2,66	3,42	3,33	3,44	3,01	3,79
	2,56	3,85	3,57	4,06	2,83	4,20
	2,21	4,11	3,73	4,42	2,32	4,43
	$\triangleleft$ 4,20	$\triangleleft$ 3,78	$\triangleleft$ 4,55	$\triangleleft$ 4,49		
$\bar{\mu}_{y_R}$	2,461	3,639	3,418	3,865	2,717	3,940
$\frac{\sigma_z}{\sigma_o}$	$\triangleleft$ 4,29	$\triangleleft$ 5,51	$\triangleleft$ 5,18	$\triangleleft$ 6,05	$\triangleleft$ 4,37	$\triangleleft$ 5,57
	4,93	8,01	6,69	9,77	5,12	8,18
	4,86	9,91	7,88	12,48	5,02	10,08
	4,19	11,08	8,68	14,10	4,26	11,27
	$\triangleleft$ 11,48	$\triangleleft$ 8,95	$\triangleleft$ 14,63	$\triangleleft$ 11,67		
$\bar{\mu}_{z_R}$	4,580	9,205	7,437	11,483	4,710	9,672

Zeichenerklärung siehe Seite 84

TABELLE 16

GENAUIGKEIT DER STREIFENKOORDINATEN ENDFREIER STREIFEN						
- mittlere Koordinatenfehler in Einheiten von $\sigma_0$						
- 10 Modelle, WW -						
$G_{\text{Bild}} = G_I$ (s. S. 78)						
	TRIPLET-STREIFEN		FOLGEBILD-STREIFEN 3XYZ		FOLGEBILD-STREIFEN 3Z	
	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse
$\frac{\sigma_x}{\sigma_0}$	0,79	0,65	0,79	0,65	0,79	0,65
	3,54	3,42	3,64	3,44	3,60	3,42
	7,63	7,50	7,74	7,51	7,71	7,50
	12,16	12,02	12,27	12,03	12,22	12,02
	16,78	16,65	16,91	16,65	16,84	16,65
	21,54	21,41	21,67	21,41	21,59	21,41
	26,43	26,30	26,57	26,31	26,48	26,30
	31,46	31,33	31,60	31,33	31,51	31,33
	36,62	36,50	36,77	36,50	36,67	36,50
	41,92	41,79	42,06	41,79	41,96	41,79
47,35	47,22	47,49	47,22	47,38	47,22	
$\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$	4,46	0,61	4,48	0,61	4,48	0,61
	4,17	0,67	4,31	0,73	4,32	0,68
	4,92	1,57	5,04	1,74	5,07	1,67
	5,70	2,96	5,96	3,57	6,01	3,35
	6,91	4,70	7,75	5,92	7,48	5,38
	8,51	6,70	10,09	8,71	9,38	7,69
	10,44	8,91	13,01	11,87	11,65	10,24
	12,65	11,33	16,30	15,35	14,22	13,01
	15,09	13,93	19,95	19,13	17,04	15,98
	17,73	16,70	23,91	23,19	20,09	19,15
20,58	19,63	28,15	27,50	23,33	22,49	
$\frac{\sigma_z}{\sigma_0}$	7,96	7,43	7,97	7,43	7,97	7,43
	6,25	5,98	6,55	6,08	6,55	6,08
	5,72	5,38	6,00	5,49	5,99	5,49
	6,11	5,73	6,47	5,83	6,38	5,83
	8,54	8,23	8,79	8,30	8,74	8,30
	12,27	12,03	12,47	12,08	12,42	12,08
	16,77	16,57	16,91	16,61	16,88	16,61
	21,80	21,64	21,92	21,66	21,90	21,66
	27,28	27,14	27,38	27,16	27,36	27,16
	33,15	33,02	33,23	33,03	33,21	33,03
39,41	39,26	39,44	39,26	39,42	39,26	

Wegen der Zahlenanordnung siehe Seite 84



### 3. Bemerkungen zur Interpretation der Ergebnisse

#### 3.1 Bildmaßstab, Gewichtseinheitsfehler

Um von speziellen Annahmen über den Bildflug (Bildmaßstab) frei zu sein, sind alle Berechnungen im Maßstab des Bildes ( $Z = f$ ) durchgeführt worden. Die Genauigkeitsangaben können jedoch über den Bildmaßstab auf die Verhältnisse im Geländekoordinatensystem umgerechnet werden. Die Angaben sind weiterhin im Verhältnis zum mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$  ausgedrückt. Auf die Bedeutung dessen soll im folgenden kurz eingegangen werden:

Als stochastische Größen werden die Bildkoordinaten betrachtet (siehe I, 3.2, S.12). Die Fehlereigenschaften stochastischer Größen werden verkörpert durch ihre Varianz-Covarianz-Matrix  $\mathbf{K}$ . Vor Eingang in eine Ausgleichung sind die Varianzen  $\sigma_i^2$  und Kovarianzen  $\sigma_{ik}$  über den mittleren Gewichtseinheitsfehler in Gewichtskoeffizienten  $G_{ij}$  bzw.  $G_{ik}$  zu überführen nach den Beziehungen:

$$G_{ij} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \sigma_i^2 \quad \text{bzw.} \quad G_{ik} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \sigma_{ik} \quad (69)$$

Gewichtskoeffizienten  $G_{xx}$  von Ausgleichungsergebnissen gehen umgekehrt in Varianzen und Kovarianzen über durch Multiplikation mit  $\sigma_0^2$ :

$$\sigma_x^2 = \sigma_0^2 \cdot G_{xx} \quad (70)$$

Entsprechend bedeutet  $\sqrt{G_{xx}}$  das Verhältnis des mittleren Fehlers einer Größe  $X$  (siehe Fußnote S. 81) zum mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$ :

$$\sqrt{G_{xx}} = \frac{\sigma_x}{\sigma_0} \quad (71)$$

Diese Werte  $\sqrt{G_{xx}}$  finden sich in den Tabellen. Zum Übergang auf mittlere Koordinatenfehler sind demnach die in den Tabellen angegebenen Zahlenwerte mit dem mittleren Gewichtseinheitsfehler zu multiplizieren. Im Falle, daß die Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten als Einheitsmatrix angesetzt wird, gilt:

$$G_{xx} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_0^2} = 1 \quad \text{bzw.} \quad \underline{\sigma_x^2 = \sigma_0^2} \quad (72)$$

das heißt, der mittlere Fehler der Bildkoordinaten ist gleich dem mittleren Gewichtseinheitsfehler.

Ein Beispiel soll die Zusammenhänge verdeutlichen: Angenommen, als mittlerer Fehler der Abszisse eines Streifenpunktes werde der Wert  $\sqrt{G} = 1,41$  der Tabelle entnommen, der mittlere Gewichtseinheitsfehler (= mittlerer Bildkoordinatenfehler) sei mit  $10 \mu\text{m}$  anzusetzen und der Bildmaßstab der triangulierten Bilder betrage  $1 : 10\,000$ , dann findet man als mittleren Koordinatenfehler im Bildmaßstab:

$$\sigma_x = \sigma_0 \cdot \sqrt{G} = \pm 14,1 \text{ } [\mu\text{m}] \quad (73)$$

und im Geländesystem:

$$m_b \cdot \sigma_x = m_b \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{G} = \pm 14 \text{ } [\text{cm}] \quad (74)$$

Für die theoretischen Genauigkeitsvergleiche wird allerdings aus Gründen der Allgemeingültigkeit vorgezogen, die Parameter  $m_b$  (Bildmaßstab) und  $\sigma_o$  (mittleren Gewichtseinheitsfehler) offen zu lassen und - wie in den Tabellen - mittlere Fehler in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers zu benützen, die sich auf den Bildmaßstab beziehen.

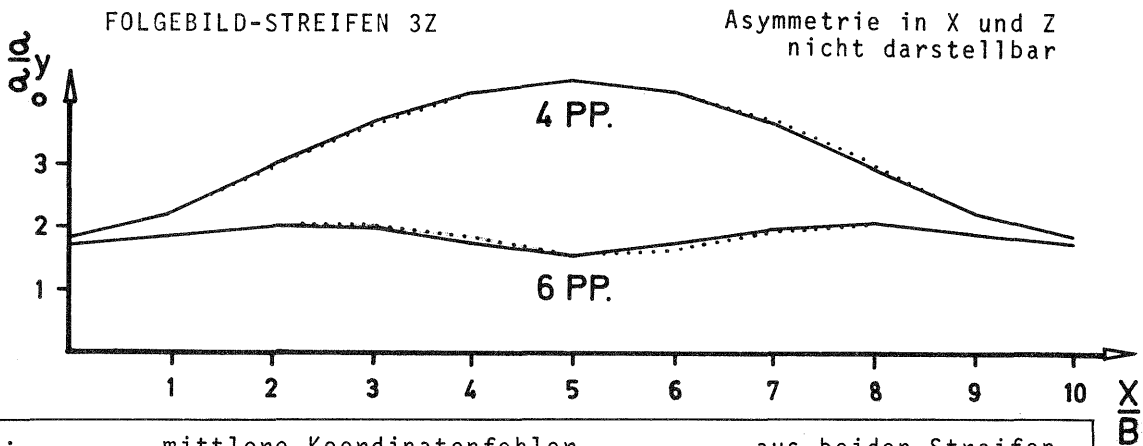
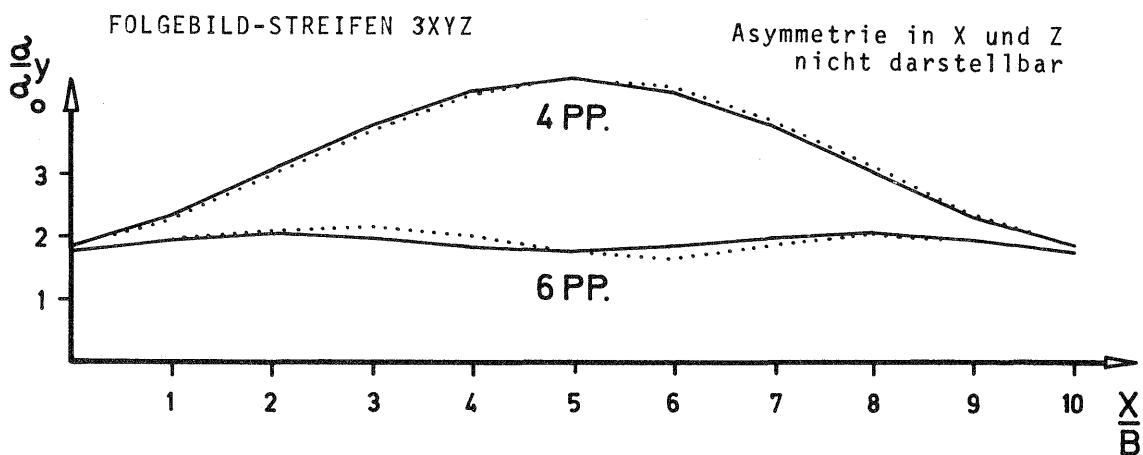
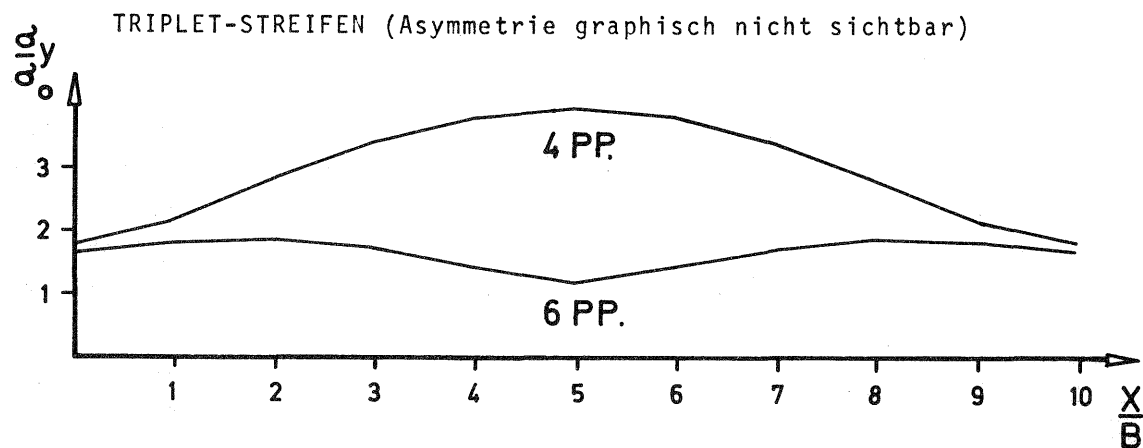
### 3.2 Asymmetrien in den Ergebnissen

Bei drei der untersuchten Streifenbildungsverfahren wird die Orientierung des ersten Bildpaares bzw. Triplets geringfügig anders als die Orientierung der weiteren Bildpaare bzw. Triplets durchgeführt. Bei den Verfahren handelt es sich um die Tripletmethode und um den Streifenaufbau durch die beiden Varianten des Folgebildanschlusses über die Höhen dreier Übertragungspunkte bzw. über vollen Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten.

Nach der Ausgleichung eines Streifens, der nach einer dieser Methoden aufgebaut wurde, unterscheidet sich die Genauigkeit der beiden Streifenhälften - es tritt wegen der Asymmetrie des Verfahrens eine Asymmetrie in Bezug auf die Streifenmitte auf. Unter den drei Aeropolygonverfahren zeigt der Folgebildstreifen (3XYZ) (voller Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten) die größten Asymmetrien. Die Asymmetrien beim Tripletstreifen bleiben in allen Koordinatenrichtungen unterhalb der graphischen Genauigkeit in Abb. 29. Bei den beiden Varianten des Folgebildanschlusses sind sie nur in y-Richtung deutlich sichtbar (siehe Abb. 29, Seite 103). Um die Diskussion der Ergebnisse nicht durch diese Einzelheiten zu belasten, scheint es sinnvoll und zulässig, die Asymmetrie durch Mittelbildung zwischen den beiden Streifenhälften aufzuheben. Die gemittelten Streuungen sind in Abb. 29 ebenfalls dargestellt. In die Ergebnistabellen sind nur die gemittelten Streuungen aufgenommen worden.

Abb. 29: Asymmetrie der mittleren Fehler ausgeglichener Streifenkoordinaten in Bezug auf die Streifenmitte bei drei Aeropolygonverfahren:

Beispiele:  $\frac{\sigma_y}{\sigma_0}$  nach strenger Streifenausgleichung auf 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte (Streifenachse)



Zeichen: ..... mittlere Koordinatenfehler — aus beiden Streifenhälften gemittelte Werte der mittleren Koordinatenfehler

## V. Interpretation und Diskussion der Ergebnisse

### 1. Einführung

Die vorliegende Arbeit hat sich zur Aufgabe gestellt, die Genauigkeitsleistungen verschiedener Verfahren der photogrammetrischen Streifentriangulation miteinander zu vergleichen. Von einem solchen Vergleich erwartet man unter anderem Aussagen über die Genauigkeitsrangfolge aller Verfahren sowie auch über Genauigkeitsunterschiede zwischen Verfahren, die in irgendeiner Form in Konkurrenz zueinander treten (zum Beispiel Tripletanschluß - verschiedene Versionen des Folgebildanschlusses oder Anblock-Verfahren - unabhängige Modelle (räumlich) - Bündellösung). Darüberhinaus interessieren auch allgemeinere Fragen wie: Lohnen sich strengere Verfahren in der Streifentriangulation vom Genauigkeitsgewinn her? oder: Inwieweit können Kombinationen strenger und einfacher Verfahren der Streifenbildung bzw. -ausgleichung im Gesamtergebnis gegeneinander ausgespielt werden? Nebenbei sollen auch speziellere Fragen beantwortet werden, zum Beispiel: Inwieweit hängen die Genauigkeitsunterschiede zwischen Triangulationen mit Überweitwinkel-, Weitwinkel- und Normalwinkelaufnahmen von der Strenge des Triangulationsverfahrens ab?

In Kapitel IV ist eine Vielzahl von Genauigkeitsergebnissen zusammengestellt, die es im vorliegenden Kapitel V nach den eben genannten Gesichtspunkten und Fragen zu interpretieren gilt. Für alle zu untersuchenden Triangulationsverfahren liegen Ergebnisse vor, die auf der Annahme gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten beruhen ( $G_{\text{BILD}} = E$ ), siehe Tabellen 1 - 12, S. 84 - 95. Alle diese Ergebnisse können also auf einer gemeinsamen Grundlage miteinander verglichen werden.

Eine Reihe ausgewählter Triangulationsverfahren wurde zusätzlich mit allgemeineren Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten (siehe III, S. 72) gerechnet, siehe Tabellen 13 - 16, S. 97 - 100. Eine Gegenüberstellung von Genauigkeitsvergleichen, die auf verschiedenen Fehlerannahmen im Bild beruhen, müßte Rückschlüsse auf den Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen zulassen.

Die Annahme gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten ist sicher nur eine unvollkommene Beschreibung der Wirklichkeit (vgl. I, S. 13). Die vergleichenden Aussagen könnten deshalb unter Umständen nur sehr ungenau den wirklichen Sachverhalt beschreiben. Es sollte vermieden werden, Schlüsse aus den Ergebnissen zu ziehen, die sich bei anderen Genauigkeitsverhältnissen im Bild nicht bestätigen. Aus diesem Grunde beginnen die Genauigkeitsvergleiche mit der Interpretation von Ergebnissen, die sich für gleiche Verfahren aus verschiedenen Fehlerannahmen im Bild ergeben. Aufgrund der dortigen Ergebnisse sollen Folgerungen für die weiteren Untersuchungen gezogen werden.

In den weiteren Abschnitten sind die Ergebnisse zu verwerten, die auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten beruhen, wobei die Erkenntnisse aus V, 3. zu berücksichtigen sind. Abschnitt V, 4.1 vergleicht verschiedene Streifenausgleichungsverfahren miteinander, V, 4.2 stellt die Genauigkeiten verschiedener Streifenbildungsverfahren für endfreie und ausgeglichene Streifen einander gegenüber. Abschnitt V, 4.3 befaßt sich mit der Höhengenaugigkeit von Überweitwinkel-, Weitwinkel- und Normalwinkel-Triangulationen in Abhängigkeit von der Strenge des Triangulationsverfahrens. In V, 4.4 wird die Anblock-

methode anderen Triangulationsverfahren gegenübergestellt. Schließlich bringt Abschnitt V, 4.5 Vergleiche zwischen allen untersuchten Triangulationsverfahren.

In den graphischen Darstellungen mußten aus Platzgründen Abkürzungen zur Beschreibung der Triangulationsverfahren eingeführt werden. Diese sind gemeinsam in Tafel 9, S. 107 erklärt.

## 2. Einige Gesichtspunkte zur Methodik der Genauigkeitsvergleiche

### 2.1 Vergleich von Ergebnissen, die aufgrund ein und derselben Fehlerannahme im Bild erzielt wurden

#### 2.1.1 Vergleich von mittleren Koordinatenfehlern verschiedener Verfahren

Mittlere Koordinatenfehler, die auf ein und derselben stochastischen Grundlage ermittelt wurden, können unmittelbar miteinander verglichen werden. Der Vergleich kann in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers im Bildmaßstab oder nach Umrechnung auch im Maßsystem des Geländes erfolgen (vgl. IV, 3.1, S. 101). Die absolute Aussagekraft solcher Vergleiche hängt allerdings von der Güte des mathematischen Ansatzes ab, das heißt davon, wie genau das stochastische und das funktionelle Modell die Wirklichkeit beschreiben.

#### 2.1.2 Relativer Vergleich von Ergebnissen

Einen Eindruck von Genauigkeitsunterschieden zwischen Verfahren vermitteln auch repräsentative Genauigkeitsmaße, wie quadratische Mittelwerte der mittleren Koordinatenfehler. Noch deutlicher treten Genauigkeitsunterschiede aber durch Angabe prozentualer Abweichungen zutage. Zum Genauigkeitsvergleich werden die quadratischen Mittelwerte von Koordinatenfehlern der Randpunkte, der Achspunkte oder aller Streifenpunkte herangezogen. Ein Verfahren, etwa das Genaueste, wird als "Maßstab" benützt. Die prozentuale Abweichung  $p_i$  des quadratischen Mittelwertes  $\bar{\mu}_i^+$  (des Verfahrens  $i$ ) vom Mittelwert  $\bar{\mu}_0$  des genauesten Verfahrens errechnet sich aus

$$p_i = 100 \cdot \frac{\bar{\mu}_i - \bar{\mu}_0}{\bar{\mu}_0} [\%] \quad (75)$$

das heißt, der quadratische Mittelwert  $\bar{\mu}_i$  des Koordinatenfehlers übersteigt den Mittelwert des genauesten Verfahrens um  $p_i$  Prozent (vgl. hierzu Abb. 32, S. 114). Zur Charakterisierung von Genauigkeitsunterschieden zwischen verschiedenen Verfahren wird die prozentuale Abweichung in Kapitel V mehrfach benützt.

### 2.2 Vergleich von Ergebnissen, die aufgrund verschiedener Fehlerannahmen im Bild erzielt wurden - relativer Vergleich

Der absolute Vergleich von Ergebnissen, die auf verschiedenen stochastischen Grundlagen beruhen, scheidet im Rahmen dieser Arbeit aus, da das Verhältnis der verschiedenen mittleren Gewichtseinheitsfehler unbekannt ist.

---

<sup>+</sup>)  $\bar{\mu}_i = \frac{\mu_i}{\sigma_0}$  = quadratischer Mittelwert in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers

Bei vergleichenden Untersuchungen spielt jedoch innerhalb eines stochastischen Ansatzes nur das Verhältnis der Genauigkeit verschiedener Verfahren zueinander eine Rolle: Das Verfahren A soll mit B verglichen werden. Beide Verfahren seien jeweils auf der Grundlage der beiden Fehlerannahmen I und II untersucht worden. Bekannt sind die quadratischen Mittelwerte der mittleren Koordinatenfehler in Einheiten des jeweiligen Gewichtseinheitsfehlers:

$$\frac{\mu_{A_I}}{\sigma_{\circ I}}, \quad \frac{\mu_{A_{II}}}{\sigma_{\circ II}}, \quad \frac{\mu_{B_I}}{\sigma_{\circ I}}, \quad \frac{\mu_{B_{II}}}{\sigma_{\circ II}}.$$

Errechnet man nach (75), S. 105, die prozentuale Abweichung der quadratischen Mittelwerte des Verfahrens A gegenüber dem genaueren Verfahren B, und zwar für die beiden stochastischen Ansätze getrennt, erhält man:

$$p_{A_I} = \frac{\mu_{A_I} - \mu_{B_I}}{\mu_{B_I}} ; \quad p_{A_{II}} = \frac{\mu_{A_{II}} - \mu_{B_{II}}}{\mu_{B_{II}}} \quad (76)$$

Diese Beziehungen sind frei von den mittleren Gewichtseinheitsfehlern. Die Unterschiede beruhen lediglich auf den verschiedenen zugrundegelegten Gewichtskoeffizientenmatrizen. Unterscheiden sich solche vergleichenden Ergebnisse stark voneinander, je nachdem, welches stochastische Modell zugrundegelegt wird, sind die theoretischen Aussagen über Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Verfahren entsprechend unsicher. Dieses Problem wird Gegenstand des folgenden Abschnitts sein.

### 3. Interpretation der Ergebnisse, die sich aus verschiedenen Fehlerannahmen im Bild ergeben - Folgerungen für die weitere Auswertung

#### 3.1 Vorbemerkung

Den Untersuchungen dieses Abschnitts (V, 3.) liegen folgende Fragestellungen zugrunde:

- a) Bleibt der Genauigkeitsunterschied sehr verschieden genauer Verfahren konstant, wenn von unterschiedlichen Fehlerannahmen im Bild ausgegangen wird ?
- b) Ändert sich die Genauigkeitsrangfolge verschiedener Verfahren, wenn die Voraussetzungen im Bild variieren ?
- c) Bleibt das Genauigkeitsverhältnis zwischen X-, Y- und Z-Koordinaten für verschiedene Ansätze im Bild konstant ?
- d) Sind die Genauigkeitsunterschiede zwischen Punkten am Streifenrand und in der Streifenachse abhängig vom Ansatz im Bild ?
- e) Bleibt die Genauigkeitsverteilung längs eines Streifens für verschiedene Fehlerannahmen im Bild erhalten ?



### 3.2 Vergleich zweier Triangulationsverfahren in Abhängigkeit von vier verschiedenen Fehlerannahmen im Bild

#### 3.2.1 Vergleich der mittleren Fehler längs des Streifenrandes

Abb. 30, S. 110, zeigt die mittleren Koordinatenfehler in X, Y und Z für zwei Triangulationsverfahren:

- a) Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen, direkte Einpassung auf 4 Vollpaßpunkte,
- b) Streifenaufbau mit Triplets mit anschließender strenger Streifenausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte.

Die verschiedenen Paßpunktanordnungen lassen einen direkten Vergleich der beiden Verfahren zunächst nicht sinnvoll erscheinen. Es geht hier jedoch darum, den Einfluß verschiedener Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten auf den Genauigkeitsunterschied zwischen zwei Verfahren zu zeigen. Dieser Einfluß wird umso deutlicher sichtbar, je größer der Genauigkeitsunterschied zwischen den Verfahren ist. Dadurch, daß im einen Fall eine lockere, im anderen Fall eine dichtere Paßpunktbesetzung vorliegt, werden die ohnehin großen Genauigkeitsunterschiede noch überhöht, was für den beabsichtigten Zweck erwünscht ist.

Die Ergebnisse von vier verschiedenen Fehlerannahmen im Bild sind in Abb. 30 ineinander gezeichnet. Ein Vergleich der mittleren Koordinatenfehler des Modellstreifens unter der Annahme  $G_{\text{BILD}} = E$  zum Beispiel mit den Fehlern des Tripletstreifens für  $G_{\text{BILD}} = G_I$  ist nicht sinnvoll, da über die verschiedenen mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_{o_j}$  nichts ausgesagt werden kann. Dagegen erlaubt ein Vergleich der sich entsprechenden Fälle (gleiche Strichart = gleiches stochastisches Modell) Aussagen über die Abhängigkeit der Genauigkeitsunterschiede vom stochastischen Ansatz:

Aus dem X-Diagramm ist zu entnehmen, daß der Abstand entsprechender Kurven für verschiedene Fehlerannahmen etwa konstant bleibt, daß aber der relative Genauigkeitsunterschied bei stärkerer Korrelation der Bildkoordinaten abnimmt ( $E \rightarrow G_I \rightarrow G_{II}$ , vgl. III, S. 78). Dies ist deutlicher unmittelbar aus dem Y- und dem Z-Diagramm zu ersehen; dort bleiben die Absolutwerte für den Tripletstreifen etwa in derselben Größenordnung (ihr Verlauf ändert sich allerdings), die mittleren Koordinatenfehler des Modellstreifens liegen jedoch umso dichter bei den Werten des Tripletstreifens, je stärker die Korrelation zwischen den Bildkoordinaten ist (gestrichelte Linie = stärkste Korrelation).

#### 3.2.2 Vergleich der quadratischen Mittelwerte und der prozentualen Abweichungen der quadratischen Mittelwerte

In Abb. 31, S. 111 sind für dieselben Streifen die quadratischen Mittelwerte und die Maximalwerte der mittleren Koordinatenfehler für die vier verschiedenen Fehlerannahmen im Bild graphisch gegenübergestellt. Die obigen Aussagen werden dadurch bestätigt. In Tabelle 17 seien die prozentualen Abweichungen der quadratischen Mittelwerte aus Abb. 31 dargestellt:



TABELLE 17

Prozentuale Abweichungen $p = 100 \cdot \frac{\mu_{MOD} - \mu_{TR}}{\mu_{TR}}$ [%] zwischen Modellstreifen und dem Tripletstreifen (4 bzw. 6 Paßpunkte)				
Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten, vgl. III, S. 78				
	E	G <sub>I</sub>	G <sub>II</sub>	G <sub>III</sub>
X	146,2 %	97,7 %	84,5 %	141,2 %
Y	75,3 %	54,9 %	42,0 %	73,1 %
Z	137,4 %	91,2 %	51,5 %	142,1 %
wachsende Korrelation $\longrightarrow$ = abnehmender Genauigkeitsunterschied				

Man erkennt eine sehr deutliche Abnahme des Genauigkeitsunterschiedes zwischen Tripletstreifen und Modellstreifen (Modellstreifen um  $p_i$  % ungenauer als Tripletstreifen für Triplet = 100 %), wenn statt mit unkorrelierten Bildkoordinaten (**E**) mit stark korrelierten Bildkoordinaten (**G<sub>II</sub>**) gerechnet wird <sup>+</sup>). Dieses Ergebnis (gleichzeitig Antwort auf Frage a in V, 3.1, S. 106) ist wichtig zur Beurteilung des Gültigkeitsbereiches der vergleichenden Untersuchungen: Es hat sich gezeigt, daß der Genauigkeitsunterschied zwischen zwei sehr verschieden genauen Verfahren mit zusätzlich verschieden günstiger Paßpunktanordnung in hohem Maße abhängt von der Korrelation der Bildkoordinaten (Genauigkeitsunterschied umso geringer, je stärker Korrelation zwischen den Bildkoordinaten).

Nun wird aber, wie mehrfach erläutert, der größte Teil der vergleichenden Untersuchungen auf der einfachen Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten durchgeführt. Die daraus resultierenden Genauigkeitsunterschiede dürften nach der eben festgestellten Gesetzmäßigkeit Extremwerte darstellen. In der praktischen Triangulation, die wohl stets mit korrelierten Bildkoordinaten arbeitet, dürften die Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren wesentlich geringer sein.

<sup>+</sup>) **G<sub>III</sub>** ist eine Diagonalmatrix, deshalb Ergebnisse mit (**E**) vergleichbar.

Abb. 30: Einfluß verschiedener Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten auf die ausgeglichenen Streifenkoordinaten.  
 Vergleich: Direkte Einpassung unabhängiger Modelle (4 Paßpunkte) mit Tripletstreifen, strenge Streifenausgleichung (6 Paßpunkte)  
 (siehe Text Seite 108)

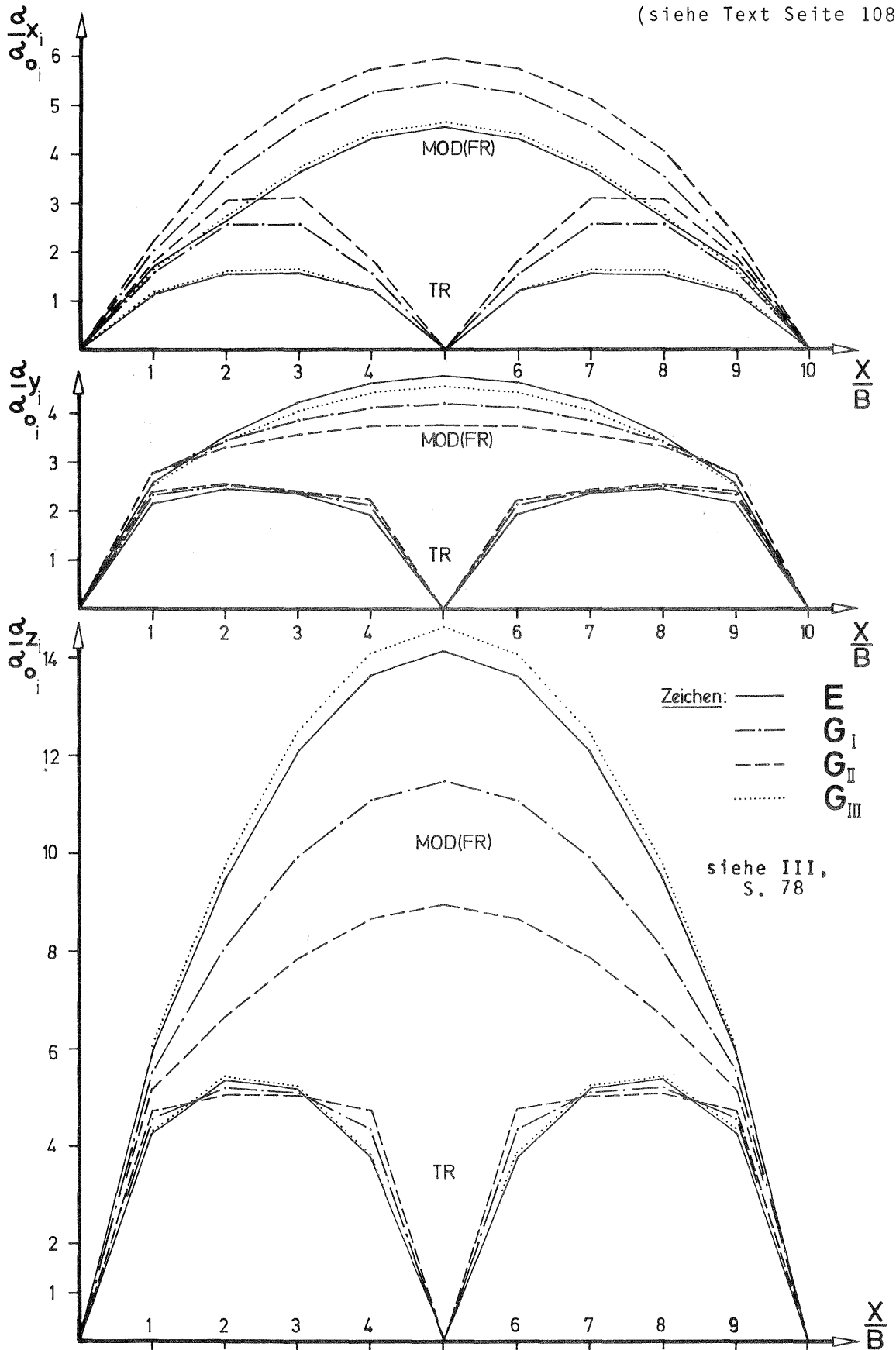
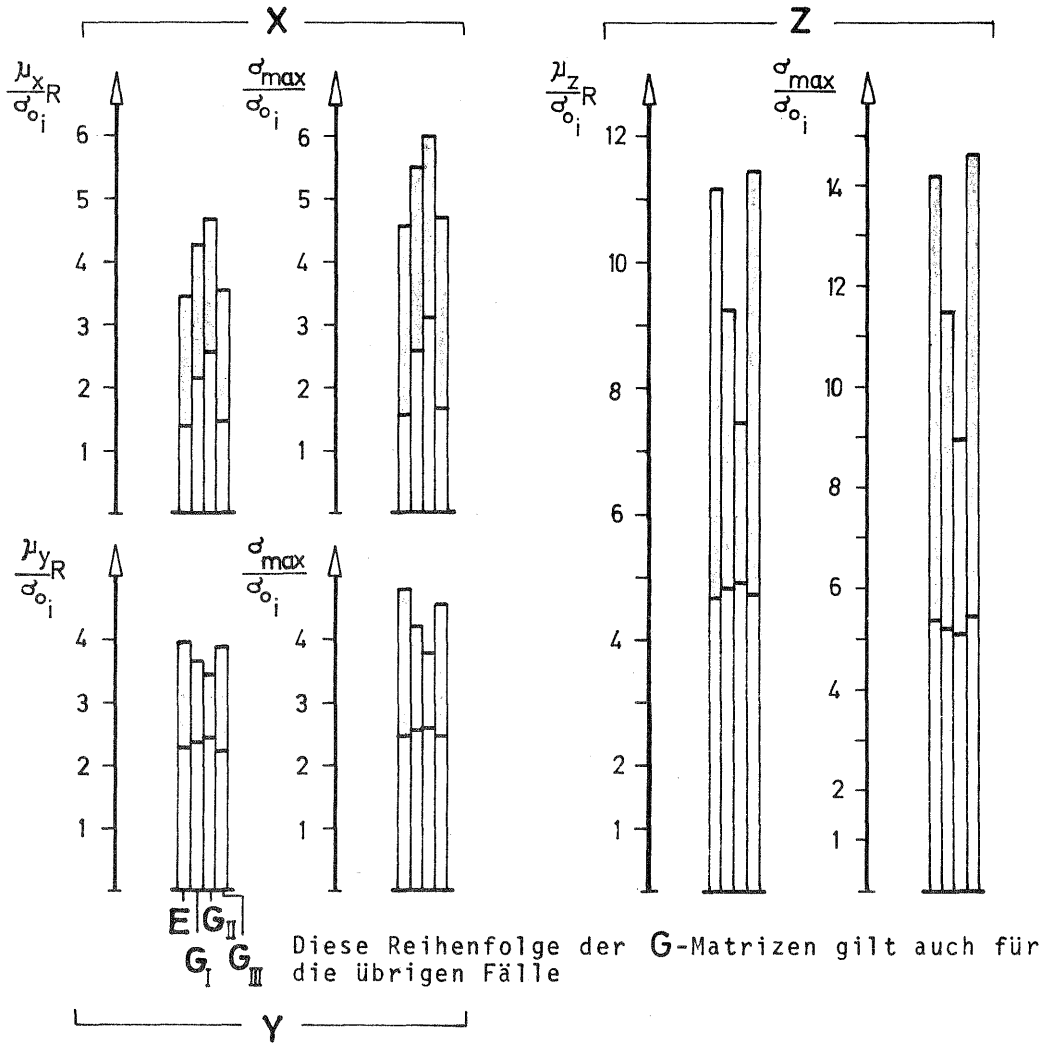


Abb. 31: Gegenüberstellung der quadratischen Mittelwerte und der Maximalwerte der mittleren Koordinatenfehler für vier verschiedene Fehlerannahmen im Bild und zwei Triangulationsverfahren

- Direkte Einpassung unabhängiger Modelle (4 P.P.) und
- Tripletstreifen, strenge Streifenausgleichung (6 P.P.)



Anmerkung: Die oberen Begrenzungslinien der schattierten Felder gelten für den Modellstreifen (4 P.P.), die unteren Begrenzungslinien für den Tripletstreifen (6 P.P.)

3.3 Vergleich aller Triangulationsverfahren, die mit zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild berechnet wurden - Genauigkeitsrangfolge, Verhältnis  $\bar{\mu}_x : \bar{\mu}_y : \bar{\mu}_z$ , Verhältnis  $\sigma_{\text{Rand}} : \sigma_{\text{Achse}}$

3.3.1 Rangordnung der Verfahren in Abhängigkeit von den Fehlerannahmen im Bild - Gegenüberstellung der auf das genaueste Verfahren bezogenen prozentualen Abweichungen der quadratischen Mittelwerte

Vergleichende Untersuchungen sollen die Genauigkeitsrangfolge aller untersuchten Verfahren aufzeigen. Aussagen über diese Rangfolge haben aber nur dann einen Sinn, wenn verschiedene Fehlerannahmen im Bild keinen wesentlichen Einfluß ausüben.

Abb. 32, S. 114 zeigt die prozentualen Abweichungen einiger Verfahren, gemessen an dem auf 6 Vollpaßpunkte durch strenge Streifenausgleichung eingepaßten Tripletstreifen. Die Ergebnisse sind für X, Y und Z für je zwei verschiedene Fehlerannahmen zusammengestellt. Die einzelnen Verfahren sind durch kräftige senkrechte Striche auf den Skalen der prozentualen Abweichungen markiert. Die Striche auf den einzelnen Skalen sind für jedes Verfahren getrennt durch dünne Leitlinien miteinander verbunden.

Zunächst findet man in Abb. 32 die Aussagen von 3.2 bestätigt: Die Unterschiede zwischen sehr verschieden genauen Verfahren erscheinen umso geringer, je stärker die Bildkoordinaten korreliert sind (vgl. Ergebnisse  $G_I$  mit  $E$ ). Die Frage der Rangordnung läßt sich leicht klären, wenn man in Abb. 32 die Leitlinien für die einzelnen Verfahren zwischen den %-Skalen für X bzw. Y bzw. Z betrachtet. Kreuzen sich die Leitlinien zweier Verfahren im Bereich zwischen den Prozentskalen X oder Y oder Z, dann heißt dies, daß die Rangfolge dieser Verfahren für korrelierte Bildkoordinaten vertauscht ist. Man erkennt, daß sich bei allen drei Koordinaten einzelne Leitlinien kreuzen. Die Rangfolge ändert sich also für verschiedene Fehleransätze. Immerhin bleibt die Rangfolge der meisten Verfahren erhalten, wenn gleich sich die Genauigkeitsunterschiede benachbarter Verfahren ändern (vgl. Frage b, V, 3.1, S. 106).

Die Abbildung macht die Grenzen vergleichender Untersuchungen deutlich: Weder die Genauigkeitsrangfolge noch die Genauigkeitsunterschiede verschiedener Verfahren sind invariant gegenüber den Genauigkeitseigenschaften der Bildkoordinaten. Es erscheint deshalb gewagt, Aussagen aufgrund nur einer Fehlerannahme im Bild zu machen. Aber auch bei verschiedenen Genauigkeitsannahmen im Bild bleiben vergleichende Aussagen mit einiger Unsicherheit behaftet.

3.3.2 Gegenüberstellung der quadratischen Mittelwerte der mittleren Koordinatenfehler in X, Y und Z für einige Triangulationsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild

Abb. 33, S. 115 zeigt, daß das Verhältnis der mittleren Koordinatenfehler in X, Y und Z für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild bei den einzelnen Verfahren nicht konstant bleibt. Die Leitlinien für X, Y und Z zwischen den einzelnen Verfahren zeigen zwar bis auf kleine Nuancen die gleiche Form. Das heißt: Die Unterschiede in den X- (bzw. Y- bzw. Z-)Koordinaten zwischen den einzelnen Verfahren erscheinen für beide Fehleransätze ( $E$  und  $G_I$ ) fast gleich, jedoch wechselt das

Verhältnis  $\bar{\mu}_x : \bar{\mu}_y : \bar{\mu}_z$  von Fall zu Fall; Aussagen über das Genauigkeitsverhältnis der drei Koordinaten bleiben deshalb aus den weiteren Untersuchungen ausgeklammert.

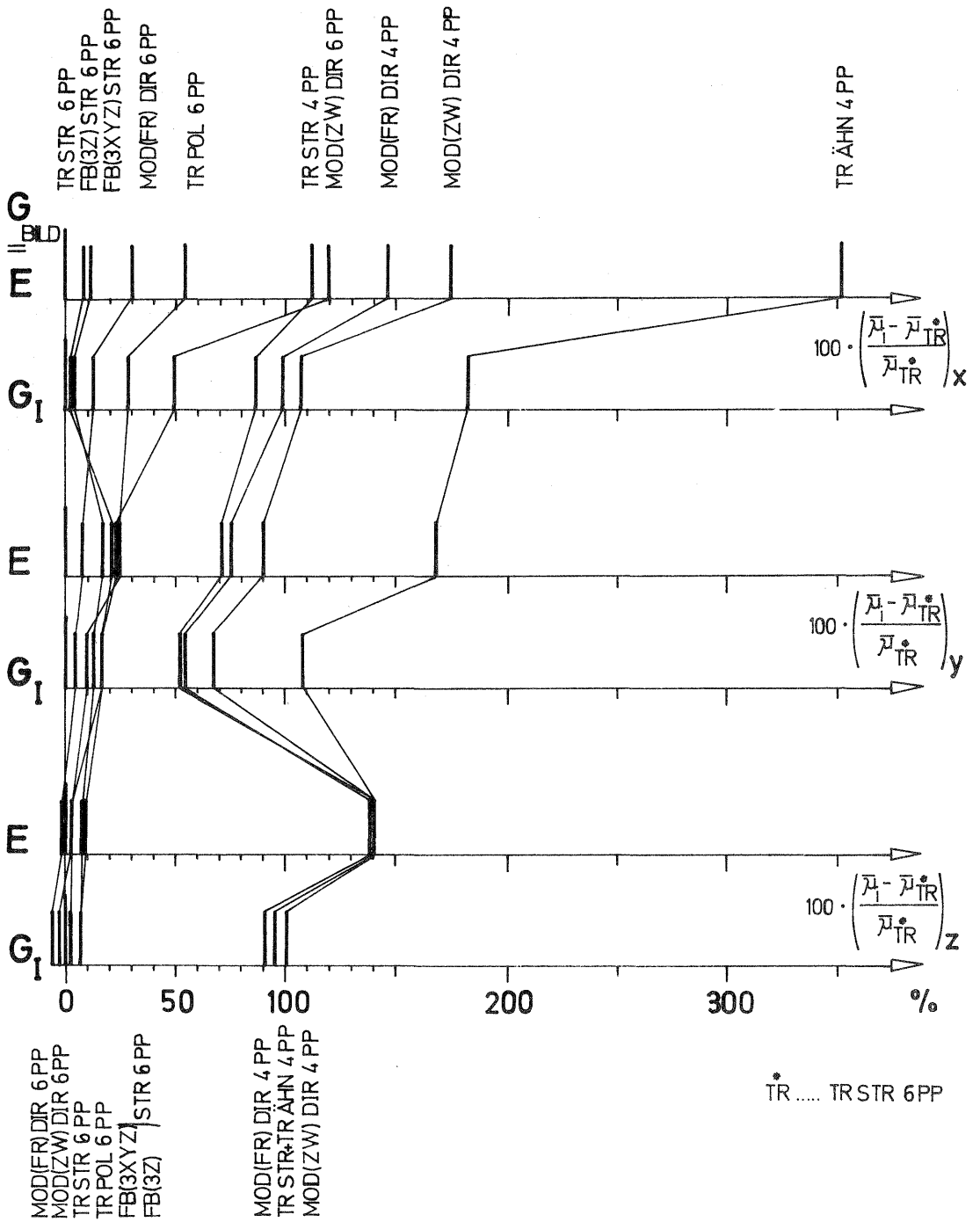
### 3.3.3 Gegenüberstellung der Genauigkeitsunterschiede zwischen Punkten am Streifenrand und Punkten in Streifenachse für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild

Für die Unterschiede zwischen Randpunkten und Achspunkten genügt es, die Punkte im Grenzbereich zwischen dem zweiten und dritten Modell als repräsentativ anzusehen (siehe  $\frac{X}{B} = 2$  in Abb. 35, S. 121). Abb. 34, S. 116 zeigt die prozentualen Abweichungen zwischen den mittleren Koordinatenfehlern am Streifenrand und denen in Streifenachse, bezogen auf die Streifenachse ( $\sigma$ -Achspunkt = 100 %). Die Ergebnisse sind zum Teil stark überhöht dargestellt (Zählung der prozentualen Abweichungen bezogen auf den 100 %-Strich der Streifenachse).

Die Abb. 34, S. 116 zeigt, daß die Genauigkeitsunterschiede zwischen Rand und Achse für die einzelnen Koordinaten von Verfahren zu Verfahren bei beiden Fehlerannahmen ( $E$  bzw.  $G_I$ ) die gleiche Tendenz haben (gedachte Verbindungslinien über die Randpunkte ähnlich geformt). Aus der Abbildung geht jedoch deutlich hervor, daß die Unterschiede zwischen Rand und Achse sehr stark vom Fehleransatz im Bild abhängen. So sind in X die Unterschiede für  $G_{BILD} = E$  wesentlich größer als für  $G_{BILD} = G_I$  (korrelierte Bildkoordinaten), bei Y und Z ist es umgekehrt. Die Frage der Genauigkeitsunterschiede zwischen Rand- und Achspunkten sei im folgenden pauschalen Ergebnis zusammengefaßt (vgl. Abb. 34, S. 116): Die mittleren Koordinatenfehler der Randpunkte sind stets größer als diejenigen der Achspunkte, sie übersteigen die Fehler der Achspunkte je nach Verfahren und stochastischen Voraussetzungen (im Bild) in X um ca. 5 - 20 %, in Y um 25 - 60 % und in Z um 5 - 10 %. Weitere Untersuchungen zu diesem Fragenkomplex scheinen hier nicht sinnvoll.

Abb. 32: Genauigkeitsunterschiede einiger Triangulationsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild.

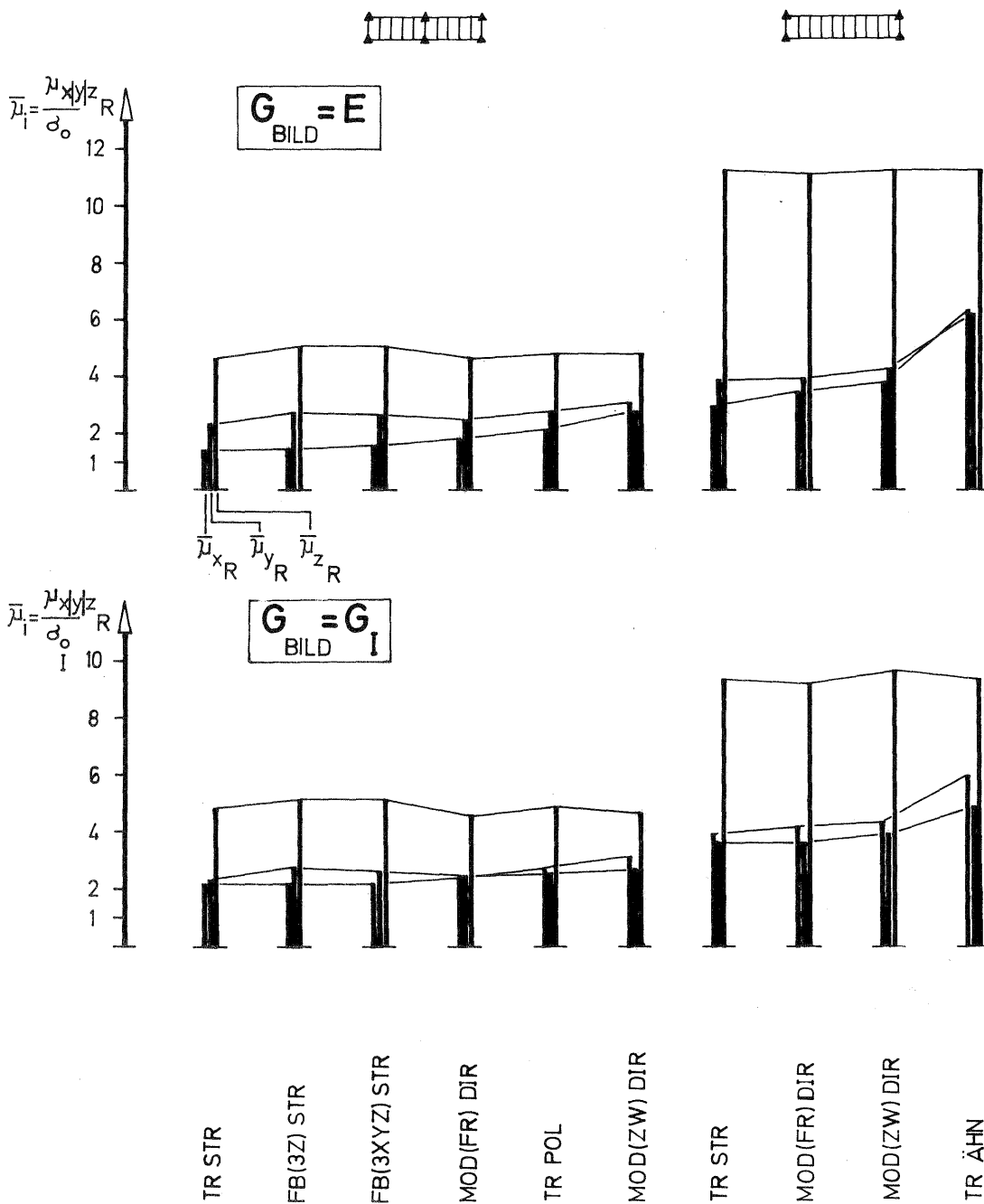
Dargestellt sind die prozentualen Abweichungen gegenüber der strengen Ausgleichung eines Tripletstreifens auf 6 Vollpaßpunkte (Triplet praktisch gleich Bündel (siehe Tabelle 24, Seite 140)).



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

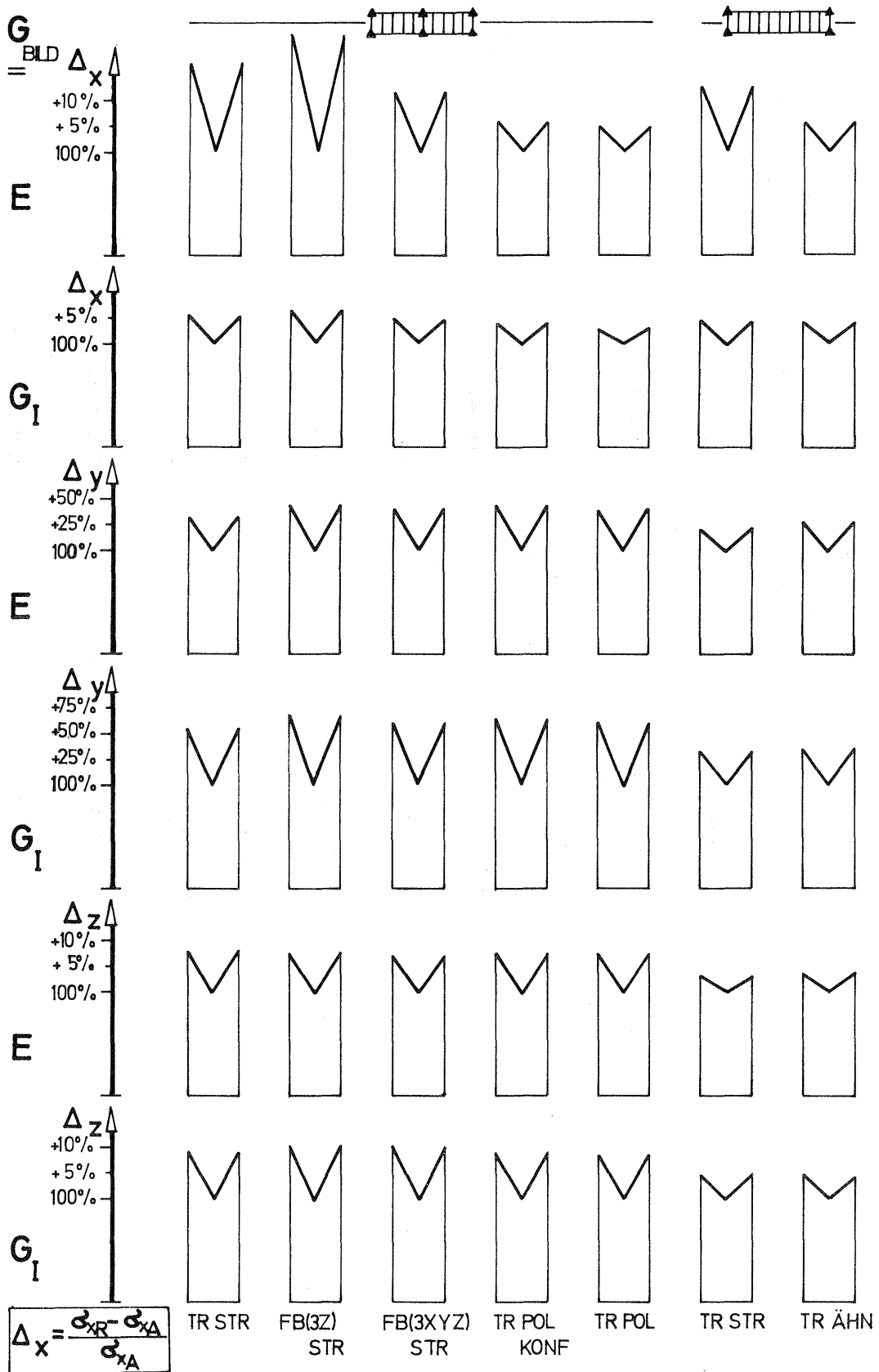
Abb. 33 : Gegenüberstellung der quadratischen Mittelwerte der Koordinatenfehler in x, y und z für verschiedene Triangulationsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild.

R - Randpunkte



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 34: Gegenüberstellung der prozentualen Unterschiede  
Streifenrand - Streifenachse für verschiedene Triangulationsverfahren  
 bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107



3.4 Vergleich mittlerer Koordinatenfehler längs des Gesamtstreifens für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild

3.4.1 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler verschiedener Streifen- ausgleichungsverfahren nach Streifen Aufbau mit Triplets für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild

Die Abbildungen 35, 36 und 37 auf den Seiten 121, 122 und 123 zeigen die mittleren Koordinatenfehler eines Tripletstreifens, der unter zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild durch verschiedene Streifen ausgleichungsverfahren auf 4 und 6 Vollpaßpunkte eingepaßt wurde. Es sind die mittleren Koordinatenfehler für Rand- (durchgezogene Linien) und Achspunkte (strichpunktierte Linien) dargestellt. Aus den Abbildungen ist zu entnehmen, daß die Genauigkeitsunterschiede zwischen den Verfahren ganz allgemein für korrelierte Bildkoordinaten ( $G_{\text{BILD}} = G_{\text{I}}$ ) geringer sind als für unkorrelierte ( $G_{\text{BILD}} = E$ ) (vgl. 3.2, S. 108 ff). Im übrigen zeigt der Kurvenverlauf aber kaum bemerkenswerte Unterschiede; die prinzipielle Genauigkeitsverteilung erscheint sehr gleichartig.

Die folgenden Tabellen 18 und 19 sollen die Genauigkeitsunterschiede zahlenmäßig veranschaulichen:

TABELLE 18

Prozentualer Unterschied $p = 100 \frac{\mu_{\text{POL}} - \mu_{\text{STR}}}{\mu_{\text{STR}}} \%$ zwischen der Aus- gleichung mit <u>Polynomen 2. Grades</u> und der <u>strengen Streifen ausgleichung</u> nach Ackermann ( Tripletstreifen auf 6 Vollpaßpunkte eingepaßt )				
Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten				
	$G_{\text{Bild}} = E$		$G_{\text{Bild}} = G_{\text{I}}$ siehe Seite 78	
	Randpunkte	Achspunkte	Randpunkte	Achspunkte
X	54 %	55 %	28 %	31 %
Y	24 %	7 %	10 %	0 %
Z	2,5%	2 %	2 %	1,8 %
Strenge Streifen ausgleichung um $p$ % genauer als Polynom ausglei- chung 2. Grades (siehe auch Tabelle 22, Seite 128).				

Man erkennt die Unsicherheit der Angaben über Genauigkeitsunterschiede. Je nach Ansatz der Fehlereigenschaften im Bild schwanken sie für X und Y etwa um den Faktor 2.

Die Unterschiede in der Genauigkeit der beiden Polynomansätze (konform und nicht konform) sind sehr gering (für die Randpunkte ergeben sich aufgrund der Paßpunktanordnung identische Ergebnisse): Die X-Koordinaten in der Achse werden beim üblichen Polynomansatz um 0,3 bzw. 0 % genauer erhalten ( $E$  bzw.  $G_{\text{I}}$ ) als beim konformen Ansatz, die Y-Koordinaten sind dagegen beim konformen Ansatz um 3,4 bzw. 2,5 % genauer als beim üblichen Ansatz ( $E$  bzw.  $G_{\text{I}}$ ). Von der Genauigkeit her sind also beide Polynomansätze praktisch als gleichwertig zu betrachten.

Tabelle 19 gibt ein Bild vom Genauigkeitsunterschied zwischen der räumlichen Ähnlichkeitstransformation und der strengen Streifen-ausgleichung:

TABELLE 19

Prozentualer Unterschied $p = 100 \cdot \frac{\mu_{\text{AHN}} - \mu_{\text{STR}}}{\mu_{\text{STR}}}$ % zwischen der <u>räumlichen Ähnlichkeitstransformation</u> und der <u>strengen Streifen-ausgleichung</u> nach Ackermann ( Tripletstreifen auf 4 Vollpaßpunkte eingepaßt )				
Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten				
$G_{\text{Bild}} = E$			$G_{\text{Bild}} = G_I$ siehe Seite 78	
	Randpunkte	Achspunkte	Randpunkte	Achspunkte
X	112 %	115 %	51 %	51 %
Y	55 %	52 %	37 %	36 %
Z	0 %	0 %	0 %	0 %
Strenge Streifenausgleichung um p % genauer als räumliche Ähnlichkeitstransformation				

Das zur vorigen Tabelle S. 117 Gesagte gilt entsprechend: Die Aussagen über Genauigkeitsunterschiede hängen stark von den im Bild zugrundegelegten Fehlereigenschaften ab. (Weitere Untersuchungen über die Streifen-ausgleichungsverfahren siehe V, 4.1, S. 128).

3.4.2 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler zweier Versionen der Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild

In Abb. 38, S. 124 sind die mittleren Koordinatenfehler für die beiden untersuchten Versionen der Triangulation mit unabhängigen Modellen dargestellt. Bei der Beschreibung der Verfahren (vgl. II, 2.2, S. 39) wurde erwähnt, daß Zwang in den Projektionszentren die Klaffungen in den Modellraum verdrängt. Die Ergebnisse in Abb. 38 zeigen, daß die Version der unabhängigen Modelle mit freigelassenen Projektionszentren in allen Fällen (auch für beide Fehlerannahmen im Bild) genauere Koordinaten liefert als die zweite Version, die mit Zwangsanschluß in den Projektionszentren arbeitet. Tabelle 20 zeigt die prozentualen Abweichungen der beiden Verfahren.

TABELLE 20

Prozentuale Abweichung $p = 100 \cdot \frac{\mu_{R_{ZW}} - \mu_{R_{FR}}}{\mu_{R_{FR}}}$ % zwischen direkter Ausgleichung <u>unabhängiger Modelle</u> mit Zwangsanschluß in den Pro- jektionszentren und mit freien Projektionszentren		
$G_{Bild} = E$		$G_{Bild} = G_I$ siehe Seite 78
- Ausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte -		
X	68,9 %	32,3 %
Y	14,0 %	10,4 %
Z	3,8 %	2,8 %
- Ausgleichung auf 4 Vollpaßpunkte -		
X	11,3 %	4,7 %
Y	8,2 %	8,2 %
Z	0,9 %	5,1 %
Modellanschluß mit freien Projektionszentren um p % genauer als mit Zwangsanschluß in den Projektionszentren		

Auch zeigt sich, daß die Genauigkeitsunterschiede bis auf eine Ausnahme (Z 4 PP) für korrelierte Bildkoordinaten geringer sind als für unkorrelierte (vgl. die vorigen Abschnitte).

Insgesamt kann über die beiden Versionen der Triangulation mit unabhängigen Modellen gesagt werden: Vom Standpunkt der Rechentechnik sind beide Verfahren nahezu gleichwertig, von der Genauigkeit her ist das Verfahren mit freien Projektionszentren vorzuziehen.

### 3.4.3 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler dreier Aeropolygonverfahren nach strenger Streifenausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte für zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild

Unter den Aeropolygonverfahren interessieren insbesondere das Tripletverfahren und die Folgebildanschlüsse mit vollem Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten bzw. mit Anschluß an die Höhen dreier Übertragungspunkte. Um die Genauigkeitsunterschiede zwischen diesen drei Verfahren möglichst zuverlässig ermitteln zu können, werden die Verfahren ebenfalls aufgrund zweier Fehlerannahmen verglichen. Abb. 40, S. 126 zeigt die mittleren Koordinatenfehler für die drei Koordinatenrichtungen und die beiden Fehlerannahmen ( $E$  bzw.  $G_I$ ).

Die Diagramme für Y und Z zeigen kaum Unterschiede für die beiden Fehlerannahmen, dagegen liegen die drei Verfahren in den X-Koordinaten für korrelierte Bildkoordinaten ( $G_I$ ) deutlich enger beieinander als für die unkorrelierten Bildkoordinaten. Insgesamt sind die Unterschiede zwischen den beiden Folgebild-Versionen sehr gering, aber auch die Tripletmethode zeigt, vor allem in X, nur geringfügig bessere Ergebnisse als die Folgebildverfahren. Durch Tabelle 21 seien die Verhältnisse zahlenmäßig verdeutlicht. Es werden die prozentualen Unterschiede der quadratischen Mittelwerte von Koordinatenfehlern mitgeteilt:

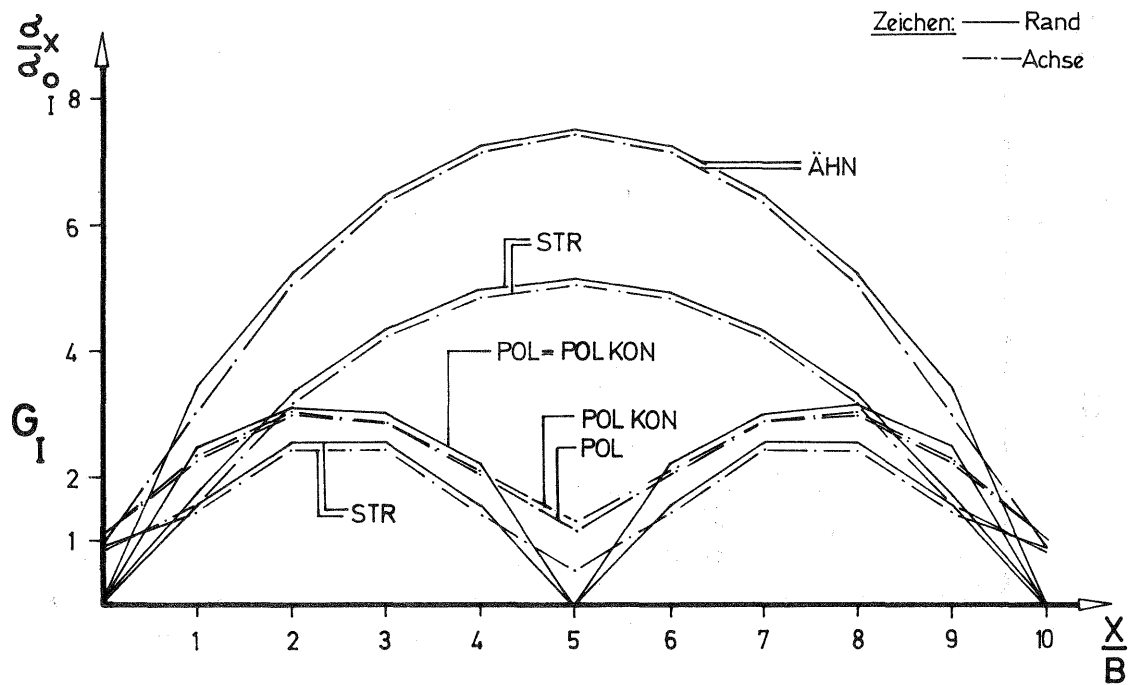
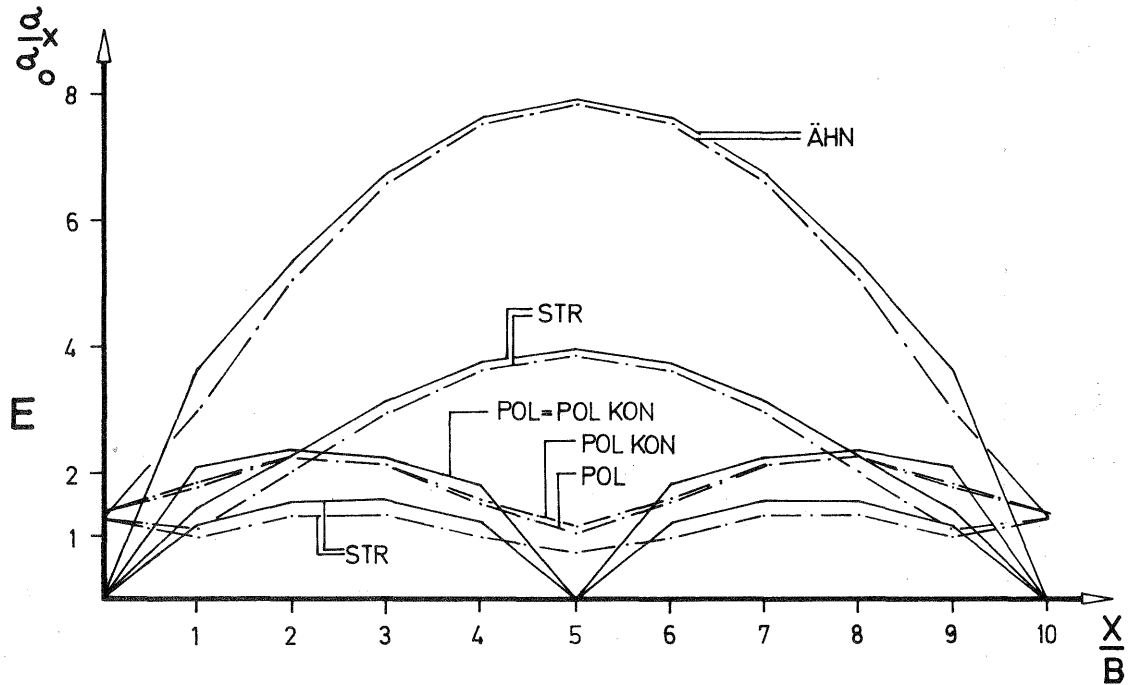
TABELLE 21

Prozentualer Unterschied $p = 100 \cdot \frac{\mu_{FB} - \mu_{TR}}{\mu_{TR}} \%$ zwischen den beiden Versionen FB (3XYZ) bzw. FB (3Z) des <u>Folgebildanschlusses</u> (vgl. Tafel 9, S. 107) und der <u>Tripletmethode</u> (Triplet = 100 %) - Strenge Streifenausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte -								
Gewichtskoeffizientenmatrix der Bildkoordinaten								
$G_{Bild} = E$				$G_{Bild} = G_I$ s.S. 78				
	FB(3XYZ)		FB(3Z)		FB(3XYZ)		FB(3Z)	
	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse
X	11,3 %	17,2 %	8,3 %	3,3 %	3,0 %	3,7 %	2,4 %	0,6 %
Y	17,0 %	12,8 %	21,0 %	10,6 %	13,3 %	13,0 %	16,0 %	10,6 %
Z	8,0 %	9,4 %	8,6 %	9,4 %	7,4 %	4,9 %	6,8 %	4,9 %
Tripletmethode um p % genauer als Methoden des Folgebildanschlusses								

Auch hier erhält man für korrelierte Bildkoordinaten geringere Genauigkeitsunterschiede zwischen den Verfahren als für unkorrelierte Bildkoordinaten.

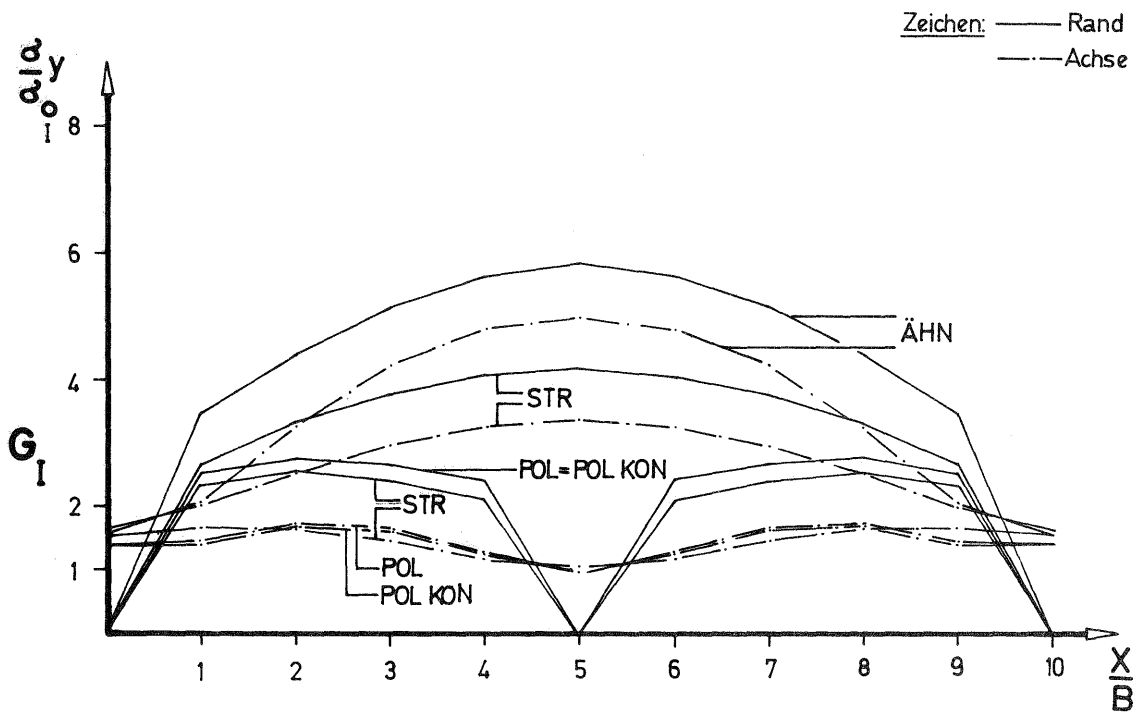
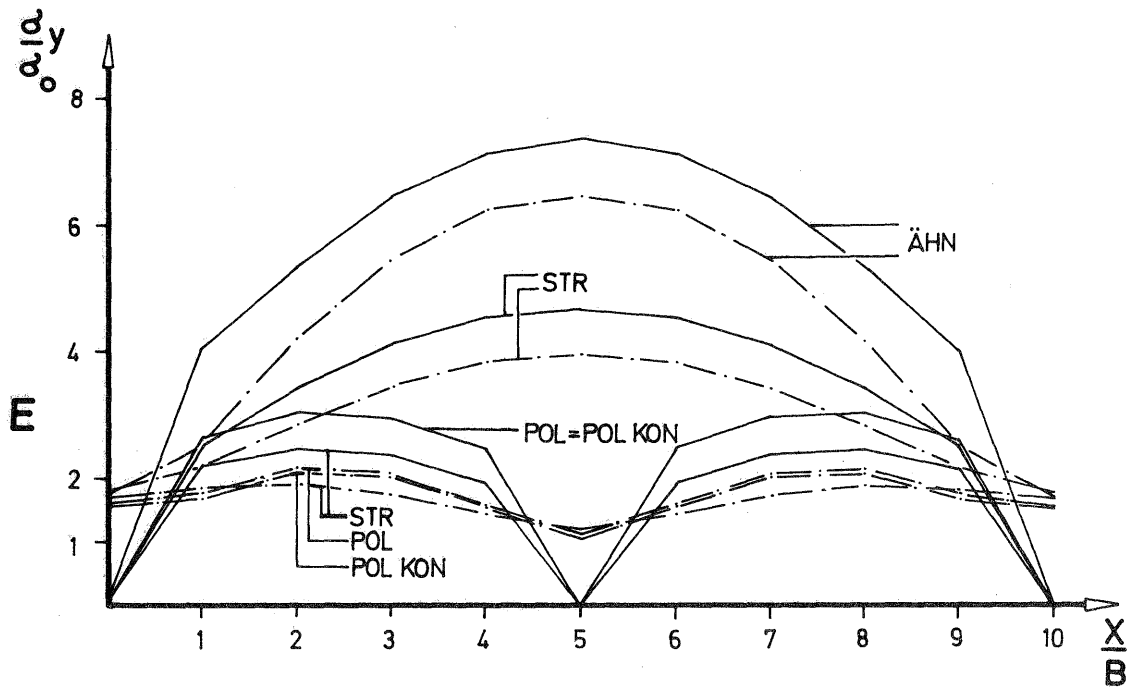
Die Tripletmethode erscheint nach den Ergebnissen unter ( $G_I$ ) den beiden Folgebild-Versionen nur in Y und Z überlegen (auch hier nur in der Größenordnung von 10 %); dagegen sind alle drei Verfahren in X praktisch gleichwertig. Bemerkenswert ist auch, daß der volle Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten zum Teil schlechtere Ergebnisse liefert als der Anschluß über nur drei Höhen. Eine Erklärung dafür ist wohl darin zu suchen, daß der volle Koordinatenanschluß die Modelldeformationen im jeweils vorhergehenden Modell stärker auf den nachfolgenden Streifen überträgt als der Anschluß über die Höhen dreier Punkte (dies findet man in den Ergebnissen der frei triangulierten Streifen, Tabelle 9, S. 92 ebenfalls bestätigt.) - Beim Tripletstreifen erfolgt allerdings auch ein voller Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten, dort sind jedoch die Modelldeformationen durch die Verwendung dreier Bilder stark gemildert, so daß die Tripletmethode beim freien Streifenaufbau fast die Genauigkeit der Bündellösung erreicht (vgl. ebenfalls Tabelle 9, S. 92). In V, 4.2 wird auf die Unterschiede zwischen verschiedenen Streifenbildungsverfahren nochmals eingegangen werden (siehe S.135).

Abb. 35: Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler eines Tripletstreifens für verschiedene Streifenausgleichungsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild.  
 - Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

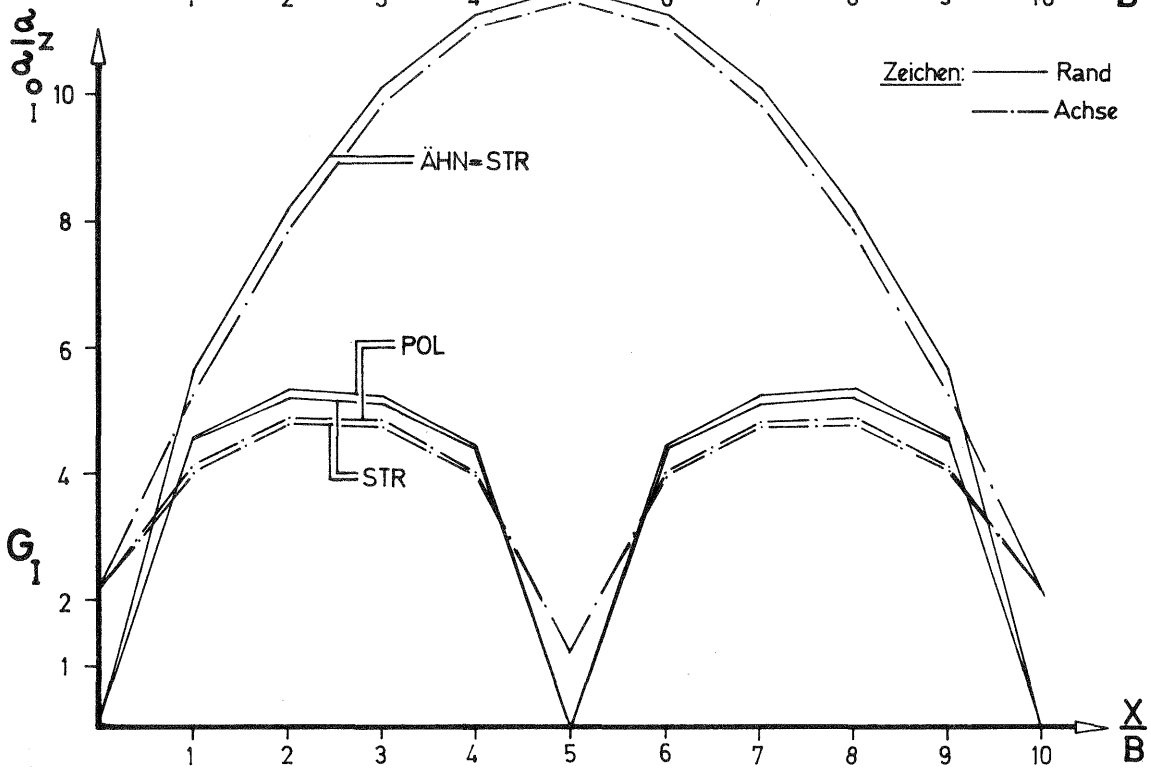
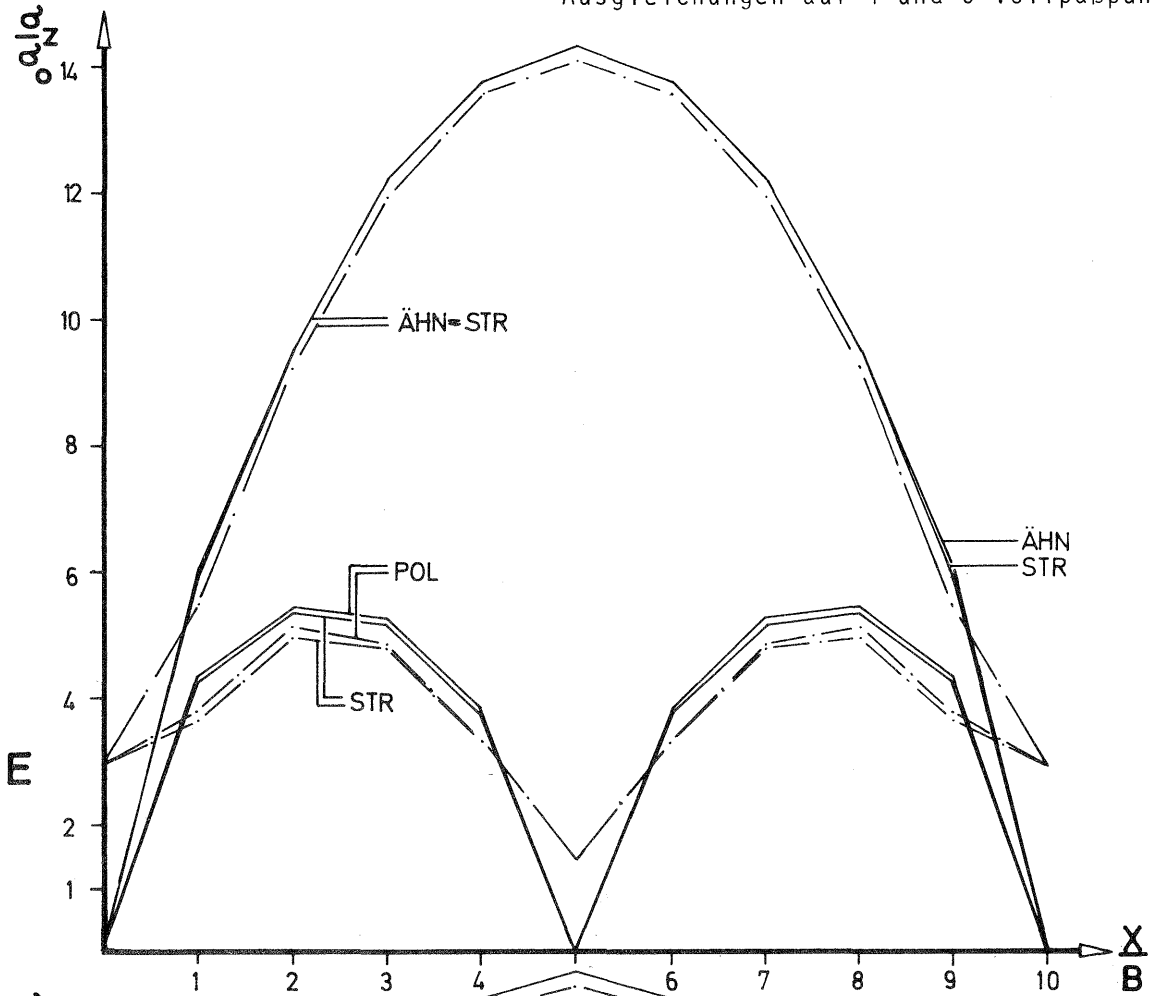
Abb. 36: Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler eines Tripletstreifens für verschiedene Streifenausgleichungsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild.  
 - Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 37: Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler eines Tripletstreifens für verschiedene Streifenausgleichsverfahren bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild

- Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 38: Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für zwei Versionen der Streifenausgleichung mit unabhängigen Modellen bei Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte

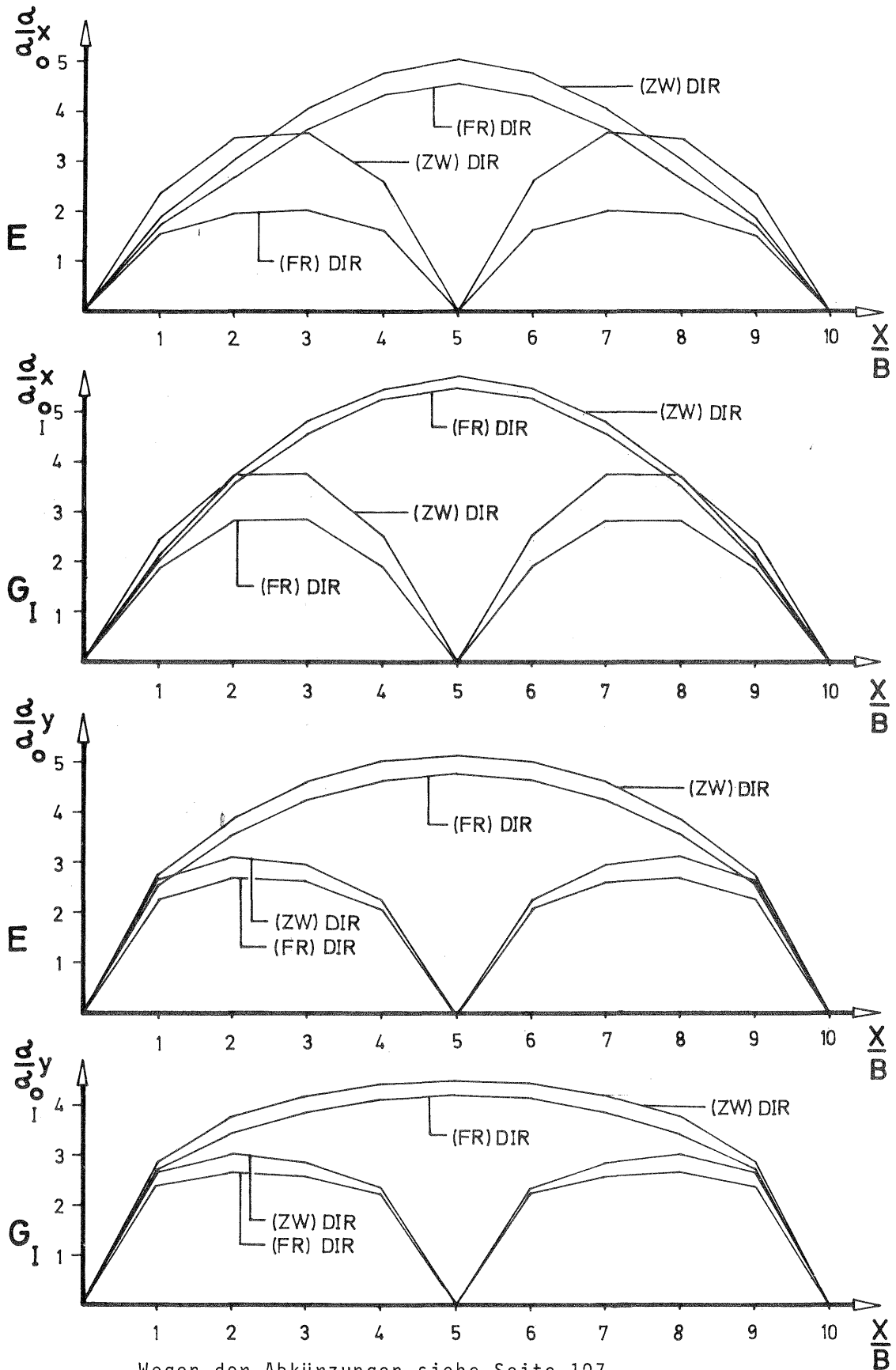
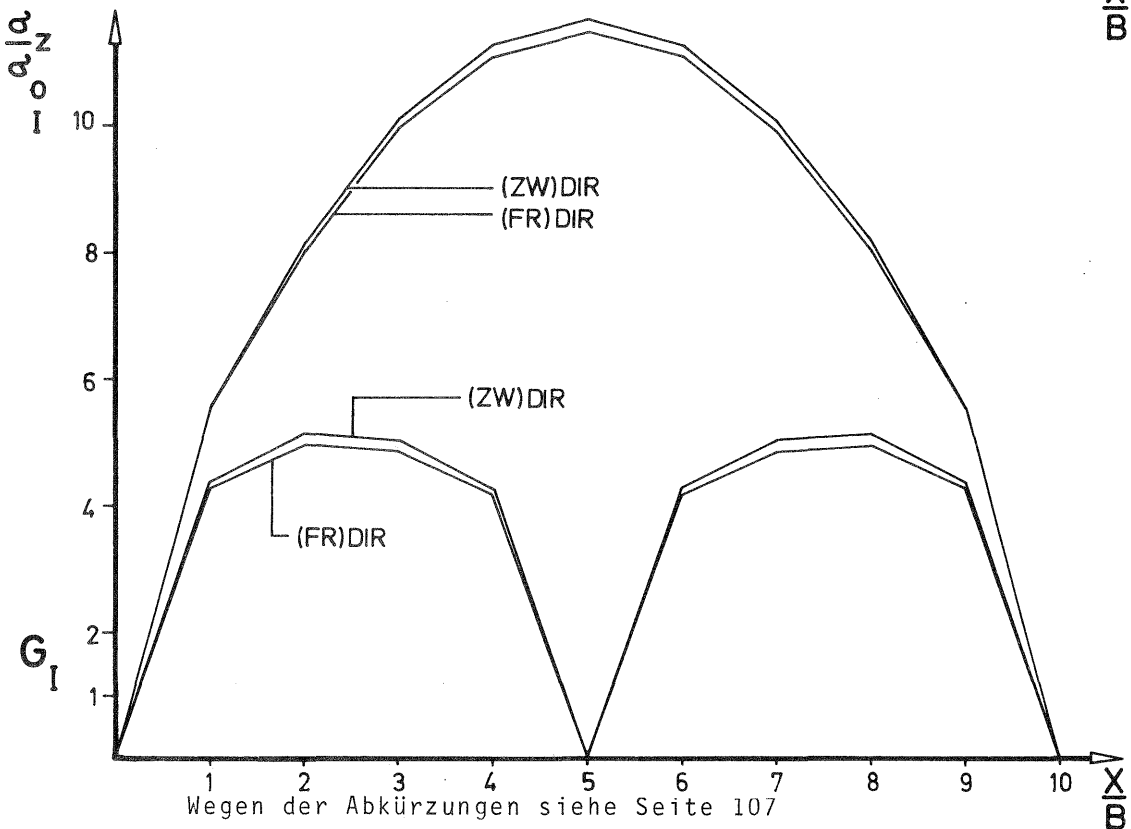
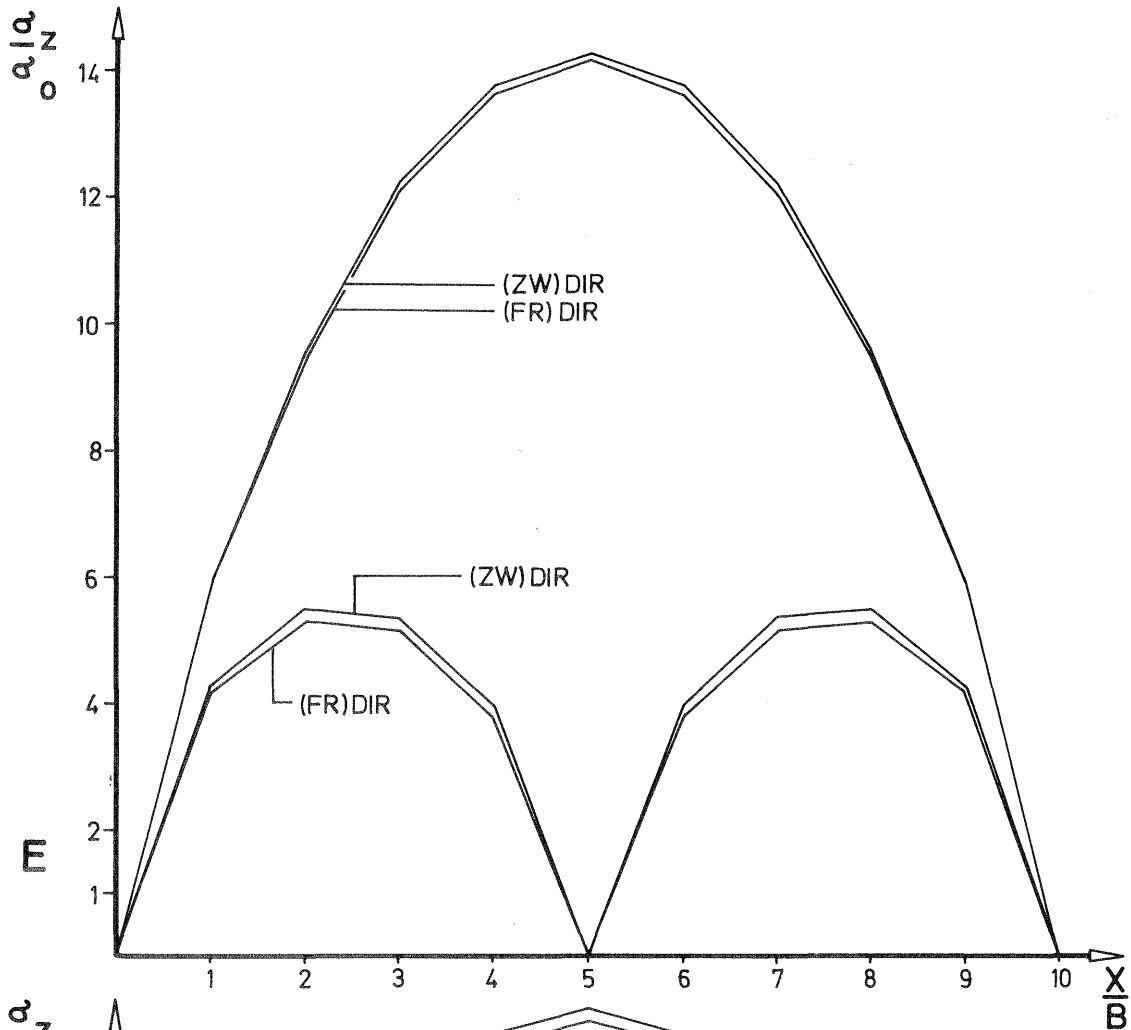


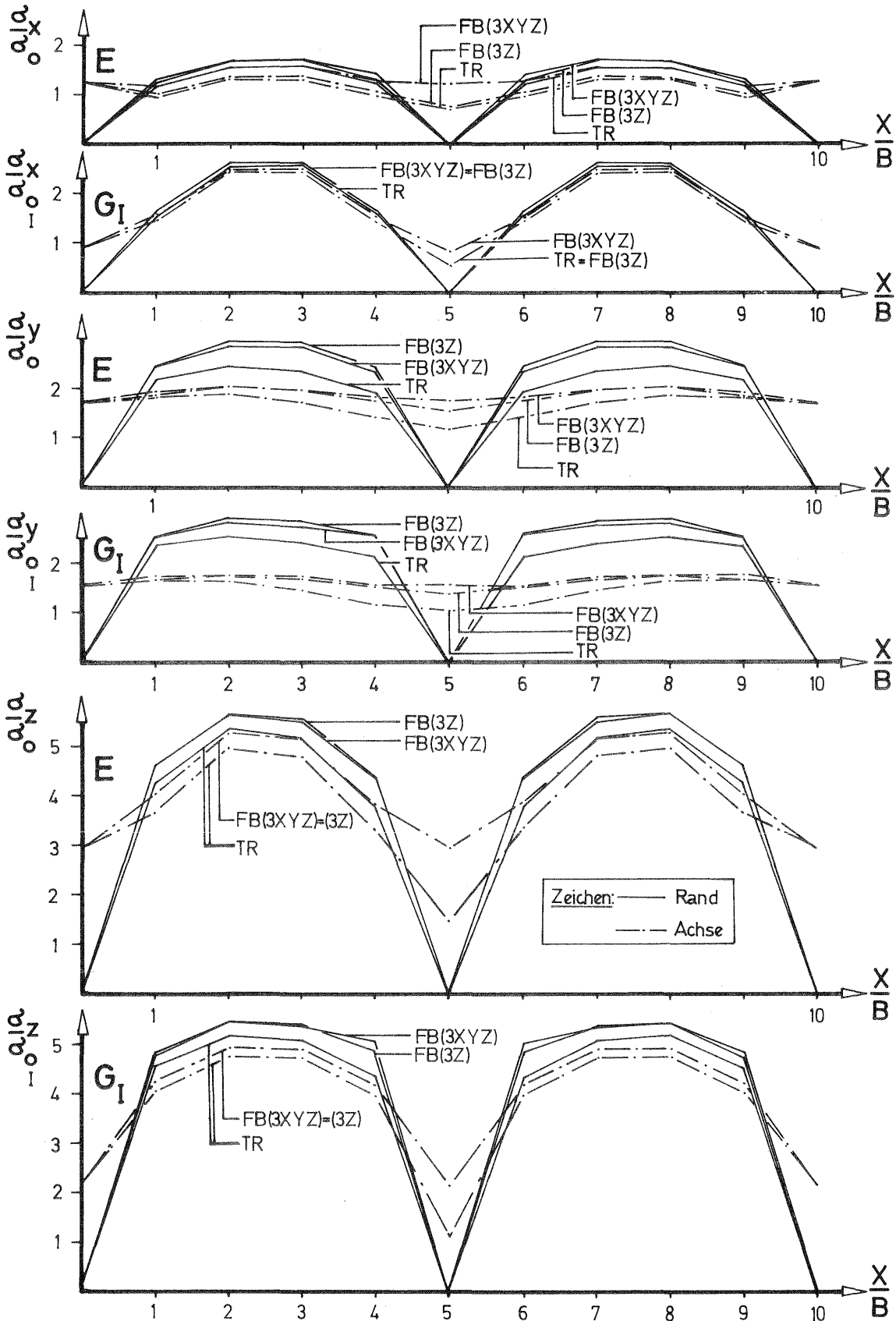


Abb. 39: Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für zwei Versionen der Streifenausgleichung mit unabhängigen Modellen bei Ausgleichen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 40: Nach strenger Streifenausgleichung auf 6 Vollpaßpunkte:  
 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für drei Aeropolygon-  
verfahren mit geringen Genauigkeitsunterschieden  
 - zwei verschiedene Fehlerannahmen im Bild -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

### 3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse aus V, 3. Folgerungen für die weitere Auswertung

Die Ergebnisse in Abschnitt V, 3. haben übereinstimmend gezeigt, daß die Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Triangulationsverfahren sehr stark von den Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten abhängen. Die Unterschiede fallen umso geringer aus, je stärker die Bildkoordinaten korreliert sind.

In 3.3.1 wurde die Genauigkeitsrangfolge verschiedener Verfahren in Abhängigkeit von den Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten untersucht. Es zeigte sich dort, daß die Rangfolge weitgehend erhalten bleibt, wenn statt unkorrelierter korrelierte Bildkoordinaten zugrundegelegt werden. Allerdings ändern sich die Genauigkeitsunterschiede zwischen benachbarten Verfahren teilweise erheblich. Bei Aussagen über Genauigkeitsrangfolgen und -unterschiede zwischen verschiedenen Verfahren ist deshalb Vorsicht geboten.

Die Verhältnisse zwischen den mittleren Koordinatenfehlern in X, Y und Z sowie den Koordinatenfehlern der Rand- und Achspunkte hängen stark von den Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten ab. Da über die wirklichen Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten zu wenig bekannt ist und die allgemeineren Ansätze in dieser Arbeit keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit erheben können, wird von Detailuntersuchungen zu diesen Fragen abgesehen (steht als getrennte Aufgabe zur Erledigung an).

In 3.4 wurden schon einige Streifentriangulationsverfahren miteinander verglichen. Die dortigen Ergebnisse zeigen ebenfalls, daß Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Verfahren stark von den Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten abhängen.

Als Hauptteil der Untersuchung wurde die Genauigkeit aller Triangulationsverfahren auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten ermittelt, nur ein kleiner Teil der Verfahren (siehe V, 3.) wurde mehrfach gerechnet, und zwar für verschiedene Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten. Wenn Genauigkeitsunterschiede zwischen allen Triangulationsverfahren ermittelt werden sollen, mag dies zunächst auf der Grundlage gleich genauer unkorrelierter Bildkoordinaten geschehen. Aus den Erfahrungen in V, 3. ist zu erwarten, daß Genauigkeitsunterschiede höher ausfallen werden als in der praktischen Triangulation, wo man fast stets mit korrelierten Bildkoordinaten zu tun hat. Aufgrund der Doppelergebnisse in V, 3. (siehe Tabellen 18 - 21) kann jedoch grob abgeschätzt werden, welche Genauigkeitsunterschiede für korrelierte Bildkoordinaten zu erwarten sind. Detailuntersuchungen, die feine Nuancen von Genauigkeitsunterschieden erfassen sollen, erscheinen nach den bisherigen Ergebnissen mangels genauer Kenntnis der Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten nicht sinnvoll. Die weiteren Untersuchungen werden deshalb auf wenige charakteristische Aussagen abzielen, die mit dem vorliegenden Datenmaterial auch fundiert werden können und die auch bei korrelierten Bildkoordinaten im wesentlichen erhalten bleiben dürften.

#### 4. Vergleichende Genauigkeitsuntersuchungen auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten

##### 4.1 Ermittlung des Genauigkeitsunterschiedes zwischen verschiedenen Streifen- ausgleichungsverfahren aus den Ausgleichungen von 6 verschiedenen Streifen- bildungsverfahren

In V, 3.4.1 wurden die Genauigkeitsunterschiede schon auf der Grundlage eines Tripletstreifens bei zwei verschiedenen Fehlerannahmen im Bild ermittelt. Die nun folgende Ermittlung aus mehreren Streifenbildungsverfahren soll eine etwaige Abhängigkeit der Genauigkeitsunterschiede zwischen Streifenausgleichungsverfahren von der Art des Streifenaufbaues aufzeigen. In den Abb. 41 - 46 sind für jeweils ein Streifenbildungsverfahren die mittleren Koordinatenfehler dargestellt, die sich nach verschiedenen Streifenausgleichungsverfahren ergeben.

In Tabelle 22 sind die prozentualen Unterschiede zwischen der Polynomausgleichung 2. Grades und der strengen Streifenausgleichung zusammengestellt; die Angaben beziehen sich auf gleich genaue und unkorrelierte Bildkoordinaten.

TABELLE 22

Streifenbildungsverfahren	Prozentuale Unterschiede p s.Seite 105 <u>Polynomausgleichung - str. Streifenausgleichg.</u>					
	Randpunkte			Achspunkte		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Bündellösung	54 %	23 %	3 %	55 %	6 %	2 %
Triplet	54 %	24 %	3 %	55 %	7 %	2 %
Folgebild (3XYZ)	48 %	32 %	2 %	41 %	14 %	2 %
Folgebild (3Z)	49 %	25 %	1 %	51 %	11 %	2 %
Folgebild (Z)	62 %	27 %	3 %	78 %	8 %	2 %
Unabh. Modelle (FR)	52 %	23 %	3 %	—	—	—
Mittel	53 %	26 %	2,5 %	56 %	9 %	2 %
	Strenge Streifenausgleichung um p % ge- nauer als Polynomausgleichung 2. Grades					

Aus der Tabelle ist keine deutlich ausgeprägte Abhängigkeit der Genauigkeitsunterschiede zwischen den Ausgleichungsverfahren von der Art des Streifenaufbaues zu erkennen. Allerdings sind die Unterschiede zwischen Polynomausgleichung und strenger Streifenausgleichung für das ungenaueste Streifenbildungsverfahren, den klassischen Folgebildanschluß, am größten. Im Mittel aus allen Streifenbildungsverfahren liegen die Unterschiede jedoch dicht bei den Ergebnissen für das Triplet (vergleiche hierzu Tabelle 18, S. 117). Man erkennt eine deutliche Überlegenheit der strengen Streifenausgleichung über die Polynomausgleichung 2. Grades.

Abb. 41: BONDEL - STREIFEN  
 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler  
 für verschiedene Streifenausgleichsverfahren  
 - Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -

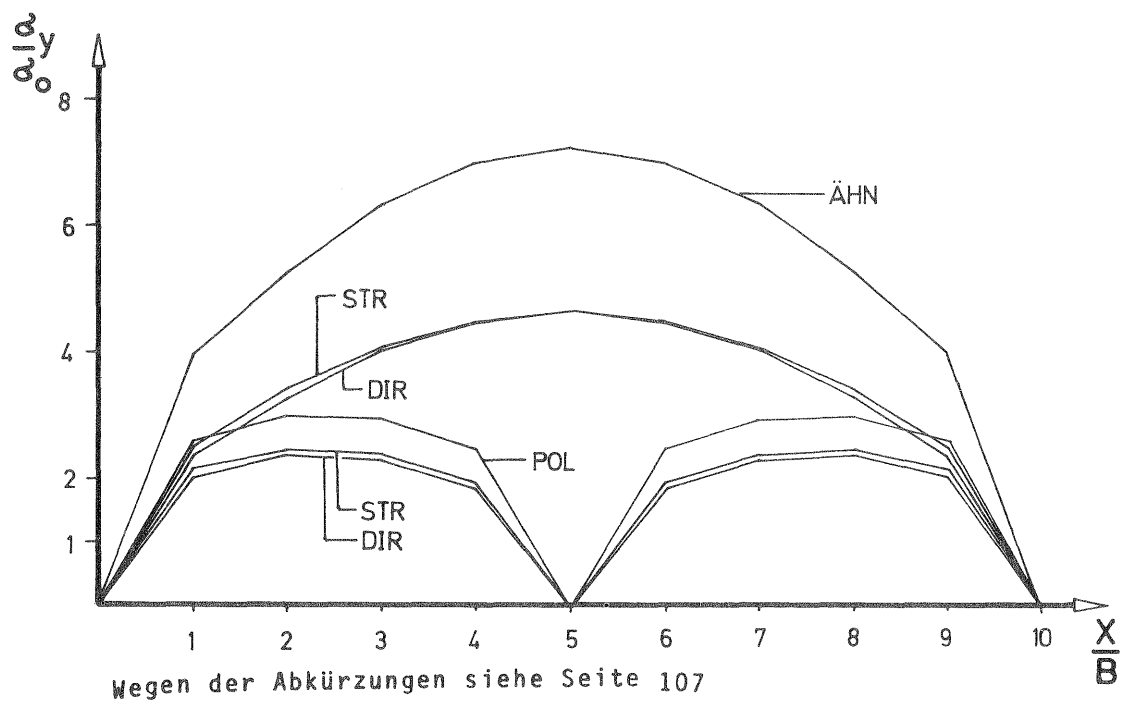
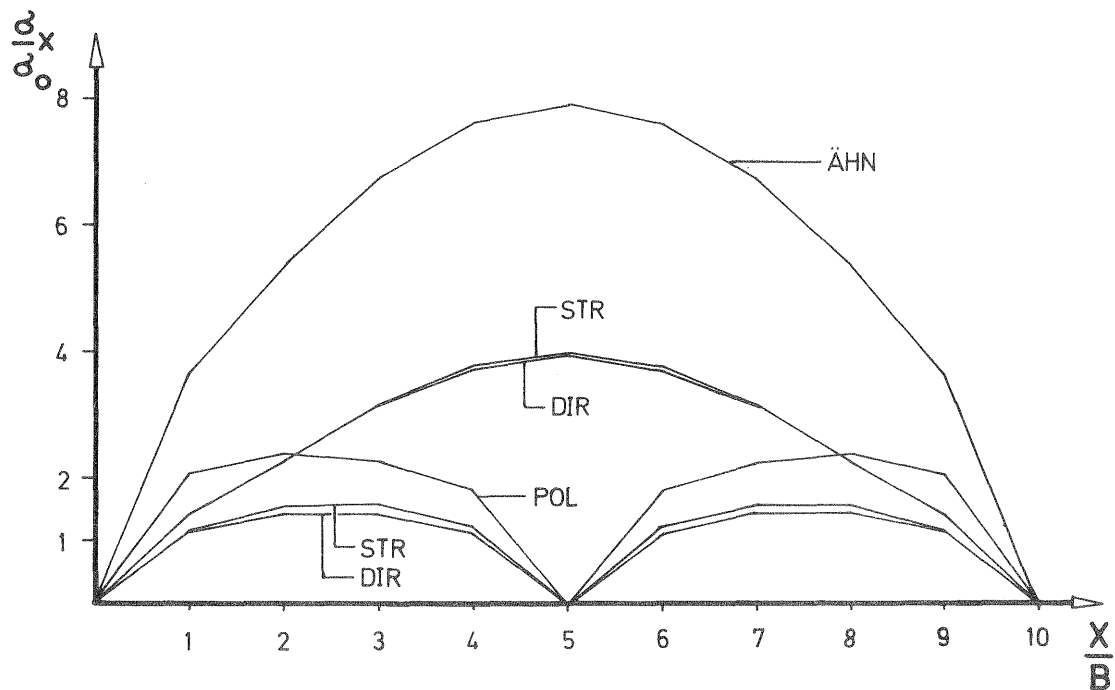
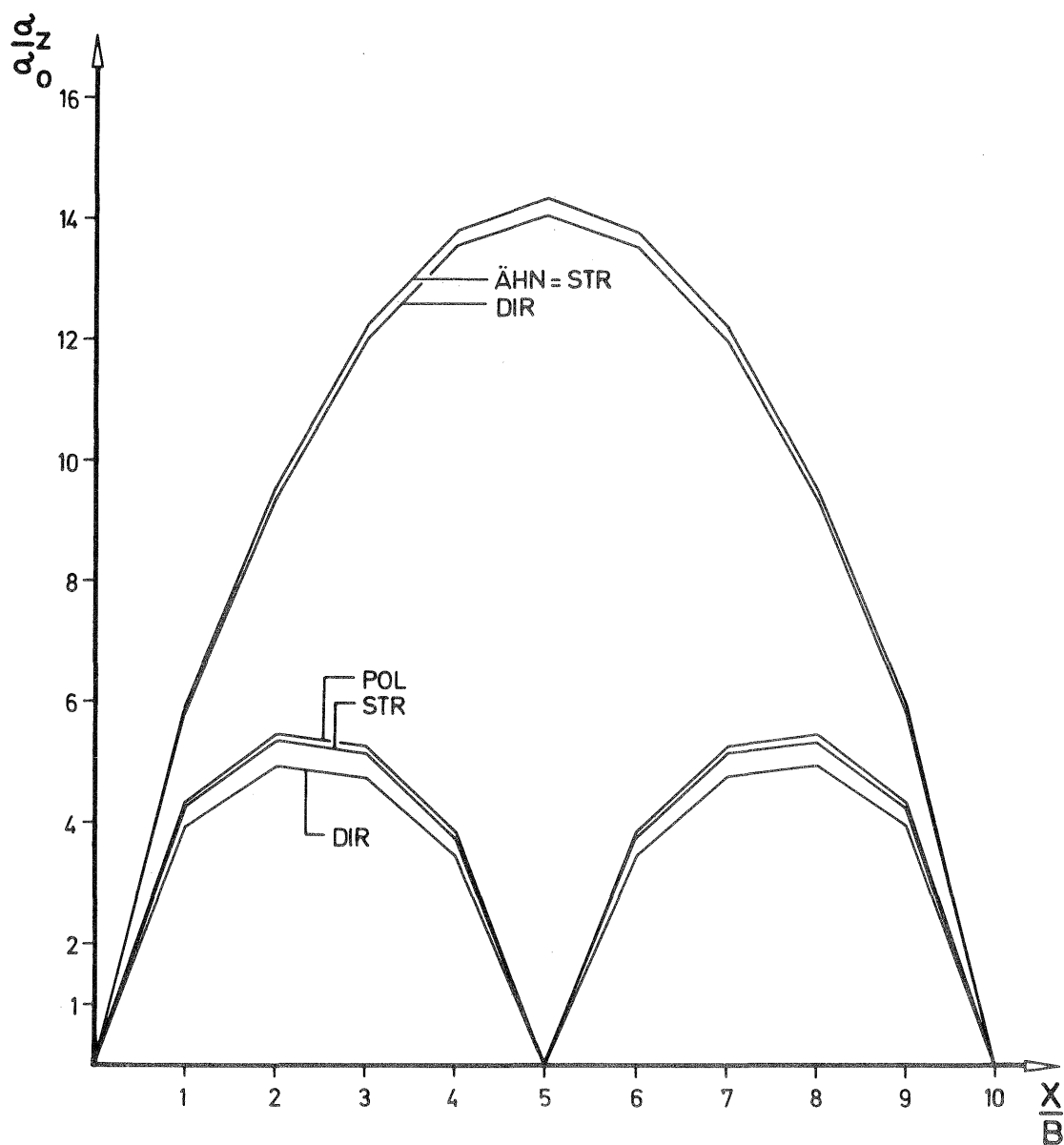


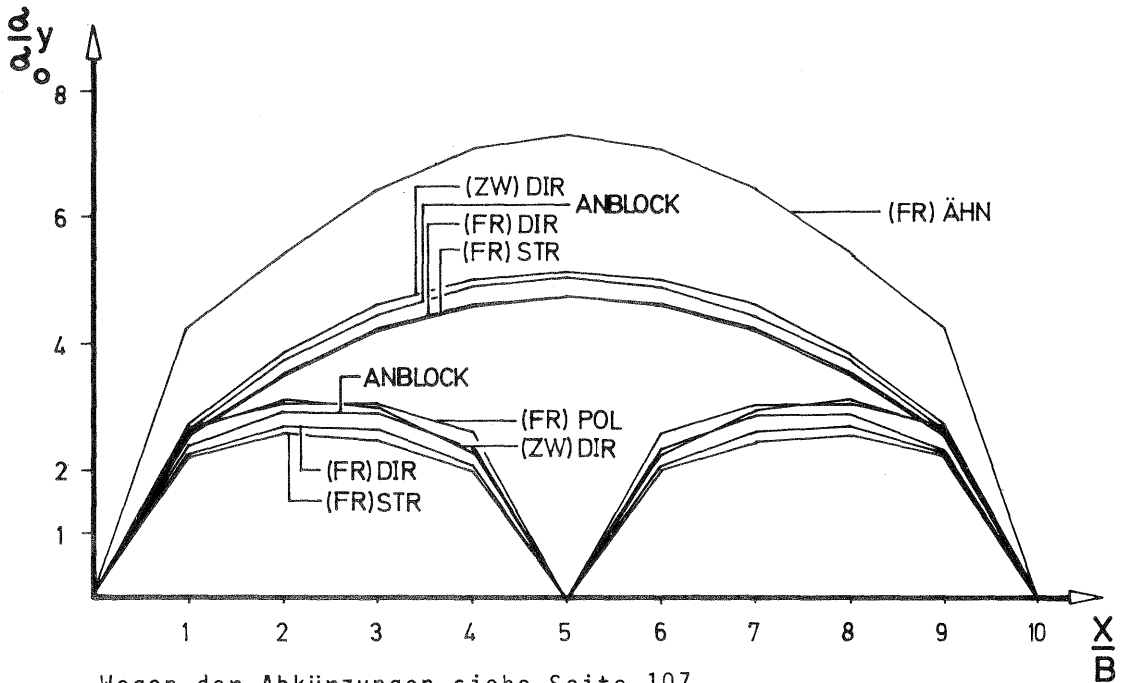
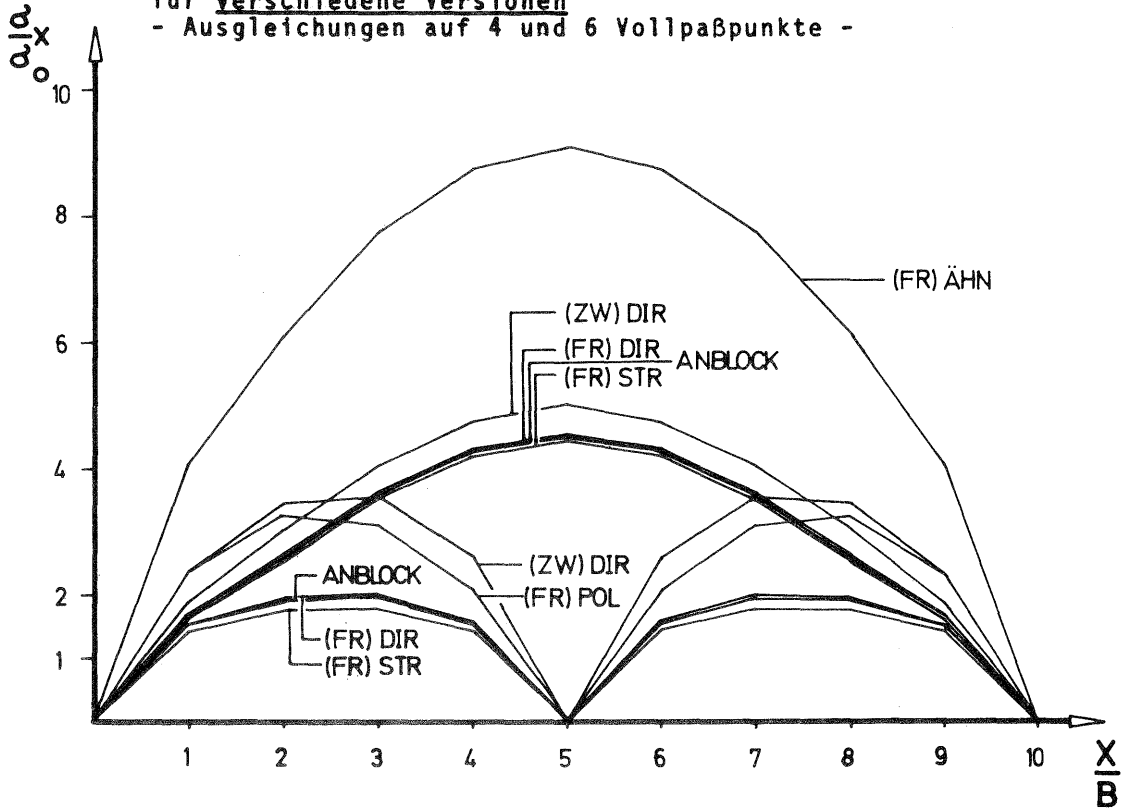
Abb. 42: BÜNDEL - STREIFEN

Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler  
für verschiedene Streifenausgleichungsverfahren  
- Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

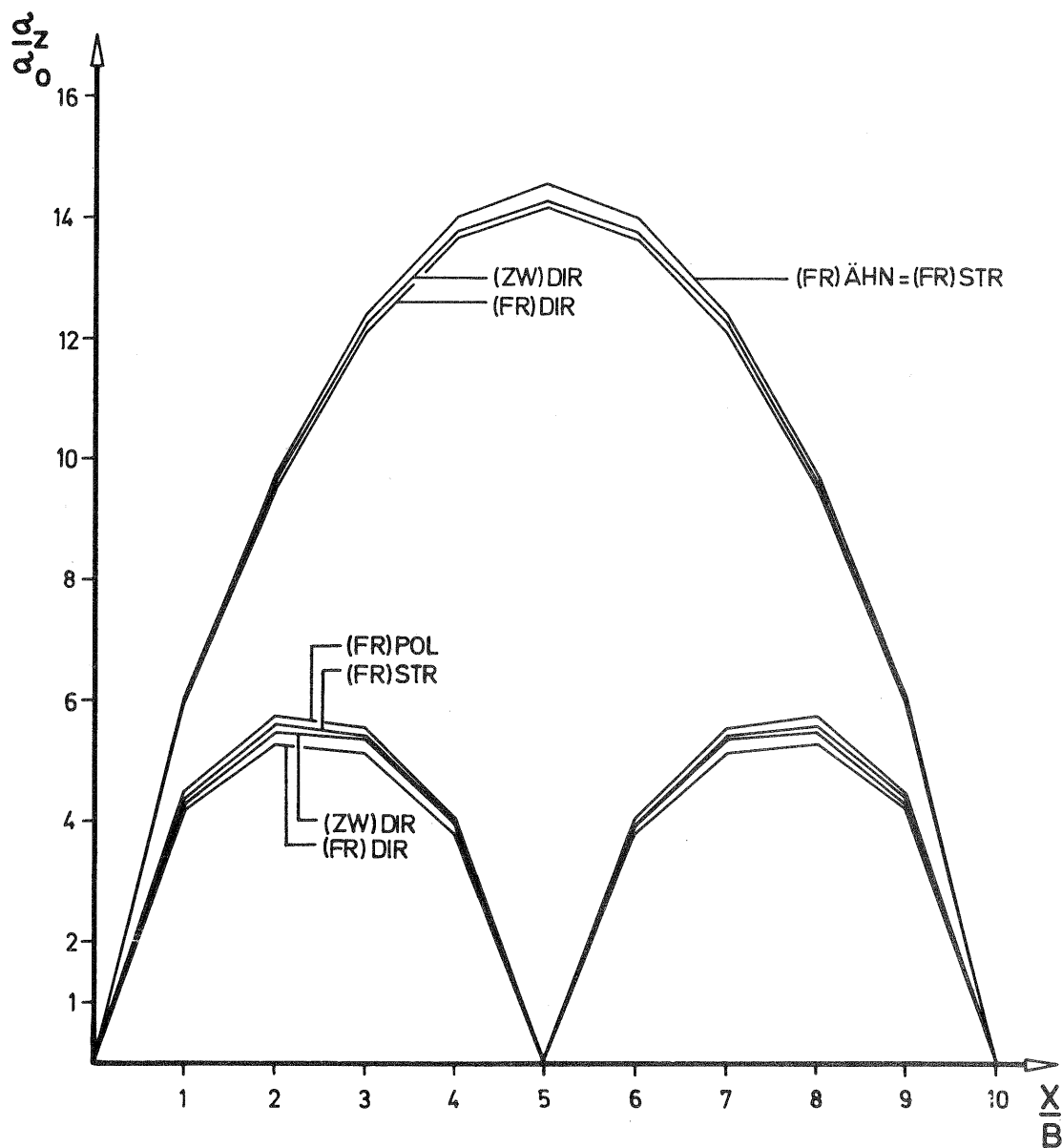
Abb. 43: STREIFENTRIANGULATION MIT UNABHÄNGIGEN MODELLEN  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler  
 für verschiedene Versionen  
 - Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 44: STREIFENTRIANGULATION MIT UNABHÄNGIGEN MODELLEN  
 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für  
verschiedene Versionen

- Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -

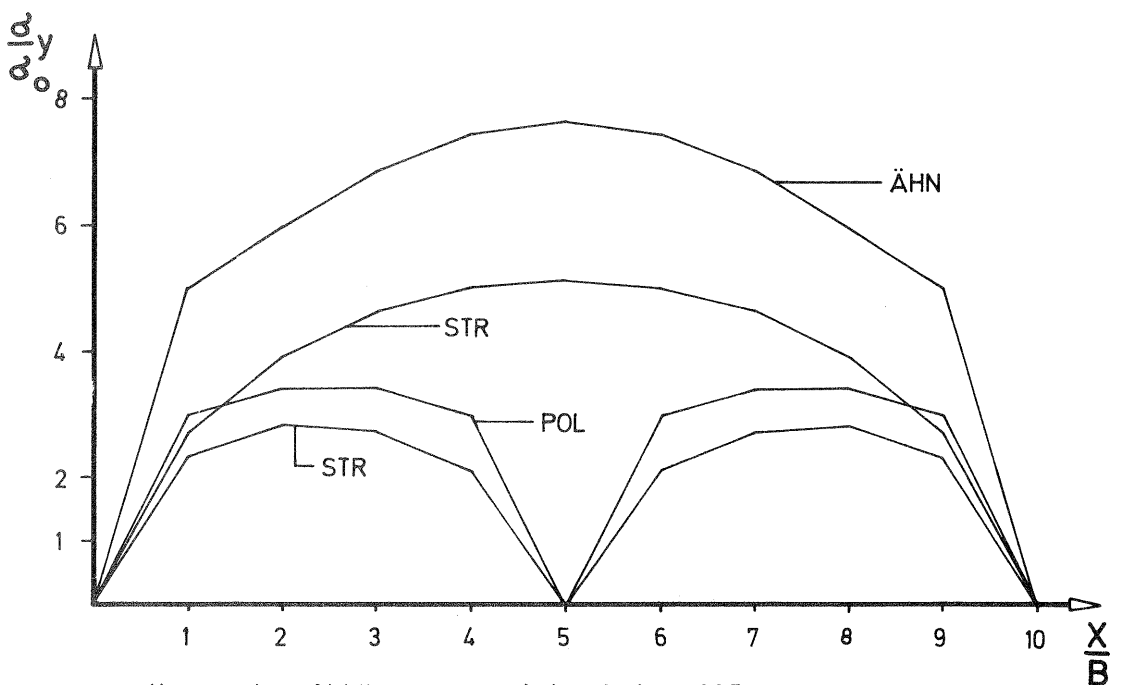
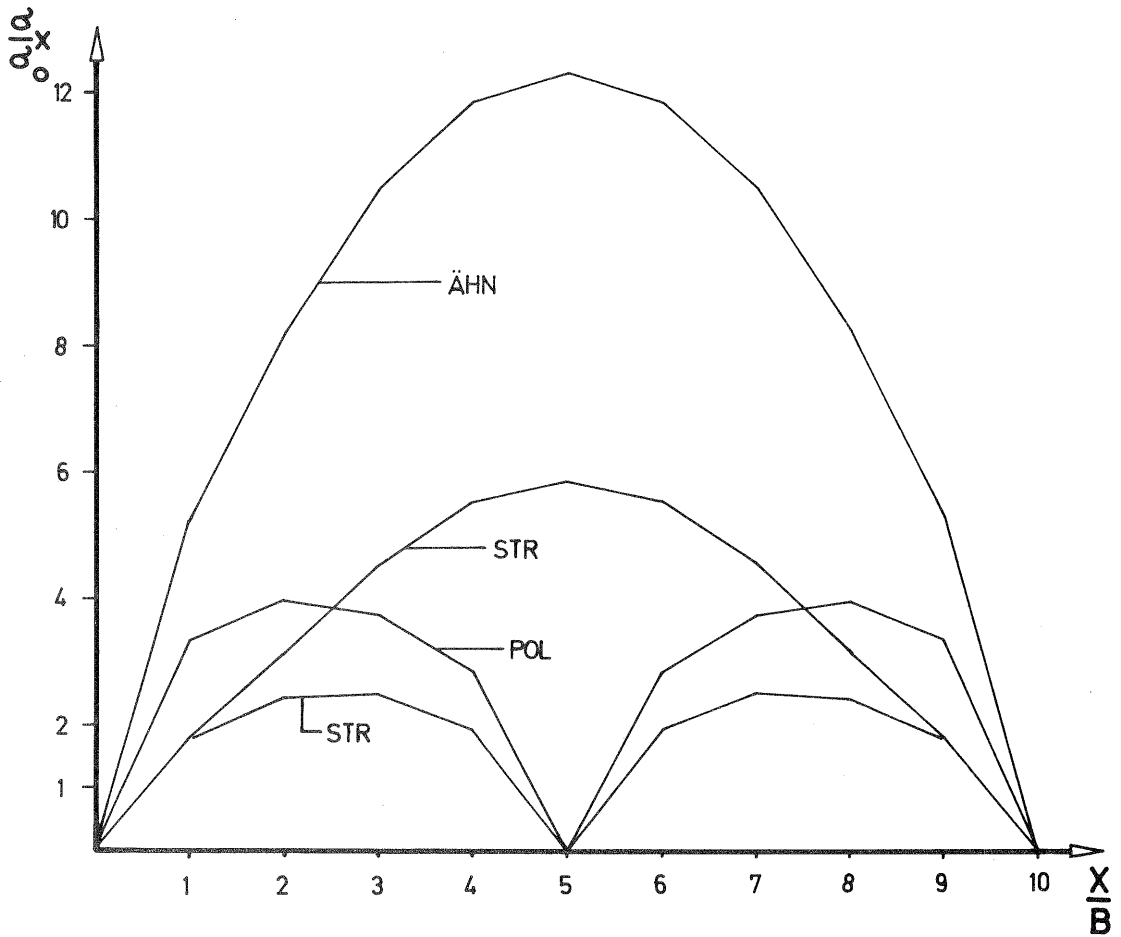


Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107



Abb. 45: FOLGEBILDSTREIFEN Z (klassischer Folgebildanschluß)  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für verschiedene  
Streifenausgleichungsverfahren

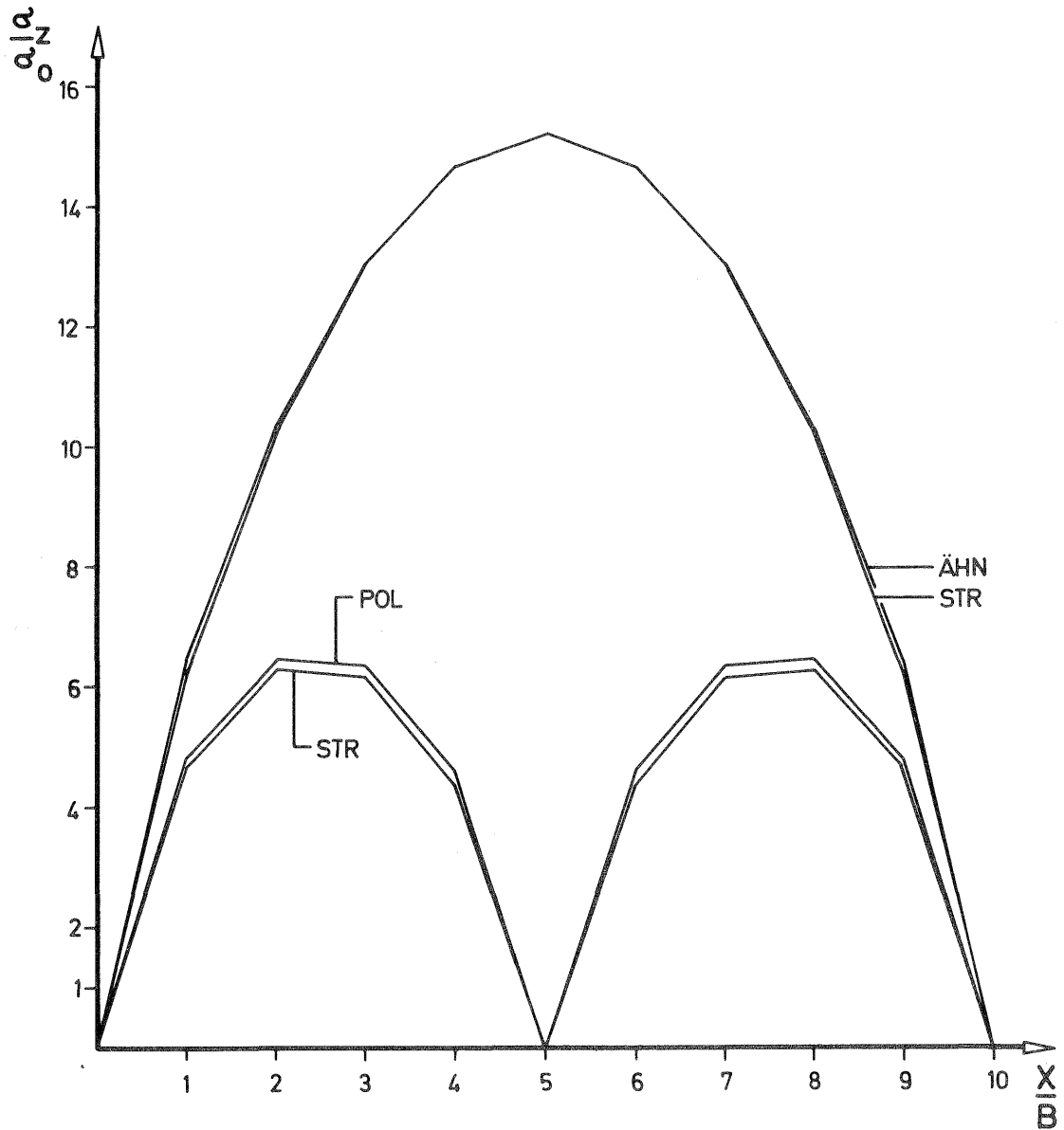
- Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 46: FOLGEBILDSTREIFEN Z (klassischer Folgebildanschluß)  
 Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für verschiedene  
 Streifenausgleichsverfahren

- Ausgleichungen auf 4 und 6 Vollpaßpunkte -



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

## 4.2 Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifenbildungsverfahren (vgl. V, 3.4.3, S. 119)

### 4.2.1 Endfreie Streifen - Vergleich der Genauigkeit verschiedener Streifenbildungsverfahren

Endfreie Streifen haben in der praktischen Aerotriangulation kaum eine selbständige Bedeutung. Sie treten jedoch bei einer Gruppe von Verfahren als Zwischenprodukte des Triangulationsprozesses auf. Von der Genauigkeit der Streifenbildung hängt die Genauigkeit der Endergebnisse (der ausgeglichenen Streifenkoordinaten) ab.

Sind die Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifenbildungsverfahren erheblich (zum Beispiel 30 - 40 %), ergeben sich unter Umständen Konsequenzen für die nachfolgende Streifenausgleichung: Mikhail [25] versprach sich vom Streifenaufbau mit Triplets eine erhebliche Genauigkeitssteigerung gegenüber den Verfahren des Folgebildanschlusses und damit eine Verringerung der Rechenlast bei der Streifenausgleichung.

Um die Genauigkeitsunterschiede zwischen einigen Verfahren des Streifenaufbaues zu zeigen und die Stellung der Tripletlösung im Rahmen der übrigen Verfahren deutlich zu machen, sind in Abb. 47 die mittleren Koordinatenfehler in x, y und z für einen Streifen mit 10 Modellen aufgetragen.

Man erkennt zunächst, daß die Bündel- und die Tripletlösung in x und z praktisch identische Ergebnisse liefern, dagegen ist in y eine leichte Überlegenheit der Bündellösung festzustellen.

Bemerkenswert scheint einerseits der sehr geringe Abstand der beiden Versionen des Folgebildanschlusses (FB(3XYZ) und FB(3Z), siehe Tafel 9, Seite 107) in x und z von der Bündel- bzw. Tripletlösung und andererseits ihr Genauigkeitsabfall in y. Vergleicht man die beiden Folgebildversionen FB(3XYZ) und FB(3Z) mit dem klassischen Folgebildanschluß FB(Z), zeigt sich, daß durch den mehrfachen Koordinaten- bzw. Höhenanschluß (3XYZ) bzw. (3Z) zwar einerseits eine deutliche Genauigkeitssteigerung in x und z erzielt wird, aber andererseits Genauigkeitseinbußen in y in Kauf zu nehmen sind. Dabei fällt auf, daß die freien y-Koordinaten bei den genannten Methoden des Folgebildanschlusses umso ungenauer bestimmt werden, je stärker die Randpunkte zum Bildanschluß mit herangezogen werden ( $\sigma_{y_{3XYZ}} > \sigma_{y_{3Z}} > \sigma_{y_Z}$ ). Dieses Ergebnis ist zunächst nicht zu erwarten. Es wird jedoch plausibel, wenn man bedenkt, daß durch den eingeführten Zwang in den Randpunkten die Modellverbiegungen stärker übertragen werden (siehe auch Seite 120), dadurch wird die bei der relativen Orientierung recht genau bestimmbare Kantung K (siehe Gotthardt [12]) wieder verfälscht. Es ergibt sich eine Streifenverbiegung in y-Richtung, die sich in größeren Streuungen  $\sigma_y$  äußert. - Der zusätzliche Zwang in den Randpunkten verbessert allerdings die Maßstabs- und Längsneigungsübertragung erheblich (und damit die Bestimmung der x- und z-Koordinaten), so daß im Mittel aus allen Koordinaten trotzdem eine deutliche Überlegenheit der Version FB(3XYZ) und vor allem FB(3Z) über den klassischen Folgebildanschluß FB(Z) verzeichnet werden kann.

Die Genauigkeit der Streifenbildung mit unabhängigen Modellen liegt in y und z dicht bei der Bündel- und Tripletlösung, fällt bei x etwas ab, ist aber noch

deutlich besser als die des klassischen Folgebildanschlusses.

Über der qualitativen Erläuterung von Genauigkeitsunterschieden zwischen Streifenbildungsverfahren darf jedoch nicht vergessen werden, daß die Unterschiede gemessen am Gesamtbetrag der Fehler, doch bemerkenswert gering erscheinen. Dies sei durch Tabelle 23 und durch Abb. 48 verdeutlicht, in denen die Genauigkeitsunterschiede, bezogen auf die Bündellösung, zahlenmäßig und graphisch gegenübergestellt sind.

TABELLE 23

ENDFREIE STREIFEN (Randpunkte)												
Genauigkeitsunterschied zwischen verschiedenen <u>Streifenbildungsverfahren</u> , bezogen auf die Bündellösung, ausgedrückt durch den Unterschied der Streuungen <sup>†</sup> ) zwischen dem betreffenden Verfahren und der Bündellösung: $\Delta\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i - \bar{\sigma}_{B0}$ und durch die prozentuale Abweichung $p$ (Bündel = 100 %)												
$\frac{X}{B}$	$\frac{\sigma_{B0}}{\sigma_0}$	Streifenbildungsverfahren										X Y Z
		TR		FB(3XYZ)		FB(3Z)		FB(Z)		MOD(FR)		
Genauigkeitsunterschied		$\Delta\sigma$	$p$ %	$\Delta\sigma$	$p$ %	$\Delta\sigma$	$p$ %	$\Delta\sigma$	$p$ %	$\Delta\sigma$	$p$ %	
2	8,89	0,00	0	0,11	1,2	0,08	0,9	0,27	3,0	0,11	1,2	
4	18,74	0,01	0	0,17	0,9	0,08	0,4	1,47	7,8	0,32	1,7	
6	29,40	0,01	0	0,20	0,7	0,08	0,3	3,55	12,1	0,94	3,2	X
8	40,82	0,01	0	0,21	0,5	0,07	0,2	6,37	15,6	1,69	4,1	
10	52,97	0,01	0	0,20	0,4	0,06	0,1	9,85	18,6	2,63	5,0	
2	5,21	0,01	0,2	0,11	2,1	0,13	2,5	0,57	10,9	0,13	2,5	
4	7,98	0,06	0,8	0,92	11,5	0,67	8,4	1,01	12,7	0,23	2,9	
6	12,71	0,17	1,3	3,01	23,7	1,50	11,8	1,05	8,2	0,25	2,0	Y
8	18,78	0,29	1,5	5,86	31,2	2,49	13,3	1,01	5,4	0,24	1,3	
10	25,88	0,44	1,7	9,25	35,8	3,60	13,9	0,92	3,6	0,22	0,8	
2	5,64	0,02	0,4	0,40	7,1	0,37	6,6	1,32	23,4	0,34	6,0	
4	9,87	0,01	0,1	0,28	2,8	0,21	2,1	1,95	19,8	0,49	5,0	
6	20,72	0,00	0	0,14	0,7	0,12	0,6	1,57	7,6	0,38	1,8	Z
8	34,14	0,01	0	0,10	0,3	0,08	0,2	1,34	3,9	0,33	1,0	
10	49,49	0,00	0	0,04	0,1	0,02	0	1,15	2,3	0,28	0,6	

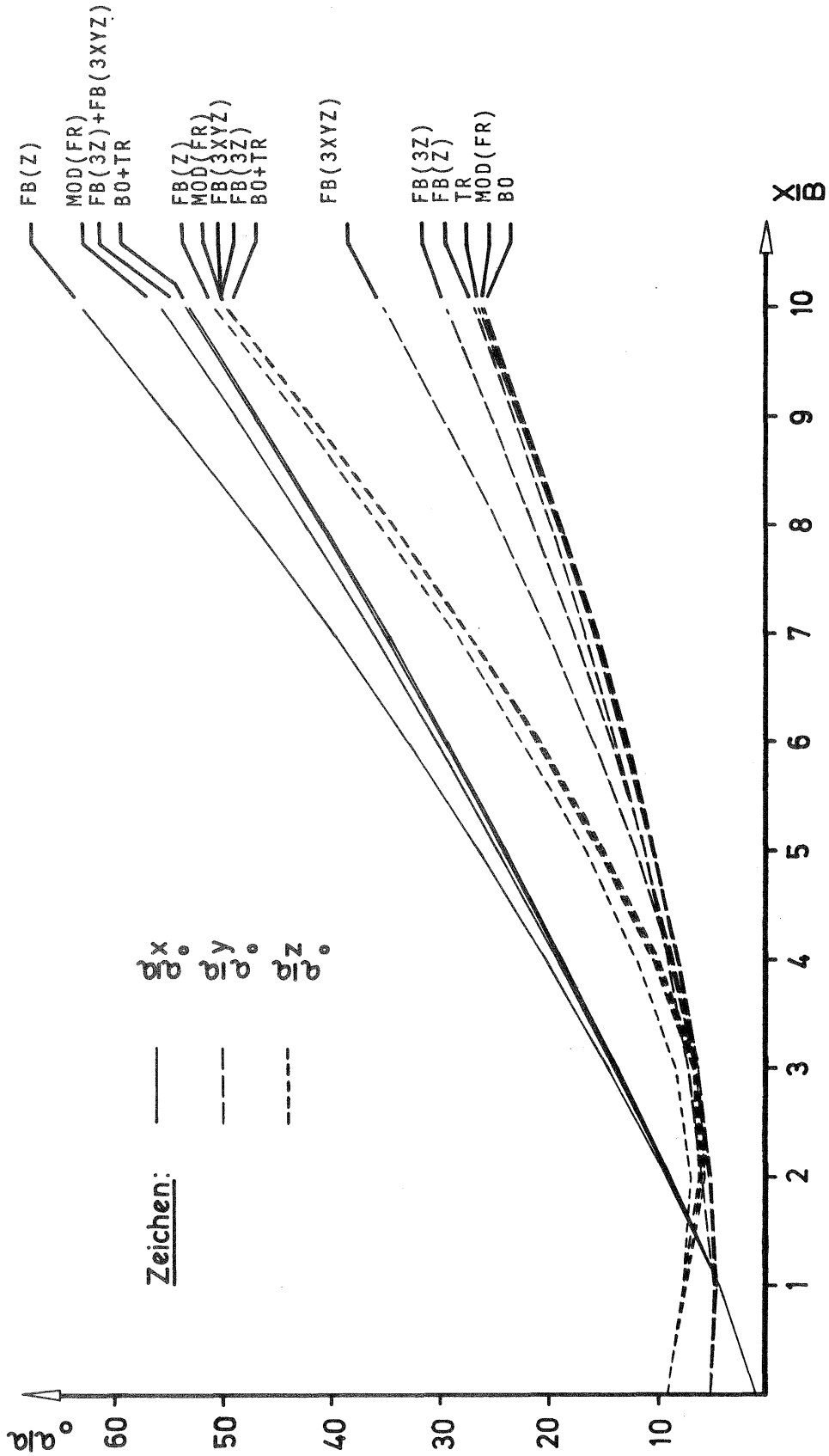
<sup>†</sup>) in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers

Man entnimmt Tabelle 23 bzw. Abb. 48, daß in X die Tripletmethode und die Folgebildversionen FB(3XYZ) und FB(3Z) um maximal 1 % und der Modellstreifen um 1-5 % von der Bündellösung abweichen. Der klassische Folgebildanschluß fällt hier allerdings bis auf 19 % gegenüber der Bündellösung ab.

In y sind die Unterschiede zwischen den Verfahren am größten, sie erreichen ihren Maximalwert mit 36 % (Folgebildversion FB(3XYZ) gegenüber Bündel).

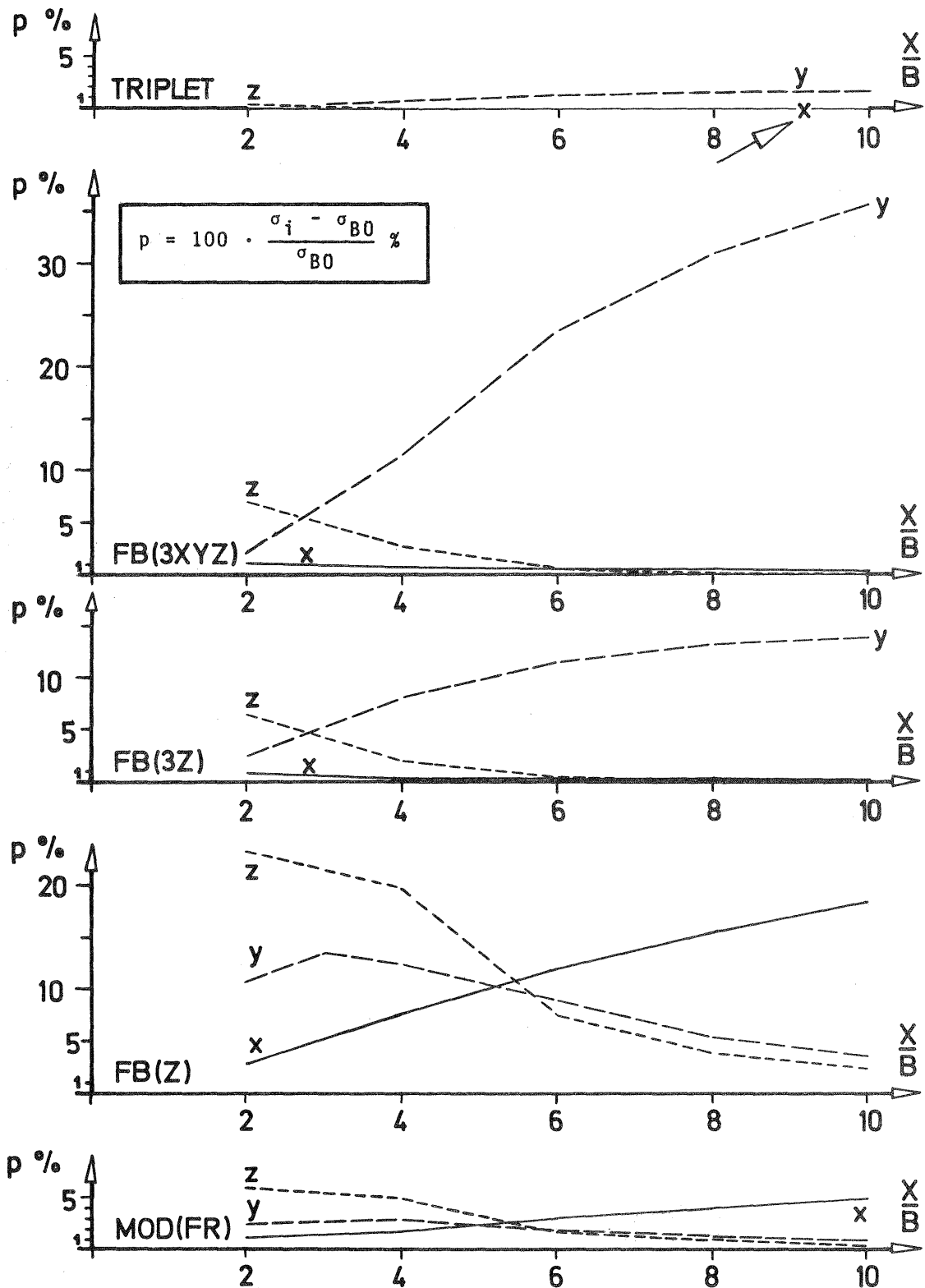
Abb. 47: ENDFREIE STREIFEN

Mittlere Koordinatenfehler der Streifenrandpunkte nach Streifenbildung mit verschiedenen Methoden



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 48: ENDFREIE STREIFEN  
Prozentuale Abweichungen p der mittleren Koordinatenfehler  
verschiedener Streifenbildungsverfahren gegenüber der Bündellösung  
(Streifenrandpunkte)



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Die Genauigkeitsunterschiede zwischen den verschiedenen Verfahren des Streifen-  
aufbaues sind, von Ausnahmen in den y-Koordinaten einmal abgesehen, bemerkenswert  
gering. Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, daß sich bei korrelierten Bild-  
koordinaten noch wesentlich geringere Unterschiede ergeben würden (vgl. Tabelle 9,  
Seite 92 mit Tabelle 16, Seite 100 und V, 3., Seite 119).

Die praktische Aerotriangulation beurteilt die Verfahren der Streifenbildung im  
Zusammenhang mit der Streifenausgleichung, denn erst die ausgeglichenen Streifen-  
koordinaten als Endergebnisse der Aerotriangulation interessieren in der Praxis.  
Wegen der Beurteilung der Streifenbildungsverfahren sei deshalb auf den folgenden  
Abschnitt V, 4.2.2 verwiesen, der die Streifenbildungsverfahren nach Ausgleichung  
mit verschiedenen Ausgleichungsmethoden einander gegenüberstellt.

Die Ergebnisse endfreier Streifen bleiben aber insofern interessant, als man hier-  
aus unmittelbar auf die speziellen Unterschiede in den Streifenbildungsverfahren  
schließen kann (nach der Streifenausgleichung können die Einflüsse der Streifen-  
bildung und -ausgleichung nicht mehr klar getrennt werden).

#### 4.2.2 Ermittlung der Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifenbildungs- verfahren nach Abschluß der Streifenausgleichung

Die folgende Tabelle zeigt die prozentualen Unterschiede der quadratischen Mittelwerte der Koordinatenfehler von fünf verschiedenen Streifenbildungs-  
verfahren, bezogen auf den Streifenaufbau mit Bündeln, und zwar im Gegensatz zu 4.2.1 nach  
der Streifenausgleichung mit verschiedenen Methoden:

TABELLE 24 (vertikal zu lesen)

Streifen- bildungs- verfahren	Streifenausgleichungsverfahren								
	strenge Strei- fenausgleichg. auf 4 Vollpaßpunkte		Ähnlich- keits- transf. auf 4 Vollpaßpunkte		strenge Strei- fenausgleichg. auf 6 Vollpaßpunkte		Polynomaus- gleichung 2. Grades		
	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	Rand	Achse	
Bündel	X	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Triplet		0,1	0	0,1	0	0,1	0	0,2	0
Folgebild(3XYZ)		3,3	2,7	3,3	0,6	11,4	17,2	7,1	6,5
Folgebild(3Z)		2,7	0,2	1,4	0	8,4	3,3	4,9	0,4
Folgebild (Z)		44,6	32,9	54,5	50,2	56,5	23,5	64,0	41,3
Unabh. Mod.(FR)		12,2	—	14,7	—	17,5	—	16,0	—
Bündel	Y	0	0	0	0	0	0	0	0
Triplet		0,9	0,1	1,7	1,7	0,6	0,5	1,0	1,0
Folgebild(3XYZ)		17,0	10,3	41,2	40,6	17,7	13,4	26,4	21,3
Folgebild (3Z)		12,8	7,2	16,6	15,2	21,7	11,2	23,2	16,2
Folgebild (Z)		12,3	7,7	10,3	4,0	13,0	7,9	16,7	9,2
Unabh. Mod.(FR)		2,3	—	2,3	—	3,8	—	3,7	—
Bündel	Z	0	0	0	0	0	0	0	0
Triplet		0	0	0	0	0,2	0	0,2	0
Folgebild(3XYZ)		1,3	1,2	1,4	1,2	8,2	9,4	7,4	9,2
Folgebild (3Z)		1,2	1,2	1,3	1,2	8,8	9,4	7,6	9,2
Folgebild (Z)		6,6	5,8	6,9	5,8	16,5	14,9	17,4	15,3
Unabh. Mod.(FR)		1,5	—	1,5	—	4,1	—	4,1	—
Bündel um p % genauer als übrige Verfahren des Streifenaufbaues (s. auch Tabelle 21. Seite 120)									

Die Ergebnisse der Tabelle mögen vorweg mit den graphischen Darstellungen (Abb.49 - 54) verglichen werden, die getrennt für die vier verschiedenen Streifenausgleichungsverfahren die 6 Streifenbildungs-  
verfahren einander gegenüberstellen. Aus Tabelle 24 und aus den Abbildungen ist zu entnehmen, daß in X die Bündellösung,  
die Tripletmethode und die beiden Versionen des Folgebildanschlusses (3XYZ) bzw. (3Z) bei allen Ausgleichungsverfahren sehr dicht beieinander liegen, und zwar bei  
den Ausgleichungen auf 4 Vollpaßpunkte noch dichter als bei 6 Paßpunkten. Mit  
deutlichem Abstand folgt dann die Streifenbildung mit unabhängigen Modellen, und  
die weitaus größten Koordinatenfehler in X weist der klassische Folgebildanschluß  
auf (vergleiche auch Abb. 47, Seite 137).

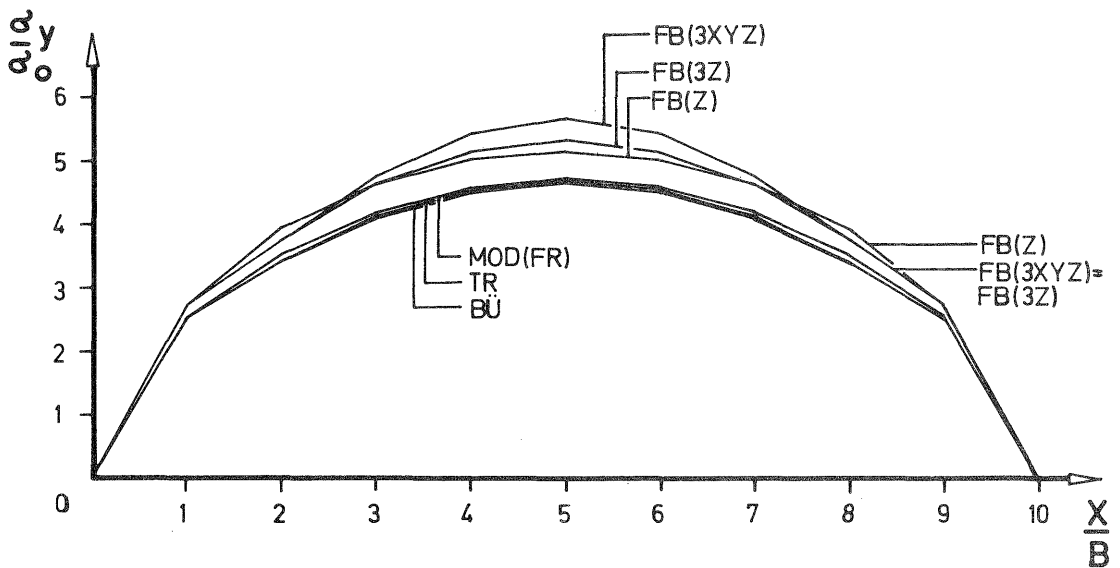
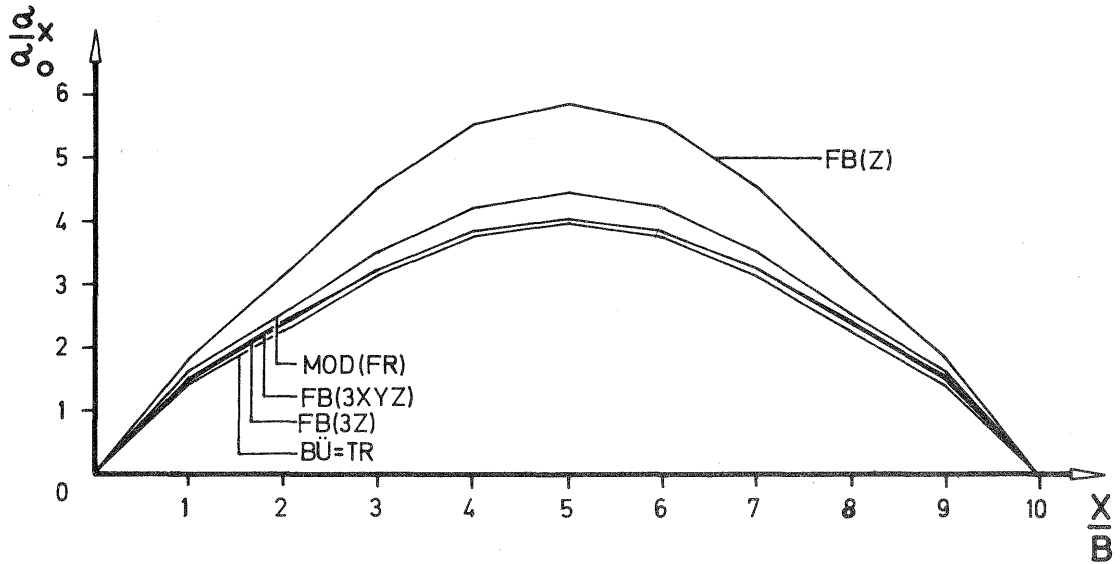


In y-Richtung liegen die Bündellösung, die Tripletmethode und die unabhängigen Modelle sehr dicht beieinander. Es folgt mit deutlichem Abstand der klassische Folgebildanschluß. Die größten mittleren Koordinatenfehler in y zeigt der Folgebildanschluß mit vollem Koordinatenanschluß in drei Übertragungspunkten (vgl. Abb. 47 und 48, Seiten 137/138).

In z-Richtung fällt nur der klassische Folgebildanschluß gegenüber den sonst dicht beieinander liegenden Verfahren deutlich ab.

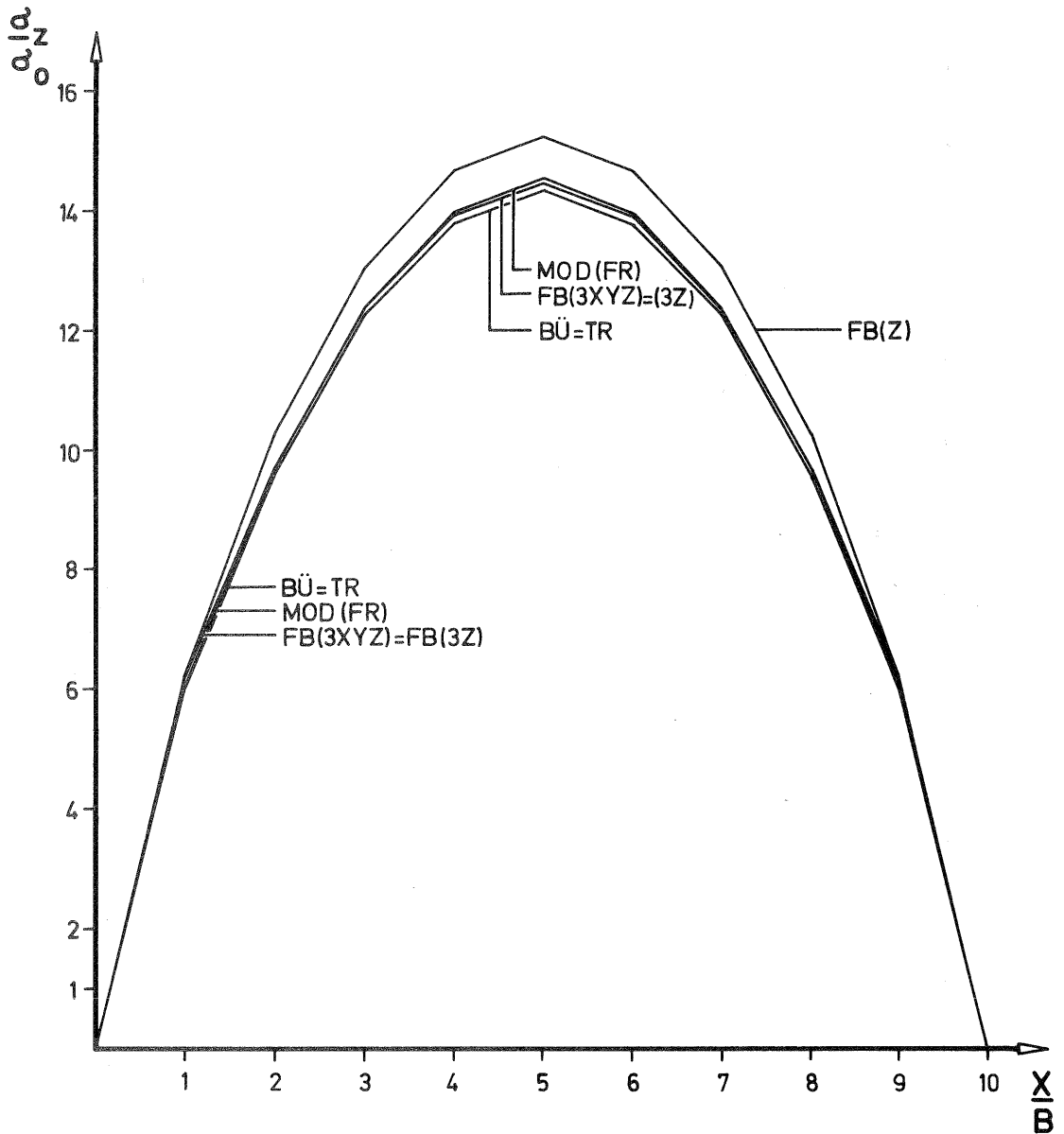
Ein Vergleich der Ergebnisse für 4 und 6 Vollpaßpunkte zeigt, daß die Genauigkeitsunterschiede zwischen den Streifenbildungsverfahren umso geringer sind, je lockerer die Paßpunktbesetzung ist. - Bei schwächerer Überbestimmung ist die strengere Lösung einer Näherungslösung weniger stark überlegen. Es muß noch einmal betont werden, daß diese - schon geringen - Genauigkeitsunterschiede bei korrelierten Bildkoordinaten noch wesentlich geringer ausfallen würden (vgl. V, 3.).

Abb. 49: STRENGE STREIFENAUSGLEICHUNG auf 4 Vollpaßpunkte, Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für verschiedene Streifenbildungsverfahren



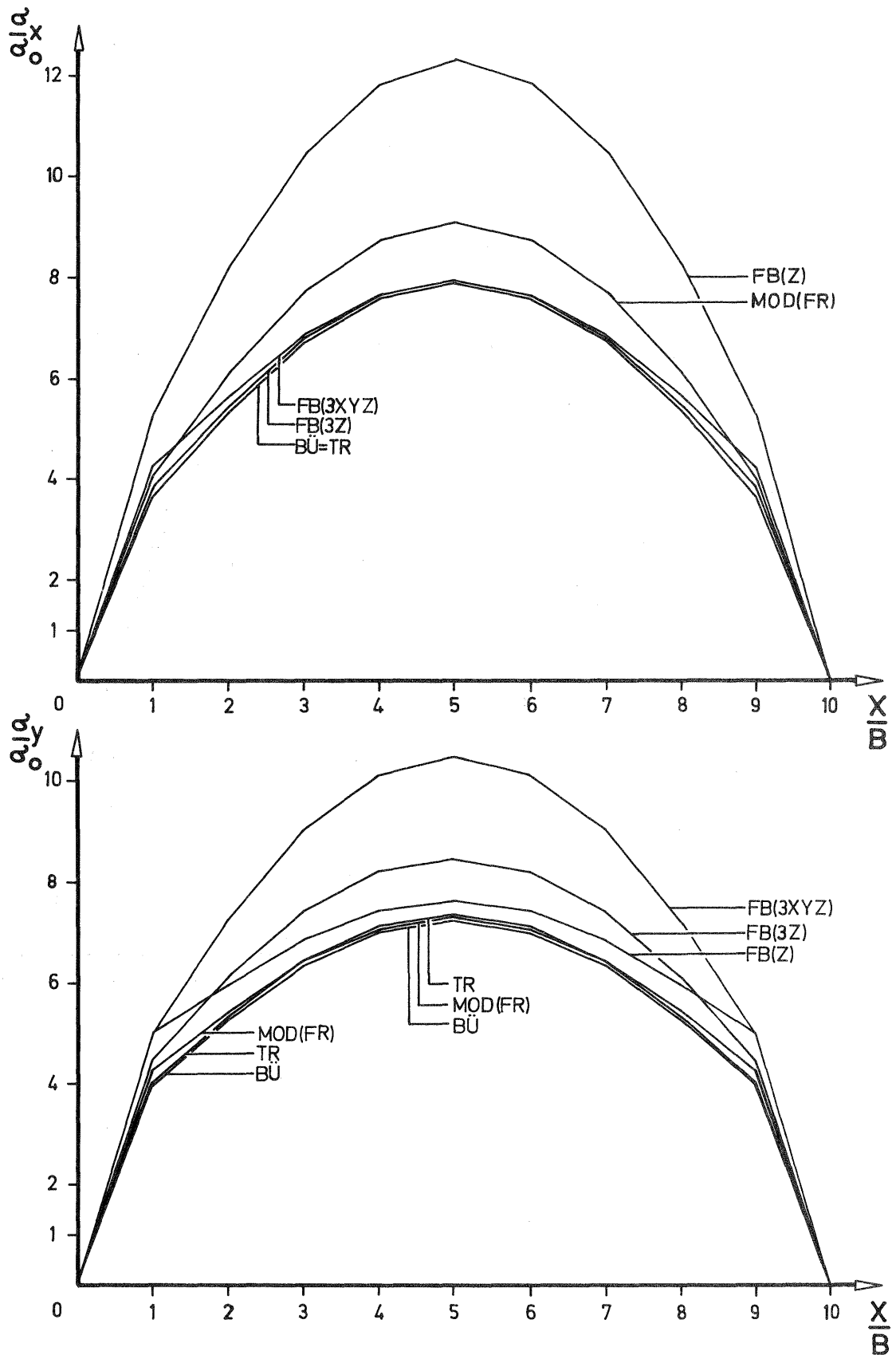
Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 50: STRENGE STREIFENAUSGLEICHUNG auf 4 Vollpaßpunkte, Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für verschiedene Streifenbildungsverfahren



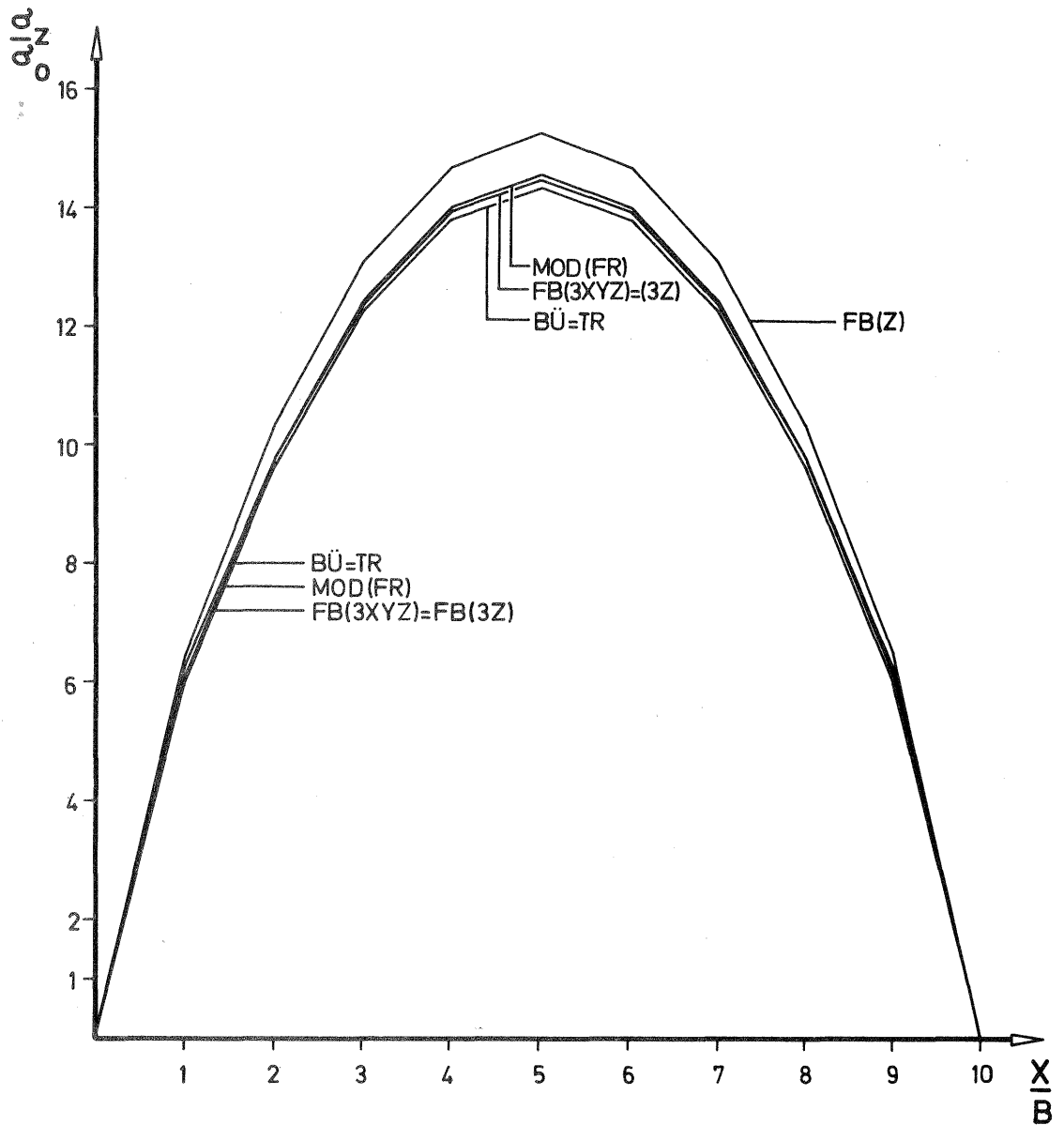
Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 51: RÄUMLICHE ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATION auf 4 Vollpaßpunkte  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für  
verschiedene Streifenbildungsverfahren



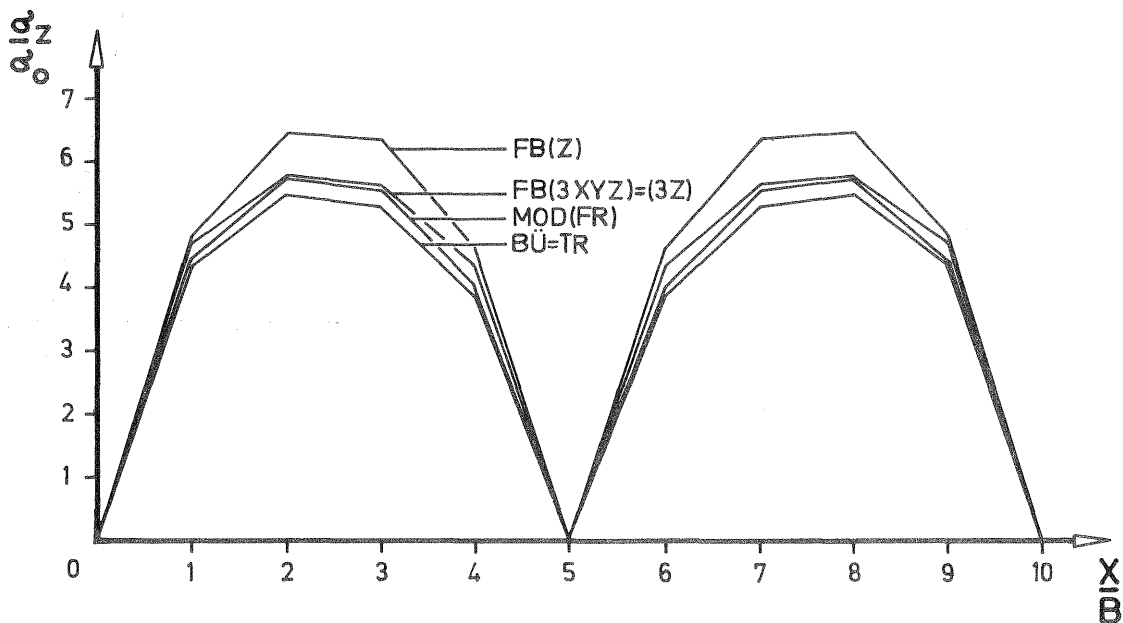
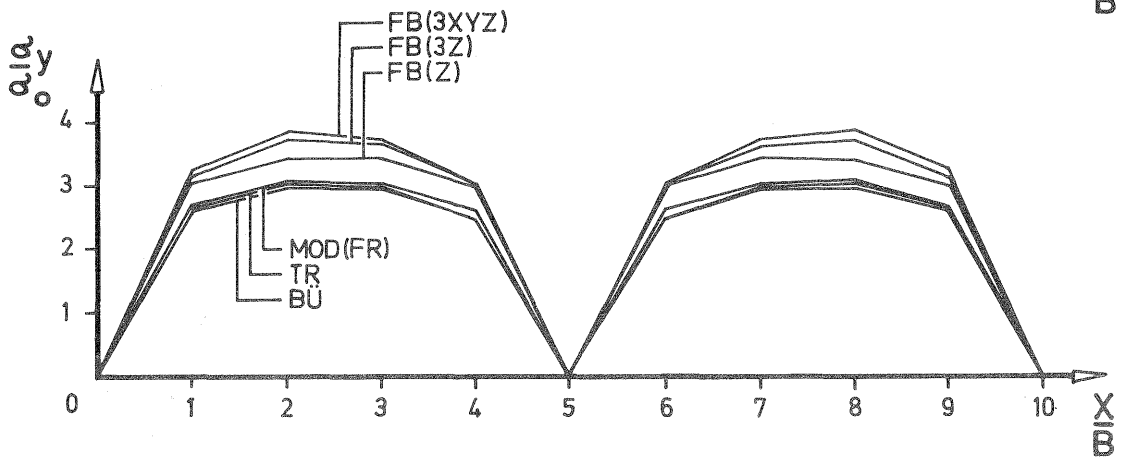
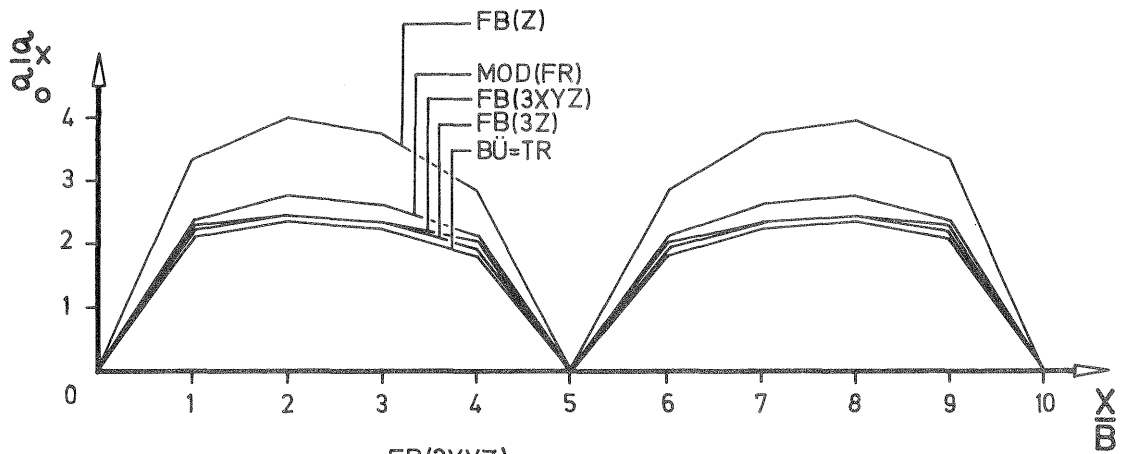
Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 52: RÄUMLICHE ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATION auf 4 Vollpaßpunkte  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler für  
verschiedene Streifenbildungsverfahren



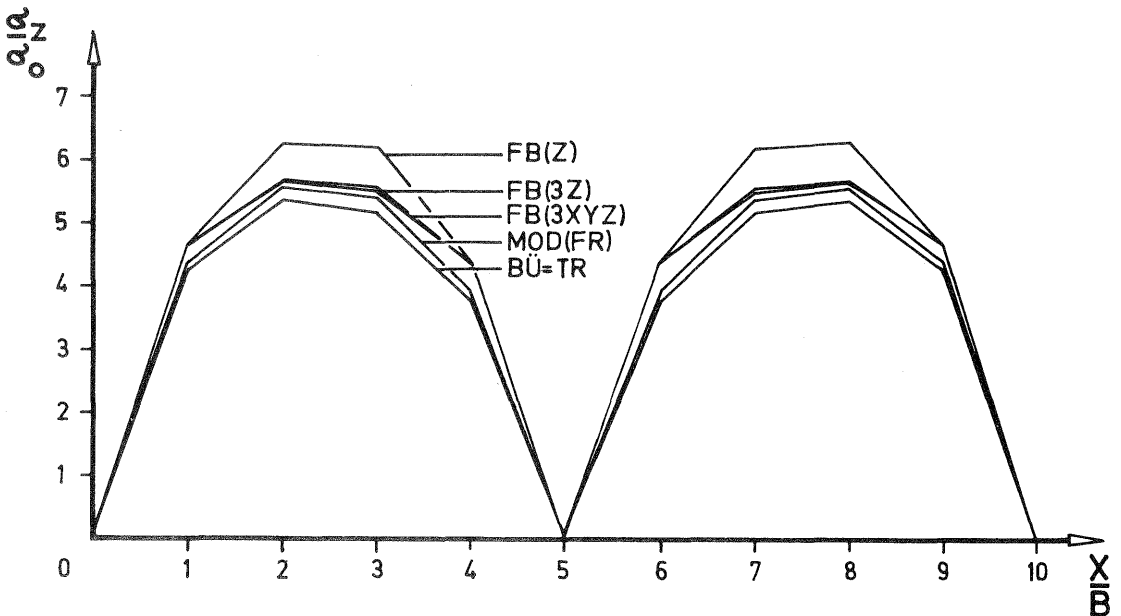
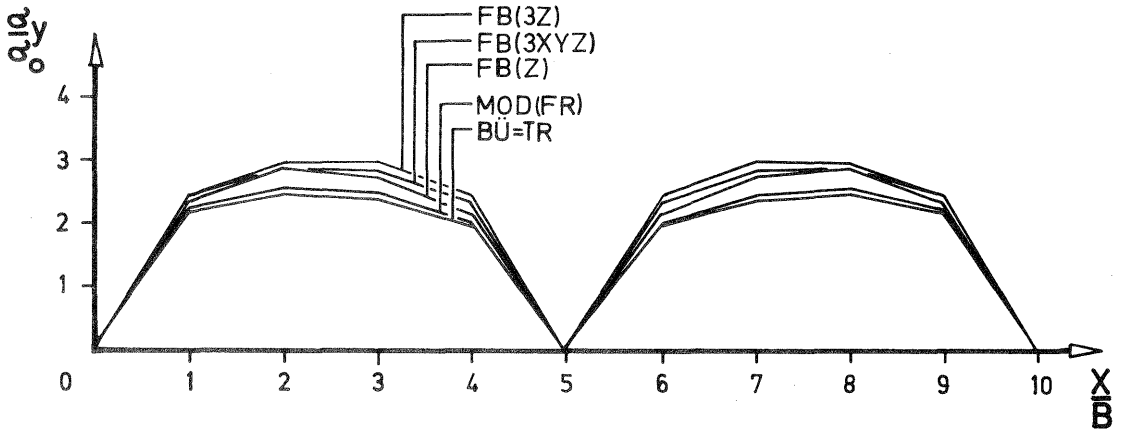
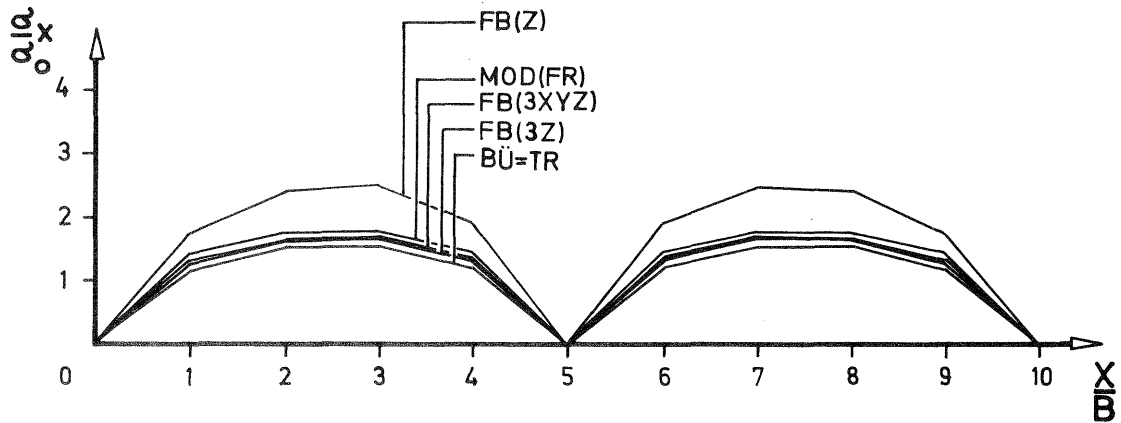
Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 53: STRENGE STREIFENAUSGLEICHUNG auf 6 Vollpaßpunkte  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler  
für verschiedene Streifenbildungsverfahren



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 54: STREIFENAUSGLEICHUNG MIT POLYNOMEN 2. GRADES auf 6 Vollpaßpunkte  
Gegenüberstellung der mittleren Koordinatenfehler  
für verschiedene Streifenbildungsverfahren



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

### 4.3 Zur Höhengenaugigkeit ausgeglichener Streifenpunkte in Abhängigkeit vom Bildwinkel (WW, ÜWW, NW) und vom Triangulationsverfahren

#### 4.3.1 Vorbemerkungen

Die vorliegende Arbeit behandelt bei den vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen fast ausschließlich Weitwinkelaufnahmen. Wenn bei den bisherigen Genauigkeitsvergleichen von Höhengenaugigkeit die Rede war, bezogen sich die Aussagen stets auf Triangulationen mit Weitwinkelaufnahmen.

In diesem Abschnitt soll die Höhengenaugigkeit ausgeglichener Streifenpunkte in Abhängigkeit vom Bildwinkel und vom verwendeten Triangulationsverfahren untersucht werden.

Es ist nicht beabsichtigt, die Fragen des günstigsten Bildwinkels für bestimmte Aufgaben der Photogrammetrie zu diskutieren, vielmehr wird vorausgesetzt, daß jeder Kammertyp (WW, ÜWW, NW) gegenüber den anderen für bestimmte Aufgabengebiete ausschlaggebende Vorteile bietet.

Die Untersuchungen gehen von dem in I. dargelegten einfachen mathematischen Modell aus (geradlinige Abbildungsstrahlen,  $G_{\text{BILD}} = E$ ). Es sei betont, daß zum absoluten Genauigkeitsvergleich die speziellen Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten jedes Kammertyps bekannt sein müßten. In diesem Zusammenhang sei auf eine Arbeit von H.-K. Meier [24] über Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition (BuL 1, 1970) hingewiesen, in der unter anderem auch Genauigkeitsergebnisse im Modellbereich in Abhängigkeit vom Bildwinkel mitgeteilt werden. Die Verwertung dieser Ergebnisse war aus Zeitgründen im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht mehr möglich. Es scheint jedoch im Hinblick auf den theoretischen Charakter der Arbeit vertretbar zu sein, die Genauigkeitsergebnisse hier in Einheiten des jeweiligen Gewichtseinheitsfehlers auszudrücken

$$(\sigma_{0\text{WW}}, \sigma_{0\text{ÜWW}}, \sigma_{0\text{NW}}).$$

Sie können dann auch nachträglich noch aufeinander bezogen werden (etwa im Zusammenhang mit [24]).

#### 4.3.2 Vergleich der Höhengenaugigkeit ausgeglichener Streifenkoordinaten für verschiedene Bildwinkel und Triangulationsverfahren

In den Tabellen 10, 11 und 12 (Seite 93 ff) sind die Ergebnisse über die Höhengenaugigkeit ausgeglichener Streifenpunkte zusammengestellt. Die dort angegebenen mittleren Höhenfehler sind in Abb. 55, S. 152 für die Streifenrandpunkte aufgetragen, wobei die Ergebnisse der untersuchten Triangulationsverfahren für beide Paßpunktanordnungen (4 bzw. 6 Paßpunkte) und die 3 Bildwinkel (NW—, WW—, ÜWW—) ineinander gezeichnet sind.

An Triangulations- und Ausgleichungsverfahren wurden hier untersucht:

- a) Direkte Streifentriangulation mit Bündeln auf 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte (BÜ DIR).
- b) Streifenbildung mit Bündeln (BÜ) und nach dem klassischen Folgebildanschluß (FB(Z)).



c) Ausgleichung der frei triangulierten Streifen (b) durch strenge Streifenausgleichung (STR) auf 4 und 6 Vollpaßpunkte, Polynomausgleichung 2. Grades (POL) auf 6 Vollpaßpunkte und räumliche Ähnlichkeitstransformation (ÄHN) auf 4 Vollpaßpunkte.

In Abb. 55 wurden die verschiedenen Kammerkonstanten bei den jeweiligen Maximalfehlern durch "Bänder" dargestellt, und zwar im Maßstab des Maximalfehlers des ungenauesten Verfahrens bei Normalwinkelaufnahmen. Es zeigt sich zunächst, daß die maximalen Höhenfehler der jeweiligen Kammerkonstante direkt proportional sind.

Tabelle 25 soll die Genauigkeitsverhältnisse zahlenmäßig veranschaulichen: Es sind die quadratischen Mittelwerte der mittleren Koordinatenfehler  $\bar{\mu}_z$  über alle Rand- und Achspunkte in Einheiten der mittleren Gewichtseinheitsfehler zusammengestellt. Die Tabelle enthält die Ergebnisse für verschiedene Streifentriangulationsverfahren und die drei Kammertypen, getrennt für 4 und 6 Vollpaßpunkte (vergleiche Abb. 55, Seite 152).

TABELLE 25

Quadratische Mittelwerte der mittleren Höhenfehler ausgeglichener Streifenpunkte (vergleiche Tabellen 10 - 12, S.93 ff.)			
Triangulationsverfahren (Bezeichnungen siehe Tafel 9, Seite 107)	NW	WW	OWW
	$\bar{\mu}_z = \frac{\mu_z}{\sigma_{0NW}}$	$\bar{\mu}_z = \frac{\mu_z}{\sigma_{0WW}}$	$\bar{\mu}_z = \frac{\mu_z}{\sigma_{0OWW}}$
4 Vollpaßpunkte			
BO DIR	21,117	10,593	5,885
BO STR	21,494	10,782	5,990
BO ÄHN	21,507	10,789	5,994
FB(Z)STR	22,860	11,467	6,371
FB(Z)ÄHN	22,917	11,496	6,387
6 Vollpaßpunkte			
BO DIR	8,055	4,041	2,245
BO STR	8,697	4,363	2,424
BO POL	8,902	4,466	2,481
FB(Z)STR	10,088	5,061	2,812
FB(Z)POL	10,391	5,213	2,896
Mittel aus den Verhältnissen ( $\bar{\mu}_{zNW} : \bar{\mu}_{zWW} : \bar{\mu}_{zOWW}$ ) $\frac{1}{\bar{\mu}_{zNW}}$ aller Triangulationsverfahren	1	: 0,502	: 0,279
Kammerkonstante	305 mm	153 mm	85 mm
Verhältnis der Kammerkonstanten	1	: 0,502	: 0,279

Aus den Ergebnissen der Tabelle wurden für jedes Triangulationsverfahren getrennt die Verhältnisse  $(\bar{\mu}_{z_{NW}} : \bar{\mu}_{z_{WW}} : \bar{\mu}_{z_{OWW}}) \cdot \frac{1}{\bar{\mu}_{z_{NW}}}$ , bezogen auf den Fehler der Normalwinkelkammer ( $\bar{\mu}_{z_{NW}}$ ) aufgestellt. Das Mittel über alle Triangulationsverfahren ist in der drittletzten Zeile eingetragen. Zum Vergleich sind die Kammerkonstanten und ihre Verhältnisse, bezogen auf die Normalwinkelkammer, in den beiden letzten Zeilen angegeben. Es folgt daraus, daß die mittleren Höhenfehler bei gleichem Bildmaßstab der jeweiligen Kammerkonstante  $C$  proportional sind:

$$\bar{\mu}_{z_{NW}} : \bar{\mu}_{z_{WW}} : \bar{\mu}_{z_{OWW}} = c_{NW} : c_{WW} : c_{OWW} = 1 : 0,502 : 0,279 \quad (77)$$

Diese für das Einzelmodell triviale Feststellung gilt demnach auch für die Aerotriangulation.

Nicht berücksichtigt sind dabei die in Wirklichkeit verschiedenen mittleren Gewichtseinheitsfehler der drei Kammertypen. Mit der pauschalen Feststellung

$$\sigma_{0_{OWW}} > \sigma_{0_{WW}} > \sigma_{0_{NW}},$$

die wohl der Wirklichkeit entspricht (vgl. Meier [24]), verschiebt sich das Bild wieder etwas zugunsten der größeren Kammerkonstanten. Das heißt, die Unterschiede in den Höhenfehlern sind in der Praxis etwas kleiner als es nach (77) zum Ausdruck kommt. Im übrigen sei nochmals auf das zugrundegelegte einfache mathematische Modell hingewiesen.

Im folgenden soll geklärt werden, in welcher Weise die Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Triangulationsverfahren vom Bildwinkel abhängen. Stellt man die Genauigkeitsunterschiede zwischen strengeren und weniger strengen Verfahren (vgl. V, 4.5.3, S. 158) für die 3 Bildwinkel einander gegenüber, müßte sich eine solche Abhängigkeit zeigen.

In der folgenden Tabelle sind für die untersuchten Triangulationsverfahren (jeweils für NW, WW, OWW) zusammengestellt:

- ① Die Unterschiede der quadratischen Mittelwerte der Höhenfehler (über alle Punkte) verschiedener Triangulationsverfahren gegenüber der Bündellösung ( $\Delta\bar{\mu}_i = \bar{\mu}_i - \bar{\mu}_{B0}$  in Einheiten von  $\sigma_0$ ).
- ② Die prozentualen Unterschiede zwischen den Höhenfehlern verschiedener Triangulationsverfahren, bezogen auf die direkte Bündelausgleichung.

Aus ① folgt zunächst: die relativen Unterschiede zwischen den mittleren Höhenfehlern zweier Triangulationsverfahren sind umso größer, je länger die Kammerkonstante  $c$  der Aufnahmekammer ist ( $\Delta\bar{\mu}_{NW} > \Delta\bar{\mu}_{WW} > \Delta\bar{\mu}_{OWW}$ ) <sub>$i$</sub> .

Aus ② kann für ein bestimmtes Triangulationsverfahren ( $i$ ) entnommen werden, daß sein prozentualer Genauigkeitsunterschied gegenüber der Bündelausgleichung unabhängig vom Bildwinkel ist:

$$\frac{(\Delta\bar{\mu}_i)_{NW}}{\bar{\mu}_i_{NW}} = \frac{(\Delta\bar{\mu}_i)_{WW}}{\bar{\mu}_i_{WW}} = \frac{(\Delta\bar{\mu}_i)_{OWW}}{\bar{\mu}_i_{OWW}} = \text{const.} \quad (78)$$

TABELLE 26

Unterschiede in der Höhengenaugigkeit verschiedener Triangulationsverfahren in Abhängigkeit vom Bildwinkel (NW, WW, ÜWW)						
Triangulationsverfahren (Bezeichnungen siehe Tafel 9, Seite 107)	①			②		
	$\Delta\bar{\mu}_i = \bar{\mu}_i - \bar{\mu}_{BÜ}$ in Einheiten von $\sigma_{0i}$			$p = \frac{\Delta\bar{\mu}_i}{\bar{\mu}_{BÜ}} [\%]$		
	NW	WW	ÜWW	NW	WW	ÜWW
4 Vollpaßpunkte	$\bar{\mu}_{BÜ} = 21,117$	10,593	5,885			
BÜ DIR	0	0	0	0	0	0
BÜ STR	0,377	0,189	0,105	1,79	1,79	1,79
BÜ ÄHN	0,390	0,196	0,109	1,85	1,85	1,85
FB(Z)STR	1,743	0,874	0,486	8,26	8,26	8,26
FB(Z)ÄHN	1,800	0,903	0,502	8,53	8,53	8,53
6 Vollpaßpunkte	$\bar{\mu}_{BÜ} = 8,055$	4,041	2,245			
BÜ DIR	0	0	0	0	0	0
BÜ STR	0,642	0,322	0,179	8,0	8,0	8,0
BÜ POL	0,847	0,425	0,236	10,5	10,5	10,5
FB(Z)STR	2,033	1,020	0,567	25,2	25,2	25,2
FB(Z)POL	2,336	1,172	0,651	29,0	29,0	29,0

Aus (78) ergibt sich mit (77):

$$(\Delta\bar{\mu}_i)_{NW} : (\Delta\bar{\mu}_i)_{WW} : (\Delta\bar{\mu}_i)_{ÜWW} = c_{NW} : c_{WW} : c_{ÜWW} \quad (79)$$

Die Unterschiede zwischen den mittleren Höhenfehlern zweier Triangulationsverfahren sind also bei gleichem Bildmaßstab proportional zu den zugrundeliegenden Kammerkonstanten.

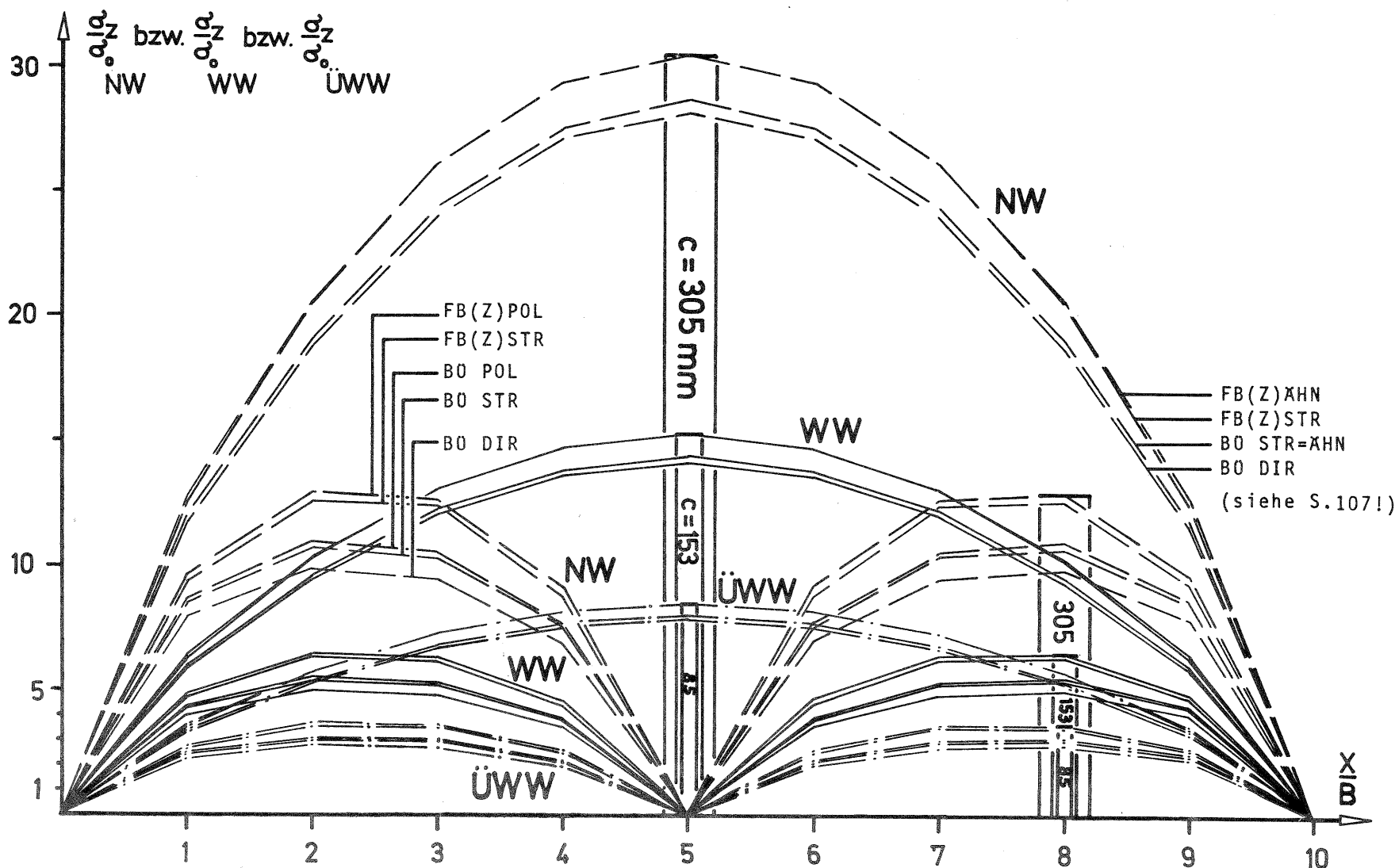
Die Ergebnisse dieses Abschnitts seien wie folgt zusammengefaßt:

- Die mittleren Höhenfehler ausgeglichener Streifenpunkte, die sich für ein bestimmtes Triangulationsverfahren ergeben, sind bei gleichem Bildmaßstab direkt proportional zur Kammerkonstanten der Aufnahmekammer (siehe (77) und Abb. 55). Diese Gesetzmäßigkeit ist bekannt (vergleiche zum Beispiel [10]), sie wurde hier für verschiedene Triangulationsverfahren bestätigt.
- Die Unterschiede zwischen den mittleren Höhenfehlern aus verschiedenen Triangulationsverfahren sind bei gleichem Bildmaßstab ebenfalls proportional zu den Kammerkonstanten (siehe (79) und Abb. 55).

Der Gewinn an absoluter Höhengenaugigkeit beim Übergang von einfacheren zu strengen Streifentriangulationsverfahren ist demnach umso größer, je länger die Kammerkonstante der Aufnahmekammer ist.

Zum Schluß dieses Abschnitts über die Höhengenaugigkeit verschiedener Triangulationsverfahren sei noch einmal betont, daß die Ergebnisse auf der Grundlage des in I. definierten vereinfachten mathematischen Modells beruhen. Insbesondere ist

Abb. 55: HÖHENGENAUIGKEIT ausgeglichener Streifenpunkte  
 bei Normalwinkel(NW)-, Weitwinkel(WW)- und Oberweitwinkel-Aufnahmen(OWW)  
 - verschiedene Triangulationsverfahren -



darauf hinzuweisen, daß für die verschiedenen mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$  (NW, WW und ÖWW) hier keine Annahmen betroffen wurden, daß die Ergebnisse jedoch nachträglich noch aufeinander bezogen werden können (zum Beispiel  $\sigma_0$  aufgrund der Ergebnisse in [24]).

#### 4.4. Zur Genauigkeit der Anblock-Methode - Vergleich mit räumlichen unabhängigen Modellen

##### 4.4.1 Vorbemerkungen

Die Anblock-Methode (Beschreibung siehe II, 2.3, S. 34) findet in der Praxis verbreitete Anwendung. Ihre Genauigkeit im Vergleich zu anderen, hier untersuchten Triangulationsverfahren, interessiert daher besonders. In 4.4.3 sollen die Ergebnisse der Anblock-Methode und der räumlichen Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen miteinander verglichen werden. Im Rahmen des Vergleichs aller untersuchten Triangulationsverfahren (siehe 4.5) erscheint die Anblock-Methode ebenfalls.

Aufgrund der Fehlertheorie der Anblock-Methode sind umfangreiche theoretische Genauigkeitsuntersuchungen durchgeführt worden (siehe Ackermann [3], [4], [5]). Von den dortigen Genauigkeitsangaben über die Anblock-Methode weichen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit ab, da sie auf einem anderen stochastischen Ansatz beruhen (siehe auch II, 3.2.4, S. 59 und Ebner [8]). Es erscheint deshalb wichtig, die verschiedenartigen Genauigkeitsangaben im folgenden aufeinander zu beziehen.

##### 4.4.2 Beziehungen zwischen verschiedenartigen Genauigkeitsangaben über die Anblock-Methode

Entsprechend den Ausführungen in II, 3.2.4 wurden für die beiden hier zu untersuchenden Anblock-Fälle (direkte Ausgleichung von 10 Modellen auf 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte) die Gewichtskoeffizientenmatrizen einerseits auf der Grundlage des übergeordneten stochastischen Modells dieser Arbeit (vgl. I, Seite 13) und andererseits auf der Grundlage der Anblock-Fehlertheorie berechnet (vgl. auch Ackermann [3]). Mit Hilfe der Formel (58) wurde außerdem der Erwartungswert von  $\bar{\sigma}_0^2$  nach Ebner für die in der Anblock-Theorie eingeführten stochastischen Größen berechnet, und zwar auf der Grundlage des stochastischen Modells dieser Arbeit.

Alle Ergebnisse über die Anblock-Methode sind in Tabelle 8, Seite 91, zusammengestellt:

- 1) enthält die Ergebnisse, die sich aufgrund der Annahme  $\mathbf{G}_{\text{MODELL}} = \mathbf{E}$  ergeben (aufgrund der vereinfachten Fehlertheorie der Anblock-Methode erhält man für die x- und y-Koordinaten identische Ergebnisse). In
- 2) sind die mit  $E|\bar{\sigma}_0^2|$  umgerechneten Ergebnisse enthalten (6 Paßpunkte:  $E|\bar{\sigma}_0^2| = \pm 1,67$ ; 4 Paßpunkte:  $E|\bar{\sigma}_0^2| = \pm 1,70$ ). Die Ergebnisse in
- 3) beruhen auf der Grundlage des übergeordneten stochastischen Modells ( $\mathbf{G}_{\text{BILD}} = \mathbf{E}$ ) dieser Arbeit.

Die Ergebnisse unter 1) und 3) sind nicht direkt miteinander vergleichbar (siehe 4.41). Dagegen beruhen die Ergebnisse unter 2) und 3) auf einer gemeinsamen sto-

chastischen Grundlage ( $G_{\text{BILD}} = E$ ). Sie unterscheiden sich aber aufgrund verschiedener Methoden der Genauigkeitsberechnung. Um die Unterschiede zwischen diesen beiden Genauigkeitsergebnissen 2) und 3) deutlich zu machen, sind ihre mittleren Koordinatenfehler in Abb. 56 zusammengezeichnet (vergleiche auch Tabelle 8, S.91). Zunächst fällt auf, daß sich die Fehlerverteilung in den beiden Fällen kaum unterscheidet (Verlauf der Fehler"kurven"). Vergleicht man die Fehlerbeträge, ist festzustellen, daß die auf der Anblock-Theorie beruhenden und nach (58) korrigierten Werte (gestrichelte Linien) größer ausgewiesen werden als die quadratischen Mittelwerte aus  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  ( $G_{\text{BILD}} = E$ ) (kräftig ausgezogene Linien in Abb. 56).

Das Problem des Vergleichs von Genauigkeitsangaben, die nach verschiedenen Verfahren berechnet wurden und auf unterschiedlichen stochastischen Annahmen beruhen, kann hier nicht ausdiskutiert werden.

Die bisherigen Ausführungen sollten im Grunde Mißverständnisse verhindern, die beim direkten Vergleich der Anblock-Ergebnisse dieser Arbeit mit den entsprechenden Angaben in [4] (Ackermann) entstehen könnten. Abb. 56 soll veranschaulichen, wie beide Ergebnisse ineinander übergeführt werden können.

#### 4.4.3 Genauigkeitsvergleich zwischen der Anblock-Methode und der räumlichen Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen

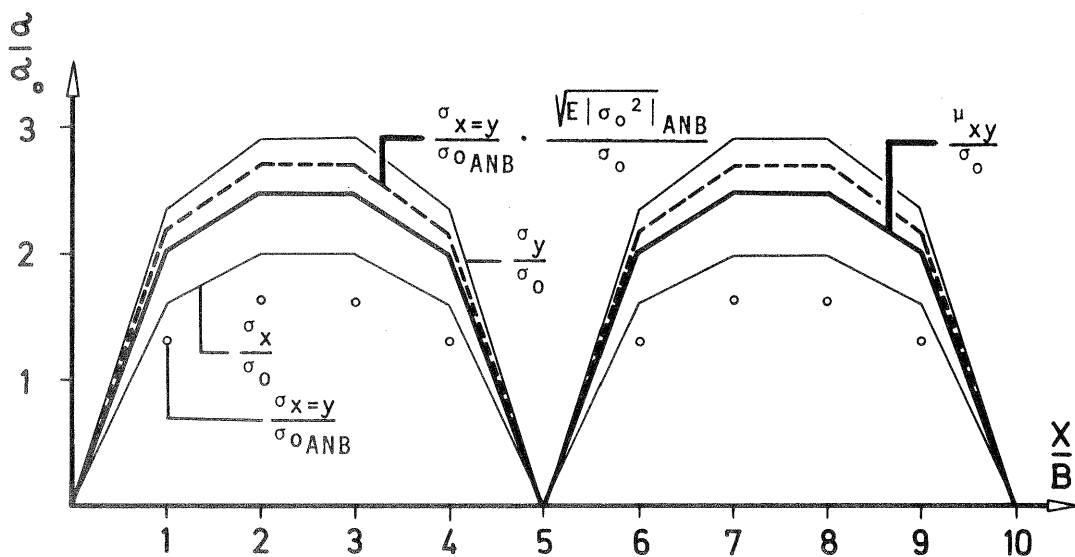
Da die Anblock-Methode nur Lage-Koordinaten liefert, können nur diese mit den Ergebnissen aus der räumlichen Triangulation verglichen werden. In Abb. 43, S. 131 sind die mittleren Koordinatenfehler der Anblock-Methode und verschiedener Verfahren der räumlichen Triangulation mit unabhängigen Modellen gemeinsam dargestellt. Tabelle 27 zeigt außerdem die prozentualen Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Streifentriangulationsverfahren mit unabhängigen Modellen. Aus Abb. 43 und Tabelle 27 ist ersichtlich, daß der freie Streifenbau mit räumlichen unabhängigen Modellen mit anschließender strenger Streifenausgleichung (MOD(FR)STR) für beide Paßpunktfälle und für  $x$  und  $y$  die genauesten Ergebnisse liefert. Die Anblock-Methode und die Methode der direkten Ausgleichung räumlicher unabhängiger Modelle sind demgegenüber in  $x$  ( $y$ ) bei 4 Paßpunkten um 2,2 % (6,5 %) bzw. 3,5 % (1,0 %), bei 6 Paßpunkten um 10,3 % (13,6 %) bzw. 11,0 % (4,7 %) ungenauer. Man erkennt, daß die Anblock-Methode für beide Paßpunktfälle in  $x$  etwas genauer ist (2,2 % - 3,5 % bzw. 10,3 % - 11,0 %) als die direkte Triangulation mit räumlichen unabhängigen Modellen; in  $y$  ist dagegen die Anblock-Methode etwas ungenauer als die räumliche Triangulation (6,5 % - 1,0 % bzw. 13,6 % - 4,7 %).

Insgesamt kann festgestellt werden, daß sich die Genauigkeit der direkten räumlichen Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen und die Genauigkeit der Anblock-Methode kaum nennenswert unterscheiden. Die übrigen Verfahren fallen gegenüber den bisher genannten stark ab (vgl. Abb. 43 und Tabelle 27).

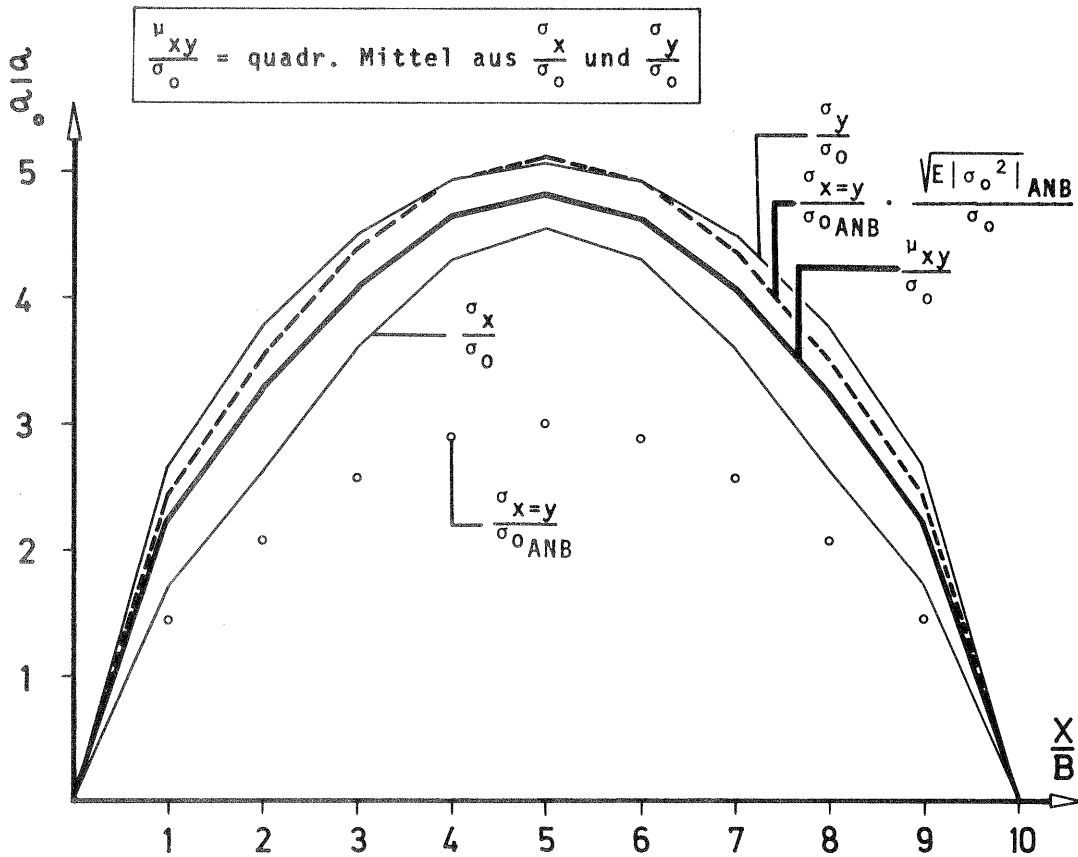
Wegen der Stellung des Anblock-Verfahrens im Rahmen aller hier untersuchten Streifentriangulationsverfahren sei auf den folgenden Abschnitt V, 4.5 verwiesen.

Abb. 56: Genauigkeit der ANBLOCK-Methode

- nach dem übergeordneten stochastischen Modell (siehe I)
- nach der Fehlertheorie der Anblock-Methode
- Ergebnisse aus ○ nach Ebner, auf übergeordnetes stochastisches Modell bezogen (vgl. II, 3.24, Seite 59)



6 Paßpunkte



4 Paßpunkte

TABELLE 27

Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Methoden der Streifentriangulation mit unabhängigen Modellen (räumlich und ANBLOCK)				
ausgedrückt durch prozentuale Unterschiede $p = \frac{\mu_i - \mu_{\text{MOD(FR)STR}}}{\text{MOD(FR)STR}}$ ,				
bezogen auf das genaueste Verfahren MOD(FR)STR (vgl. Tafel 9, Seite 107).				
Verfahren	4 Paßpunkte		6 Paßpunkte	
	x	y	x	y
MOD(FR)STR	0 %	0 %	0 %	0 %
ANBLOCK	2,2 %	6,5 %	10,3 %	13,6 %
MOD(FR)DIR	3,5 %	1,0 %	11,0 %	4,7 %
MOD(ZW)DIR	15,2 %	9,2 %	87,5 %	19,4 %
MOD(FR)POL	-	-	52,3 %	23,0 %
MOD(FR)AHN	117,1 %	55,4 %	-	-

Das Verfahren des freien Streifenaufbaus mit unabhängigen Modellen (ohne Zwangsanschluß in den Projektionszentren) mit anschließender strenger Streifenausgleichung (MOD(FR)STR) ist um p % genauer als die übrigen Verfahren mit unabhängigen Modellen

#### 4.5 Genauigkeitsunterschiede zwischen allen untersuchten Streifentriangulationsverfahren - Zusammenfassende Darstellung

##### 4.5.1 Vorbemerkungen

Zum Abschluß der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen soll nun ein allgemeiner Überblick über die Genauigkeitsunterschiede zwischen allen hier untersuchten Verfahren der Streifentriangulation vermittelt werden (4.52).

Es wird versucht, Aussagen über die relative Genauigkeitsleistung <sup>†</sup>) verschieden strenger Triangulationsverfahren zu erarbeiten. Dabei sollen Fragen erörtert werden wie: Lohnen sich strenge Verfahren der Streifenbildung und -ausgleichung bzw. der direkten Streifentriangulation gegenüber den einfacheren Verfahren der Streifenbildung und -ausgleichung (siehe 4.53) ? Oder: Inwieweit können strengere Verfahren der Streifenbildung kombiniert mit einfacheren Verfahren der Streifenausgleichung einerseits und Kombinationen einfacher Streifenbildungs-, aber strengerer Streifenausgleichungsverfahren andererseits gegeneinander ausgespielt werden (siehe 4.54) ?

Die folgenden Ausführungen stützen sich einerseits auf die zusammenfassenden Darstellungen in Tabelle 28, Seite 163 (quadratische Mittelwerte der Koordinaten-

<sup>†</sup>) Die Betrachtungen innerhalb dieser Arbeit können hierbei allerdings nur Genauigkeitskriterien berücksichtigen. Daß daneben verfahrenstechnische Unterschiede zwischen Verfahren eine große Rolle spielen, sei hier besonders betont.



fehler aller Verfahren im Bildmaßstab in Einheiten von  $\sigma_0$  und prozentuale Genauigkeitsunterschiede aller Verfahren gegenüber der Bündellösung), andererseits auf die Abbildungen 57 - 62, Seiten 164 ff., in denen die mittleren Koordinatenfehler längs des 10-Modell-Streifens für alle Verfahren zusammengezeichnet sind.

Es sei nochmals erwähnt, daß die Ergebnisse auf der Annahme gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten beruhen. Die ermittelten Genauigkeitsunterschiede dürften nach den Erfahrungen in V, 3. Extremwerte darstellen. Für korrelierte Bildkoordinaten (zum Beispiel  $G_{\text{BILD}} = G_I$ , Tafel 5, S. 78) verringern sich die prozentualen Unterschiede zwischen den Triangulationsverfahren (Tabelle 28, Seite 163) beträchtlich (etwa auf die Hälfte bei  $G_I$ !). Bei wertenden Aussagen wird dies zu beachten sein.

Die Genauigkeitsrangfolge der Verfahren bzw. die Genauigkeitsverteilung längs eines Streifens werden nur geringfügig von verschiedenen Fehlerannahmen im Bild beeinflußt (vgl. V, 3.31, S. 112) und Abb. 32, S. 114 bzw. V, 3.4, S. 117 und Abb. 35 - 39, S. 121 ff.). So kann erwartet werden, daß Tabelle 28, Seite 163 über die Rangfolge der Verfahren und die Abbildungen 57 - 62, S. 164 ff. über die Genauigkeitsverteilung bei den verschiedenen Verfahren recht zuverlässigen Aufschluß geben.

#### 4.5.2 Allgemeine Diskussion der Genauigkeitsunterschiede zwischen allen untersuchten Streifentriangulationsverfahren

##### 4.5.2.1 Unterschiede in der Höhengenaugigkeit (Z)

Aus Tabelle 28, S. 163 ist ersichtlich, daß die geringsten Unterschiede zwischen den Triangulationsverfahren bei den mittleren Koordinatenfehlern in Z auftreten (vgl. auch Abb. 59 und Abb. 62, S. 166 bzw. 169).

Lediglich die prozentualen Abweichungen für den klassischen Folgebildanschluß (FB(Z)) gegenüber der Bündellösung fallen mit 8 und 9 % bzw. 26 und 30 % (für 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte) aus dem Rahmen der übrigen Verfahren mit 1 - 4 % bzw. 7 - 19 % (vgl. Tabelle 28!).

Es fällt auf, daß die Genauigkeitsunterschiede zwischen der direkten Triangulation mit Bündeln und den übrigen, weniger strengen Triangulationsverfahren bei 6 Vollpaßpunkten deutlich größer sind als bei 4 Paßpunkten (bis 30 % gegenüber bis 9 %). Dieses Ergebnis entspricht unmittelbar der Erwartung: Je geringer die Redundanz in einer Ausgleichungsaufgabe, umso weniger deutlich können strengere Verfahren das Ergebnis verbessern (Beispiel: Polygonzug; vgl. auch Bemerkung Seite 141).

##### 4.5.2.2 Genauigkeitsunterschiede in X

Tabelle 28, S. 163 zeigt bei den mittleren Koordinatenfehlern in X (Streifenlängsrichtung) wesentlich größere Unterschiede zwischen den Triangulationsverfahren als in Z (vgl. auch Abb. 57 mit 59 und 60 mit 62, S. 164 ff.).

Bei den Streifenbildungsverfahren schneidet der klassische Folgebildanschluß besonders schlecht ab (4 Paßpunkte: Bei strenger Streifenausgleichung: 46 % gegenüber 1 - 13 %, bei räumlicher Ähnlichkeitstransformation: 232 % (!) gegenüber

115 - 146 % / 6 Paßpunkte: Bei strenger Streifenausgleichung: 70 % gegenüber 9 - 28 %, bei Polynomen 2. Grades: 175 % gegenüber 68 - 94 %); vgl. V, 4.2.2, S. 140.

Bei den Streifenausgleichungsverfahren liegt die strenge Streifenausgleichung bei 4 Vollpaßpunkten wesentlich günstiger (1 - 46 %) als die räumliche Ähnlichkeitstransformation (115 - 232 %) und bei 6 Vollpaßpunkten günstiger (9 - 70 %) als die Polynomausgleichung 2. Grades (68 - 175 %); vgl. V, 4.1, S. 128.

Vergleicht man die sich entsprechenden Verfahren für 4 und 6 Vollpaßpunkte (direkte Triangulationen und Streifenbildungen mit anschließender strenger Streifen- ausgleichung), findet man die Aussagen im letzten Absatz von 4.521 bestätigt, wo- nach sich die Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Verfahren umso ge- ringer ergeben, je kleiner die Redundanz in einer Ausgleichungsaufgabe ist.

#### 4.5.2.3 Genauigkeitsunterschiede in Y

Die Genauigkeitsunterschiede zwischen den Triangulationsverfahren in Y (Streifen- querrichtung) sind, abgesehen von wenigen Ausnahmen (zum Beispiel FB(3XYZ) und FB(3Z)), geringer als in X, aber deutlich größer als in Z (siehe Tabelle 28, Sei- te 163 sowie die Abbildungen 58 - 62, S.165 ff.).

Bei den Streifenbildungsverfahren fällt vor allem auf, daß die beiden modifizier- ten Verfahren des Folgebildanschlusses (FB(3XYZ) und FB(3Z)) ungenauere Ergebnis- se liefern als der klassische Folgebildanschluß (vgl. auch V, 4.2).

Die Überlegenheit der strengen Streifenausgleichung über die räumliche Ähnlich- keitstransformation (4 Paßpunkte) und die Polynomausgleichung 2. Grades (6 Paß- punkte) kommt auch hier (wie bei X!) deutlich zum Ausdruck (2 - 19 % (STR) gegen- über 59 - 124 % (AHN) bzw. 5 - 28 % (STR) gegenüber 29 - 64 % (POL)); vgl. auch V, 4.1.

Im übrigen sind die Genauigkeitsunterschiede zwischen den Verfahren bei 4 Paß- punkten kleiner als bei 6 Paßpunkten (wie in 4.5.2.1 und 4.5.2.2).

#### 4.5.3 Strenge Streifentriangulationsverfahren im Gegensatz zu einfacheren Ver- fahren der Streifenbildung und -ausgleichung

Die Frage, ob sich strengere Verfahren der Streifentriangulation gegenüber einfa- cheren Verfahren der Streifenbildung und -ausgleichung lohnen, kann nicht behan- delt werden, ohne vorherige Definition, welche der untersuchten Verfahren zu den strengen, welche zu den einfacheren gezählt werden sollen.

Nach Ackermann [2] heißt eine Ausgleichung streng, "wenn sie im Rahmen eines hin- reichend allgemeinen, als Referenz dienenden mathematischen und stochastischen Modells nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgt." Dabei ist "die Strenge einer Ausgleichung stets nur in Bezug auf gegebene Modelle definiert."

Am übergeordneten mathematischen Modell der vorliegenden Arbeit (vgl. I) gemes- sen, sind nur die direkte Streifentriangulation mit Bündeln und, bei den Strei- fenbildungsverfahren, nur der freie Streifenaufbau mit Bündeln als strenge Ver- fahren zu bezeichnen (vgl. II, 2.1).

Die direkten Streifentriangulationsverfahren mit räumlichen und ebenen unabhängi- gen Modellen (vgl. II, 2.2 und II, 2.3) sind im Sinne des übergeordneten mathema-

tischen Modells (vgl. I) zu den Näherungsverfahren zu rechnen: Sie gehen von einem vereinfachten stochastischen Ansatz (Modell- statt Bildkoordinaten) aus und arbeiten mit einfacheren Funktionalmodellen (Bildpaare statt Bündel). - Im Sinne der Fehlertheorie der unabhängigen Modelle sind die Verfahren jedoch ebenfalls als streng zu bezeichnen.

Sämtliche Aeropolygonverfahren (vgl. II, 2.4) sind zu den Näherungs- oder einfacheren Verfahren der Streifenbildung zu rechnen. Sie gehen zwar direkt oder indirekt von Bildkoordinaten aus und benützen insofern das übergeordnete stochastische Modell (vgl. I) als Grundlage, beim Triplet- bzw. Bildanschluß werden jedoch Vernachlässigungen in stochastischer und funktionaler Hinsicht in Kauf genommen ("fehlerfreie" Anschlußparameter, zum Teil Vernachlässigung von Schnittbedingungen).

Die sogenannte strenge Streifenausgleichung (siehe II, 2.5) gilt im Zusammenhang mit dem übergeordneten mathematischen Modell dieser Arbeit (vgl. I) nicht als streng: Sie leitet die Fehlereigenschaften der freien Streifenkoordinaten aufgrund vereinfachter Annahmen über Modellverknüpfungen ab, verfolgt also nicht die Fehlerfortpflanzung von den Bildkoordinaten aus. - Im Sinne der Fehlertheorie nach Vermeir (siehe Ackermann [3]) handelt es sich jedoch um eine strenge Streifenausgleichung.

Die übrigen untersuchten Verfahren der Streifenausgleichung (Polynome 2. Grades, räumliche Ähnlichkeitstransformation) sind zu den einfacheren Verfahren zu rechnen, da sie von sehr einfachen mathematischen Modellen ausgehen (Interpolation!).

Nach diesen Ausführungen wird definiert:

### 1 Direkte Streifentriangulation

- 11 streng: Bündellösung (BÜ DIR)
- 12 einfacher: Triangulation mit räumlichen und ebenen unabhängigen Modellen (MOD(FR)DIR und MOD(ZW)DIR bzw. ANBLOCK).

### 2 Streifenbildungsverfahren

- 21 streng: Bündellösung (BÜ)
- 22 einfacher: Aeropolygonverfahren (TR, FB(3XYZ), FB(3Z), FB(Z)), freier Streifenaufbau mit unabhängigen Modellen (MOD(FR)).

### 3 Streifenausgleichungsverfahren

- 31 streng: "Strenge" Streifenausgleichung (STR)
- 32 einfacher: Polynomausgleichung 2. Grades (POL, POLKON) räumliche Ähnlichkeitstransformation (AHN)

Entsprechend dieser Aufstellung soll die Frage diskutiert werden, ob strenge Verfahren einfacheren Verfahren der Streifentriangulation vorzuziehen sind, wobei hier lediglich Genauigkeitsunterschiede, nicht aber verfahrenstechnische Unterschiede zwischen den Verfahren in Betracht gezogen werden können.

#### 4.5.3.1 Direkte Streifentriangulation (vgl. Tabelle 28, S. 163)

Unter den direkten Streifentriangulationsverfahren liefert die Bündellösung (als strenges Verfahren) in X um ca. 20 bzw. 40 % (4 bzw. 6 Vollpaßpunkte), in Y um ca. 10 bzw. 20 % und in Z um ca. 1 bzw. 10 % genauere Ergebnisse als die Triangulationsverfahren mit unabhängigen Modellen. Die Version MOD(ZW)DIR fällt allerdings mit ca. 30 bzw. 140 % in X, 15 bzw. 30 % in Y und 2 bzw. 11 % in Z (jeweils für 4 bzw. 6 Vollpaßpunkte) gegenüber der Bündellösung deutlich ab.

Die Unterschiede sind beträchtlich, wenn man bedenkt, daß auch die Verfahren mit unabhängigen Modellen im weiteren Sinn zu den "strengen" Verfahren gezählt werden können (siehe einleitende Gedanken zu 4.5.3!).

Die Unterschiede zwischen den Verfahren scheinen mit steigender Paßpunktdichte zuzunehmen (vgl. 4.5.2.1 - 4.5.2.3!).

#### 4.5.3.2 Streifenbildungsverfahren (vgl. Tabelle 28, S. 163)

Die Streifenbildungsverfahren wurden in V, 4.2 ausführlich diskutiert. Bemerkenswert ist hierbei vor allem, daß alle einfacheren Verfahren der Streifenbildung (außer dem klassischen Folgebildanschluß) innerhalb von ca. 20 % Abweichung gegenüber der strengen Streifenbildung mit Bündeln bleiben. Besonders hervorzuheben ist das hervorragende Abschneiden der Tripletlösung, die, wie Mikhail [25] vermutet hat, praktisch gleich genaue Ergebnisse liefert wie die viel aufwendigere Bündellösung. Allerdings liefern auch die modifizierten Verfahren des Folgebildanschlusses kaum schlechtere Ergebnisse.

Die Frage, welches Streifenbildungsverfahren angewandt werden soll, kann deshalb im wesentlichen aufgrund verfahrenstechnischer Argumente entschieden werden. Von Genauigkeitsüberlegungen her sollte jedoch der klassische Folgebildanschluß FB(Z) zugunsten der modifizierten Verfahren (FB(3XYZ), besser: FB(3Z)) oder der Tripletlösung verlassen werden.

#### 4.5.3.3 Streifenausgleichungsverfahren (vgl. Tabelle 28, S. 163)

In V, 3.4.1 und 4.1 wurden die Streifenausgleichungsverfahren schon eingehend behandelt. In V, 3.4.1 wurde festgestellt, daß die beiden Polynomansätze (konform und nicht konform) von der Genauigkeit her praktisch als gleichwertig zu betrachten sind (siehe Seite 117). Die Überlegenheit der nach Vermeir strengen Streifenausgleichung über die einfacheren Verfahren (Polynome, räumliche Ähnlichkeitstransformation) geht aus Tabelle 18, S. 117, Tabelle 19, S. 118 und Tabelle 22, S. 128 deutlich hervor.

Die "Strenge" der strengen Streifenausgleichung kann sehr gut abgeschätzt werden, wenn man in Tabelle 28, S. 163 die Ergebnisse der direkten Bündeltriangulation mit denjenigen der Streifenbildung mit Bündeln bei anschließender strenger Streifenausgleichung vergleicht. Die geringen Abweichungen von 1 - 2 % bei 4 Paßpunkten und 5 - 9 % bei 6 Paßpunkten (jeweils X bis Z!) zeigen, daß die Theorie Vermeir dem auf Bildkoordinaten bezogenen übergeordneten mathematischen Modell (vgl. I) sehr nahe kommt.

#### 4.5.3.4 Betrachtung über die Genauigkeitsunterschiede zwischen mehr oder weniger "strengen" Verfahren der Streifentriangulation - Gegenüberstellung mit einfacheren Verfahren -

Bisher wurden direkte Triangulationsverfahren, Streifenbildungs- und Streifenausgleichungsverfahren jeweils getrennt betrachtet (4.5.3.1 - 4.5.3.3). Nun scheint im Sinne einer allgemeineren Wertung der Verfahren die Frage interessant zu sein: Lassen sich alle untersuchten Verfahren in zwei Gruppen aufgliedern, wobei die eine Gruppe aus mehr oder weniger "strengen" Verfahren zu bilden wäre, die andere Gruppe aus den übrigen "einfacheren" Verfahren?

Bei Betrachtung der Tabelle 28, S. 163 bieten sich zwei "Trennlinien" unmittelbar an, die für 4 und 6 Paßpunkte zwischen ein und denselben Verfahren gezogen werden können. Den Ausschlag für die deutliche Trennung geben die großen Genauigkeitsunterschiede zwischen der "strengerer Streifenausgleichung" und den einfacheren Streifenausgleichungsverfahren. Unterschiede in der Strenge der Streifenbildungsverfahren treten demgegenüber in den Hintergrund.

Tabelle 28 zeigt, daß die direkten Streifentriangulationsverfahren (außer MOD(ZW)DIR) gemeinsam mit den frei gebildeten (außer FB(Z)) und durch strenge Streifenausgleichung eingepaßten Streifen eine Gruppe bilden. Dabei liegen die direkten Triangulationsverfahren mit unabhängigen Modellen etwa gleich auf mit den Kombinationen: Streifenbildung durch Folgebildanschluß mit vollem Koordinatenanschluß in 3 Punkten (FB(3XYZ)) bzw. Anschluß an die Höhen dreier Punkte (FB(3Z)) bei anschließender strenger Streifenausgleichung (die Unterschiede in X und Y heben sich etwa gegenseitig auf). Die Verfahren mit Bündeln oder Triplets sind den eben genannten Verfahren gegenüber noch um ca. 10 % überlegen.

In die zweite Gruppe der "einfacheren" und deutlich ungenaueren Verfahren (vgl. Tabelle 28) fallen alle übrigen Streifentriangulationsverfahren.

Die Ergebnisse des Abschnittes 4.5.3 seien nun wie folgt zusammengefaßt: Die exakte Aufgliederung der Triangulationsverfahren in strenge = genauere und einfachere = ungenaue Verfahren ist nicht möglich. Eine Aufspaltung in strenge und einfachere Verfahren bereitet vor allem deshalb Schwierigkeiten, weil Kombinationen von strenger bzw. einfacher Streifenbildung und strenger bzw. einfacher Streifenausgleichung auftreten. Trotzdem lassen sich zwei große Gruppen unterscheiden, deren Trennung aber nicht nach den Begriffen "streng" und "einfacher", sondern eher nach "genauer" und "weniger genau" erfolgen kann. Die Triangulationsverfahren mit unabhängigen Modellen (ANBLOCK und räumlich außer MOD(ZW)DIR)) liegen hierbei innerhalb der "genaueren" Gruppe.

#### 4.5.4 Gegenseitige Ersetzbarkeit von strenger Streifenbildung/einfacher Streifenausgleichung und einfacher Streifenbildung/strenger Streifenausgleichung in Bezug auf die Genauigkeit des Gesamtergebnisses

Die Antwort auf die Frage der gegenseitigen Ersetzbarkeit strenger/einfacher Streifenbildung und einfacher/strenger Streifenausgleichung ist in Abschnitt 4.53 praktisch schon dadurch vorweggenommen worden, daß eine Trennung der Verfahren in "genaue" und "weniger genaue" etwa zwischen "strengen" und den "einfacheren" Verfahren der Streifenausgleichung gezogen werden muß.

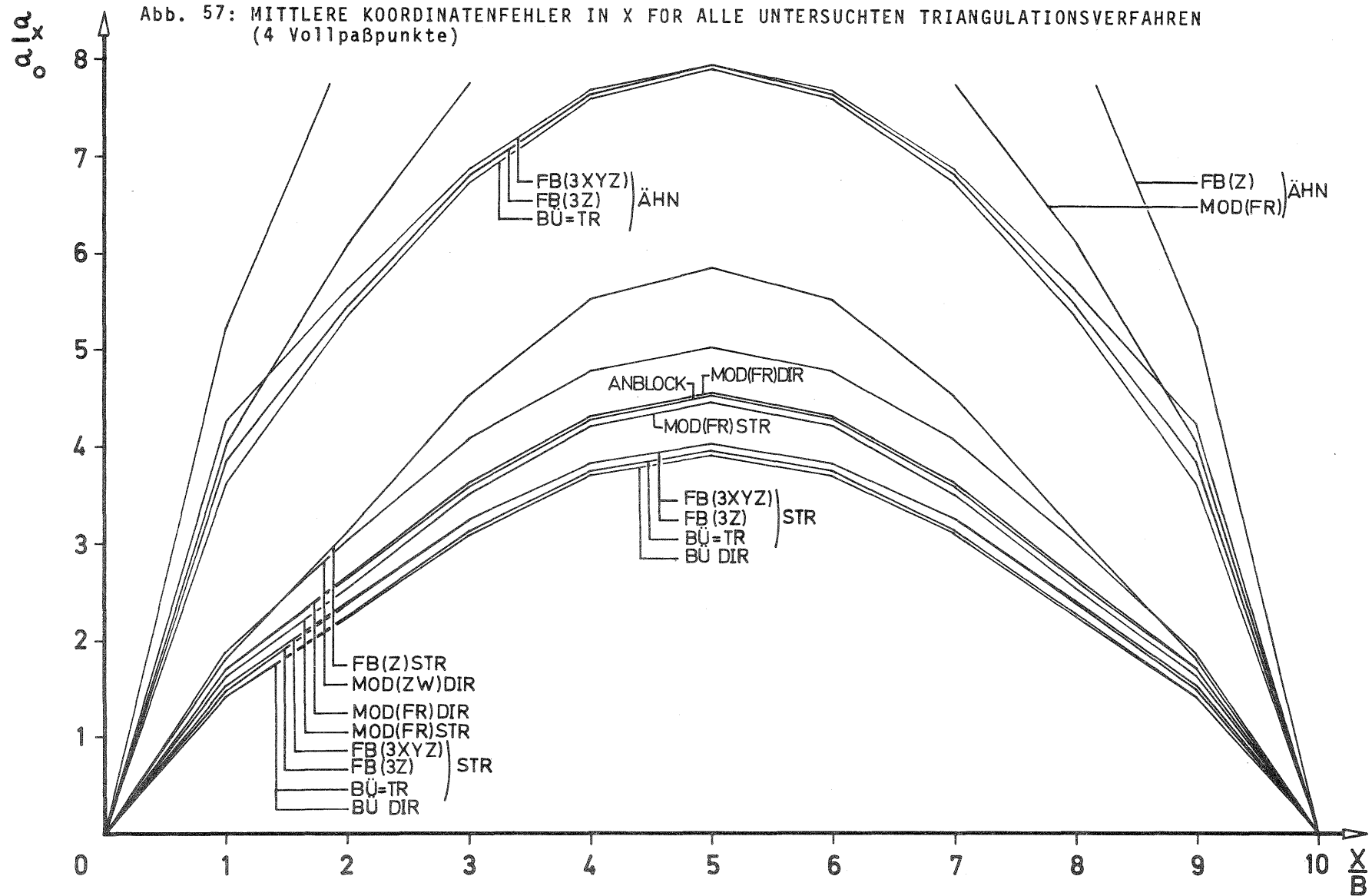
Es gibt kaum Überlappungsgebiete der infrage kommenden Kombinationen von Streifenbildungs- und -ausgleichungsverfahren. Der Grund dafür liegt darin, daß sich die Genauigkeitsunterschiede in den Streifenausgleichungsverfahren wesentlich stärker auf das Endergebnis auswirken als die Genauigkeitsunterschiede zwischen den Streifenbildungsverfahren (vgl. Tabelle 28, S. 163).

Gegenseitig austauschbar sind lediglich (bei dem Fall der Ausgleichung auf 6 Paßpunkte) die Streifenbildung nach dem klassischen Folgebildanschluß, kombiniert mit der strengen Streifenausgleichung gegen die Streifenbildung mit Bündeln oder Triplets, kombiniert mit der Polynomausgleichung 2. Grades. Die beiden Endergebnisse dieser Kombinationen sind praktisch identisch, liegen aber ihrer Genauigkeit nach deutlich unterhalb der ersten "genaueren" Gruppe von Streifentriangulationsverfahren (vgl. 4.5.3.4).

Damit sei die Diskussion der Ergebnisse der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen abgeschlossen. Der Abschnitt 4.5 sollte einen Überblick über die Genauigkeitsunterschiede aller untersuchten Triangulationsverfahren vermitteln, wobei sich die Ergebnisse auf gleich genaue und unkorrelierte Bildkoordinaten bezogen. Im Schlußkapitel VI folgt eine Wertung der Ergebnisse, wobei Aussagen über den vermutlichen Gültigkeitsbereich der Vergleiche gemacht werden.

TABELLE 28

GEGENÜBERSTELLUNG DER GENAUIGKEIT ALLER UNTERSUCHTEN STREIFENTRIANGULATIONSVERFAHREN - Ausgeglichene Streifenkoordinaten -				$G_{\text{BILD}} = E$			
Triangulationsverfahren		Quadratische Mittelwerte <sup>†</sup> ) der Koordinatenfehler der Randpunkte in Einheiten von $\sigma_0$			Prozentualer Unterschied <sup>††</sup> ) gegenüber der Bündellösung (Randpunkte)		
		$\bar{\mu}_{R_x}$	$\bar{\mu}_{R_y}$	$\bar{\mu}_{R_z}$	X	Y	Z
- 4 Vollpaßpunkte							
1	Bündel direkt	2,91	3,75	11,04	0	0	0
2	Unabh. Modelle, frei, direkt	3,42	3,95	11,13	17 %	5 %	1 %
3	Unabh. Modelle, Zwang, direkt	3,80	4,28	11,23	31	15	2
4	Anblock	3,38	4,17	-	16	11	-
5	Bündel, str.Streifenausgl.	2,94	3,82	11,23	1	2	2
6	Triplet "	2,95	3,86	11,24	1	3	2
7	Folgebild(3XYZ) "	3,04	4,48	11,38	4	19	3
8	Folgebild(3Z) "	3,02	4,32	11,37	4	15	3
9	Folgebild(Z) "	4,26	4,29	11,98	46	14	8
10	Unabh. Mod. frei "	3,30	3,91	11,40	13	4	3
11	Bündel räuml.Ähnl.Transf.	6,26	5,94	11,24	115	59	2
12	Triplet "	6,26	6,04	11,25	115	61	2
13	Folgebild(3XYZ) "	6,46	8,39	11,41	122	124	3
14	Folgebild(3Z) "	6,34	6,93	11,38	118	85	3
15	Folgebild(Z) "	9,67	6,55	12,02	232	75	9
16	Unabh. Mod. frei "	7,18	6,08	11,42	146	62	4
- 6 Vollpaßpunkte							
1	Bündel direkt	1,28	2,13	4,32	0	0	0
2	Unabh. Modelle, frei, direkt	1,81	2,44	4,63	42 %	14 %	7 %
3	Unabh. Modelle, Zwang, direkt	3,05	2,78	4,81	139	30	11
4	Anblock	1,80	2,64	-	41	24	-
5	Bündel str.Streifenausgl.	1,39	2,24	4,68	9	5	8
6	Triplet "	1,39	2,26	4,69	9	6	8
7	Folgebild(3XYZ) "	1,54	2,64	5,06	21	24	17
8	Folgebild(3Z) "	1,50	2,73	5,09	18	28	18
9	Folgebild(Z) "	2,17	2,53	5,45	70	19	26
10	Unabh. Mod. frei "	1,63	2,33	4,87	28	9	13
11	Bündel Pol.Ausgl.2.Grades	2,14	2,76	4,80	68	29	11
12	Triplet "	2,14	2,79	4,80	68	31	11
13	Folgebild(3XYZ) "	2,29	3,49	5,15	80	64	19
14	Folgebild(3Z) "	2,24	3,40	5,16	76	59	19
15	Folgebild(Z) "	3,51	3,22	5,63	175	51	30
16	Unabh. Mod. frei "	2,48	2,86	4,99	94	34	16
<sup>†</sup> ) siehe IV, 3., Seite 101 <sup>††</sup> ) siehe V, 2., Seite 105							



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107



Abb. 58: MITTLERE KOORDINATENFEHLER IN Y FOR ALLE UNTERSUCHTEN TRIANGULATIONSVERFAHREN  
(4 Vollpaßpunkte)

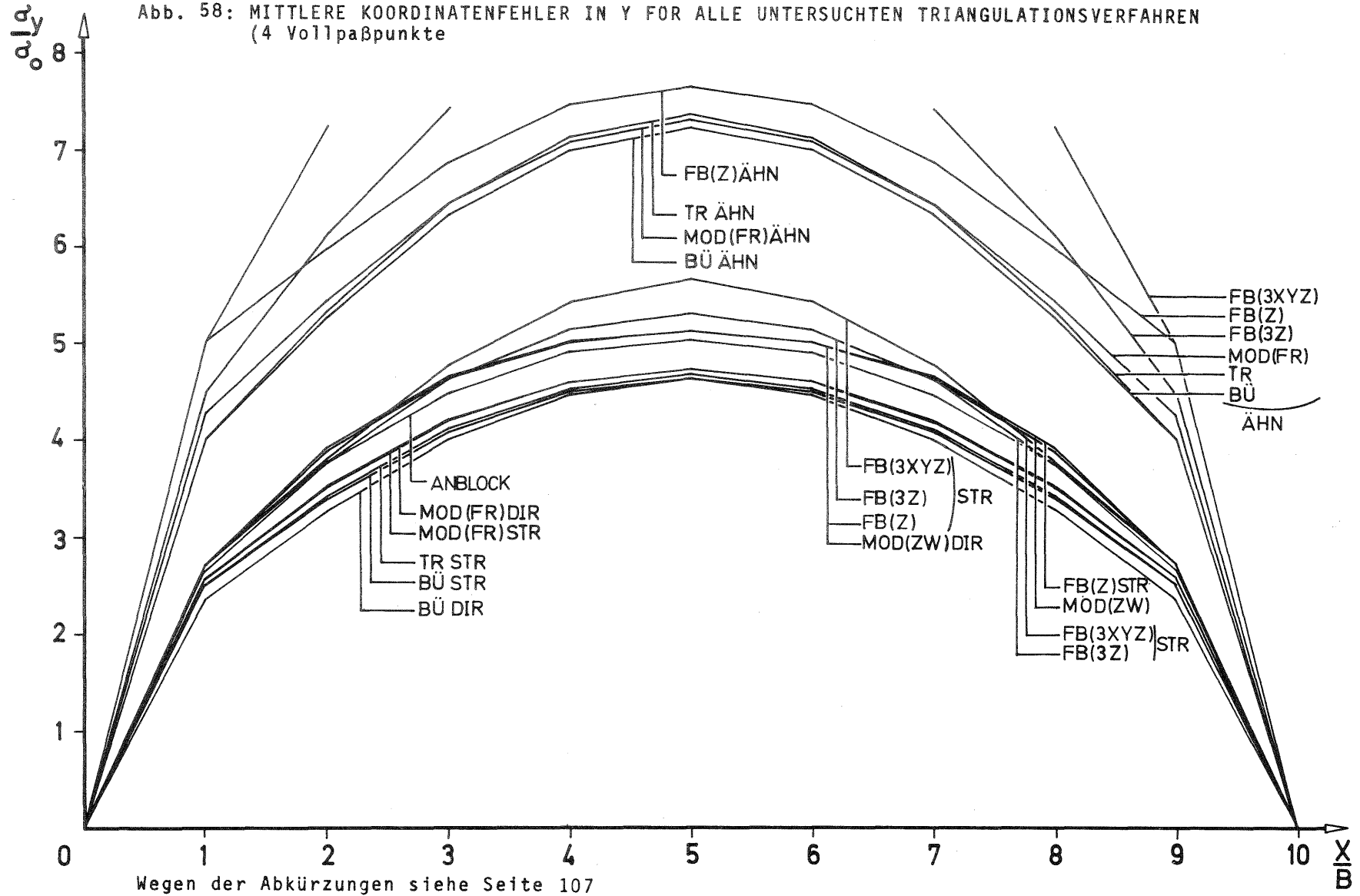


Abb. 59: MITTLERE KOORDINATENFEHLER IN Z FOR ALLE UNTERSUCHTEN TRIANGULATIONSVERFAHREN  
(4 Vollpaßpunkte)

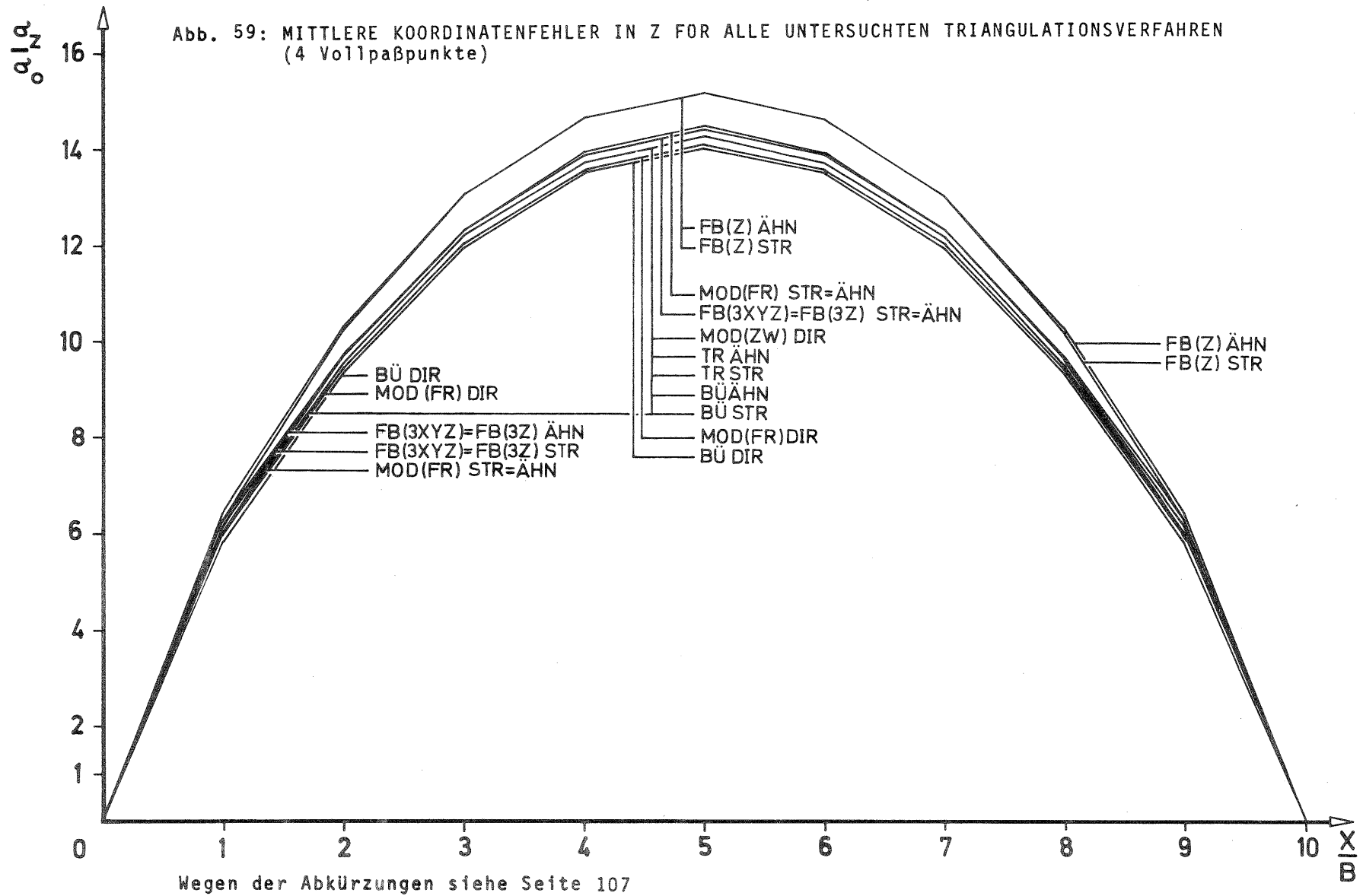
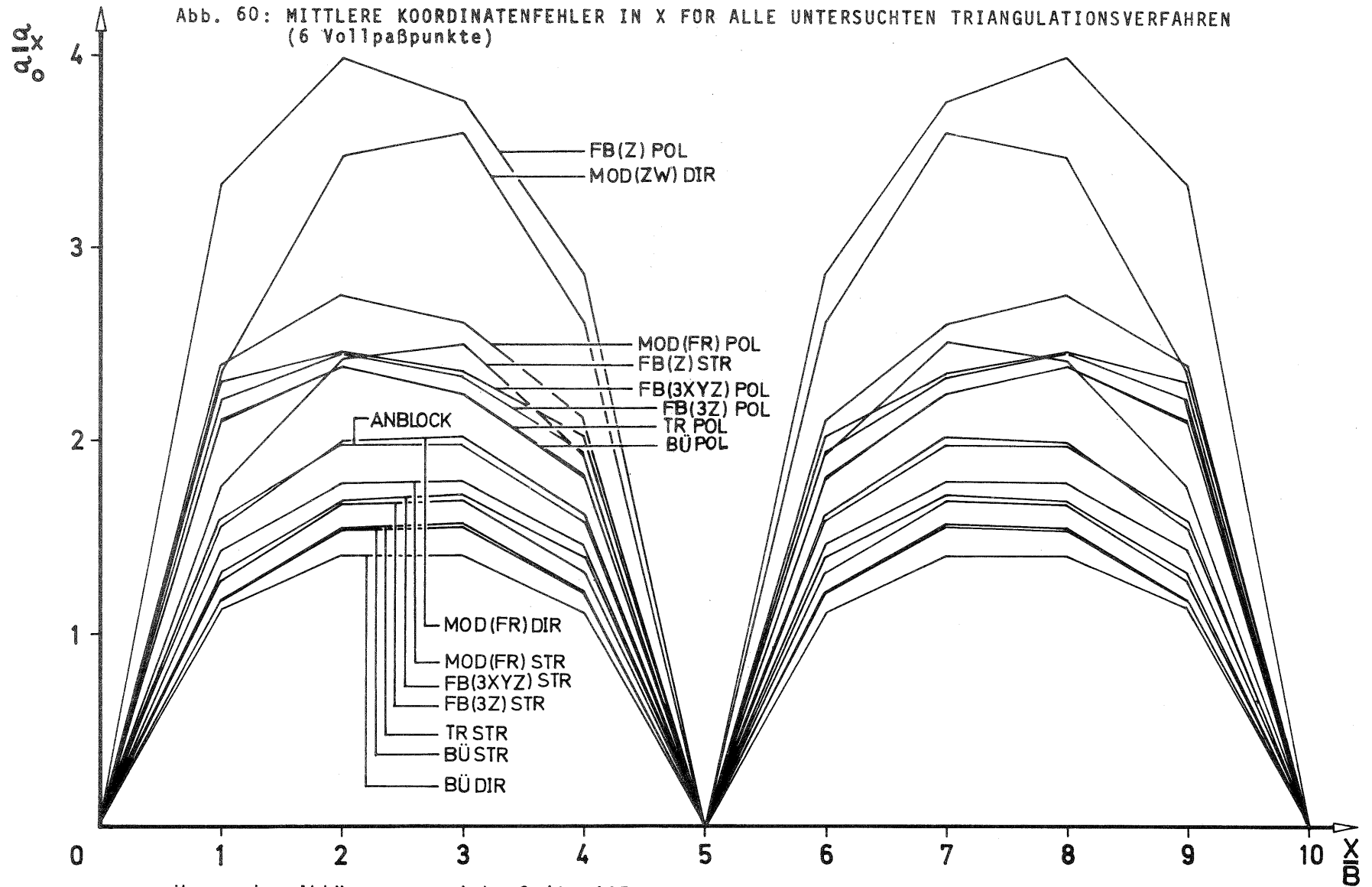


Abb. 60: MITTLERE KOORDINATENFEHLER IN X FOR ALLE UNTERSUCHTEN TRIANGULATIONSVERFAHREN  
(6 Vollpaßpunkte)



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

Abb. 61: MITTLERE KOORDINATENFEHLER IN Y FOR ALLE UNTERSUCHTEN TRIANGULATIONSVERFAHREN  
(6 Vollpaßpunkte)

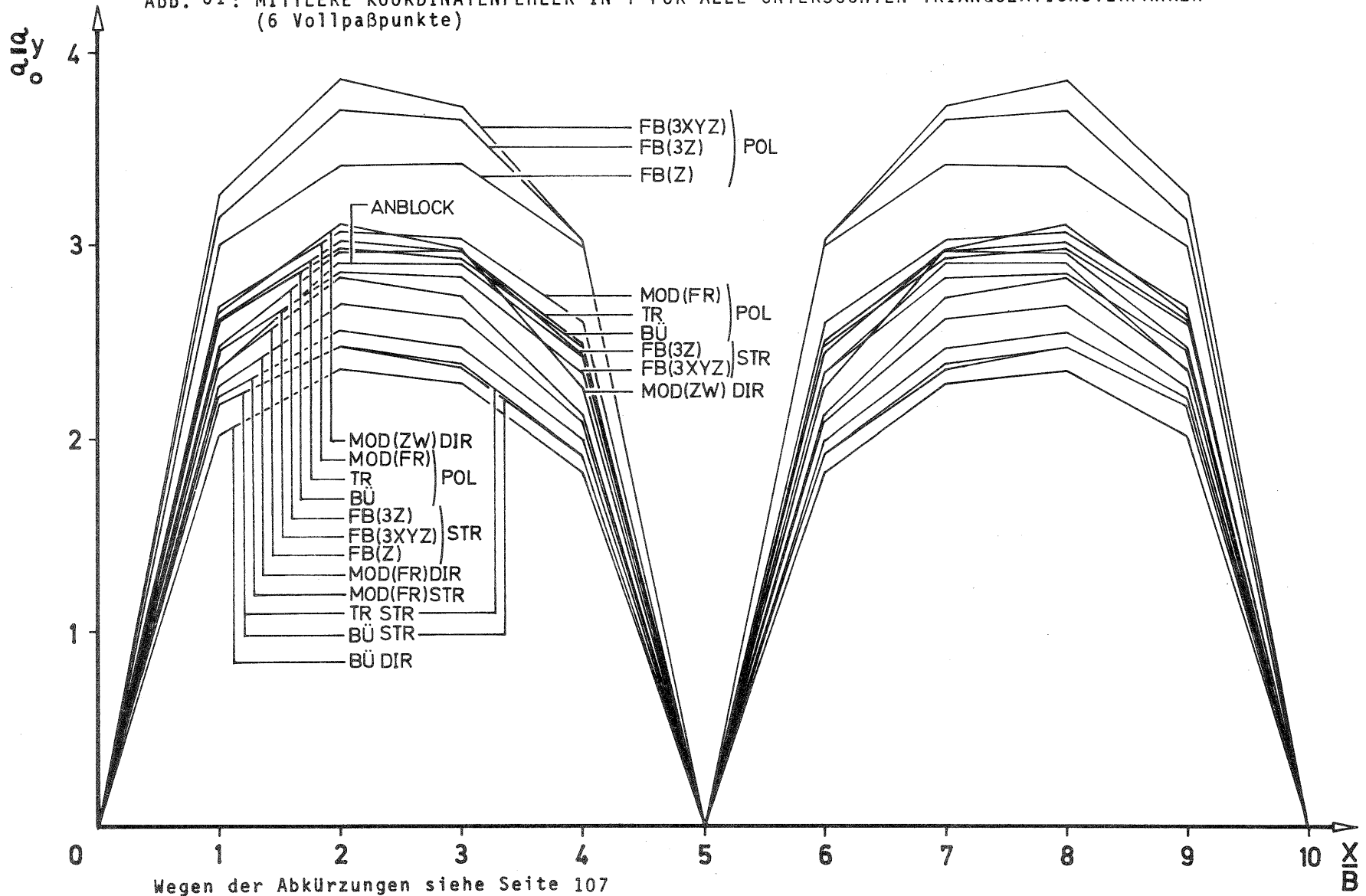
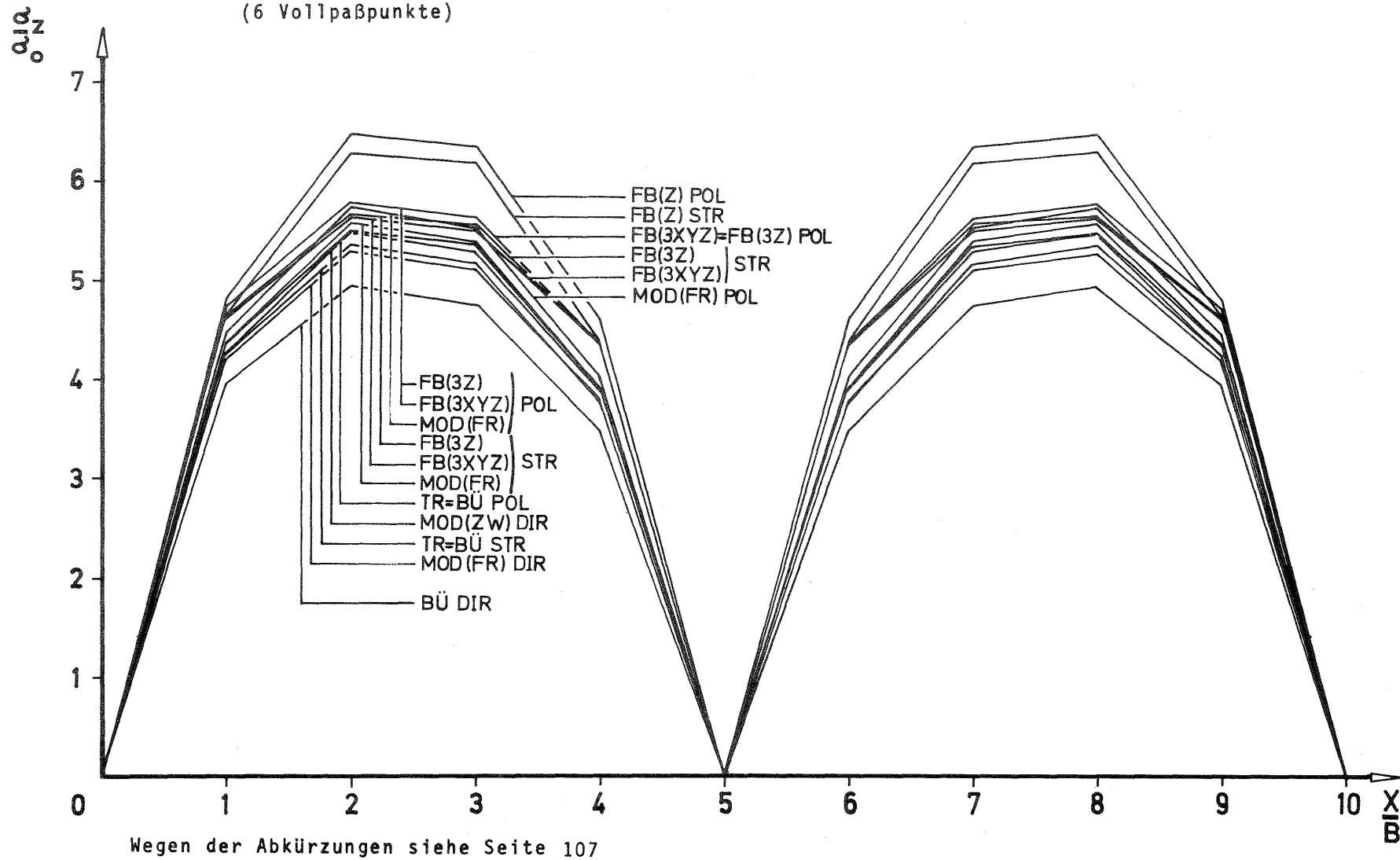


Abb. 62: MITTLERE KOORDINATENFEHLER IN Z FOR ALLE UNTERSUCHTEN TRIANGULATIONSVERFAHREN  
(6 Vollpaßpunkte)



Wegen der Abkürzungen siehe Seite 107

## VI. Wertung der Ergebnisse und Schlußwort

Bei der Beurteilung der Leistungsfähigkeit verschiedener Triangulationsverfahren spielen zwei Gesichtspunkte eine wesentliche Rolle: Einerseits die verfahrenstechnische Eignung (zum Beispiel Rechenaufwand, Anpassungsfähigkeit an die Kontrolldaten, erforderliche Speicherkapazität, eventuell Anwendbarkeit in bestimmten Rechenanlagen, Fehlersuche) und andererseits die Genauigkeitsleistung.

Während die rechentechnische Eignung verschiedener Verfahren der Streifentriangulation aufgrund theoretischer Vorüberlegungen und praktischer Erprobung als weitgehend geklärt gelten kann, weiß man über die relativen Genauigkeitsleistungen der Verfahren bisher zu wenig.

Die vorliegende Arbeit hat versucht, diese Lücke zu schließen, indem sie die Genauigkeitsleistungen der wichtigsten Streifentriangulationsverfahren fehlertheoretisch miteinander verglichen hat.

Theoretische Untersuchungen führen in der Regel rascher zum Ziel als meist aufwendige praktische Versuche. Bei theoretischen Verfahren ist man jedoch gezwungen, die wirklichen Verhältnisse durch Modellansätze zu beschreiben.

Die Aussagekraft theoretischer Ergebnisse hängt daher entscheidend von der Güte der zugrundegelegten funktionalen und stochastischen Modelle ab. Bei der hier gewählten fehlertheoretischen Untersuchungsmethode liegt das Hauptproblem in der Wahl eines zweckmäßigen übergeordneten mathematischen Modells (siehe I). Gelingt es, alle Verfahren auf ein übergeordnetes Modell zu beziehen, lassen sich ihre Genauigkeitsleistungen unmittelbar miteinander vergleichen. Die eigentlichen Genauigkeitsuntersuchungen beruhen dann darauf, die Endergebnisse der Aerotriangulation (hier ausgeglichene Streifenkoordinaten) für jedes untersuchte Triangulationsverfahren als Funktion der zugrundegelegten stochastischen Größen (hier Bildkoordinaten) auszudrücken und anschließend das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz anzuwenden (siehe II).

Die nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ermittelten Ergebnisse entsprechen dann der Wirklichkeit, wenn die Vernachlässigungen im funktionalen und im stochastischen Modell im Rahmen der geforderten Genauigkeit als tragbar gelten können. Bisher ging man bei theoretischen Genauigkeitsuntersuchungen in der Regel von einfachen stochastischen Voraussetzungen aus (keine Korrelation, gleiche Genauigkeit), ohne im einzelnen zu prüfen, inwiefern sich Vernachlässigungen im stochastischen Ansatz auf die Genauigkeitsergebnisse auswirken.

Bei vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen ist die Frage der Fehlereigenschaften der gemeinsamen Ausgangsdaten allerdings nicht so kritisch wie bei Untersuchungen, die die Absolutgenauigkeit von Verfahren auf theoretischem Weg erbringen sollen. So wurde hier der Hauptteil der Untersuchungen unter der Annahme gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten durchgeführt.

Um jedoch Aussagen auch über den Gültigkeitsbereich der vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen machen zu können, wurden bei einem Teil der Genauigkeitsberechnungen allgemeinere Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten zugrundegelegt (Korrelation, siehe III).

Die Interpretation der Ergebnisse (siehe V) zeigt nun, daß es bei vergleichenden Genauigkeitsuntersuchungen nicht genügt, alle Verfahren von einer gemeinsamen mathematischen Grundlage aus zu vergleichen, um gültige Aussagen über Genauigkeitsunterschiede zu erhalten: Unkorrelierte stochastische Ausgangsgrößen liefern bei vergleichenden Untersuchungen Extremwerte für die Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Verfahren. Mit wachsender Korrelation der stochastischen Größen nehmen diese Genauigkeitsunterschiede ab.

In Bezug auf den Gültigkeitsbereich der vergleichenden Aussagen bedeutet dies, daß Genauigkeitsunterschiede zwischen verschiedenen Verfahren, die sich auf der Grundlage gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten ergeben, in der Praxis wohl mit Sicherheit nicht überschritten werden, daß aber korrelierte Bildkoordinaten die Unterschiede zwischen den Verfahren beträchtlich herabdrücken können (für die Beispiele aus III bis auf etwa die Hälfte).

Man müßte also die Verhältnisse bei praktischen Triangulationen berücksichtigen, um den Streubereich der Genauigkeitsunterschiede infolge verschiedener stochastischer Voraussetzungen besser abschätzen zu können. Zwei Möglichkeiten bieten sich hierzu an:

1. Ermittlung realistischer Angaben über die Fehlereigenschaften von Bildkoordinaten durch praktisch-statistische Tests und Wiederholung der Genauigkeitsberechnungen unter denselben funktionalen Bedingungen.
2. Überprüfung der theoretischen Genauigkeitsuntersuchungen über die verschiedenen Verfahren mit Hilfe empirischer Triangulationsergebnisse.

Der erste Weg erfaßt infolge des vereinfachten Modellansatzes (siehe I) nur den Einfluß der als stochastische Größen geführten Bildkoordinaten, vernachlässigt aber alle zusätzlichen stochastischen Einflüsse (zum Beispiel der Kontrolldaten).

Der zweite Weg scheint zur Eichung der theoretischen Ergebnisse besser geeignet zu sein, weil er unmittelbar die Endergebnisse der Triangulation überprüft und damit das Gesamtsystem mit allen Fehlereinflüssen, vor allem auch den systematischen, erfaßt. Es ist deshalb notwendig, die theoretischen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit durch empirische Untersuchungen zu ergänzen, um vor allem den Streubereich der Genauigkeitsunterschiede zwischen den Streifentriangulationsverfahren enger eingrenzen zu können.

Immerhin geben schon die vorliegenden theoretischen Untersuchungen einen einigermaßen umfassenden Überblick über das relative Genauigkeitsverhalten der verschiedenen Streifentriangulationsverfahren. Vor allem bezüglich der Genauigkeitsrangfolge der untersuchten Verfahren können die theoretischen Ergebnisse als gültig erachtet werden (vgl. V). Außerdem bieten die Ergebnisse für korrelierte Bildkoordinaten einen brauchbaren Anhalt über den vermutlichen Streubereich der Genauigkeitsunterschiede.

Obwohl die Streifentriangulation zugunsten der Blocktriangulation zusehends an Bedeutung verliert, erscheint es doch vom praktischen und wissenschaftlichen Standpunkt aus wünschenswert, die wichtigsten Genauigkeitsfragen der Streifentriangulation noch zu klären.

Daß solche Untersuchungen im Hinblick auf die Beurteilung der Leistungsfähigkeit von Verfahren auch für die Blocktriangulation notwendig erscheinen, sei zum Abschluß besonders betont.



## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Ackermann, F.: Ein Verfahren zur programmgesteuerten Ausgleichung von Triangulationsstreifen, Bildmessung und Luftbildwesen 1961, S. 108 - 123
- [2] Ackermann, F.: Fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit photogrammetrischer Streifentriangulationen, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 87, 1965
- [3] Ackermann, F.: Photogrammetrische Lagegenauigkeit streifenartiger Modellverbände, Bildmessung und Luftbildwesen 1966; S. 119 - 124 und S. 178 - 184
- [4] Ackermann, F.: On the Theoretical Accuracy of Planimetric Block Triangulation, Photogrammetria 1966, S. 145 - 170
- [5] Ackermann, F.: Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken Bildmessung und Luftbildwesen 1968, S. 3 - 15
- [6] Ackermann, F.: Block-Test "Oberschwaben", Vorschlag für einen kontrollierten Test, vorgelegt zur Sitzung der Commission A/B der O.E.E.P.E. am 16. 12. 1968 in Delft
- [7] Anderson, J. M.: Analytic Aerotriangulation using Triplets, Presented Paper Commission III, Lissabon 1964
- [8] Ebner, H.: Zur Überprüfung der unter vereinfachten Annahmen erhaltenen Genauigkeit von Ausgleichungen mit Hilfe übergeordneter Modelle, Zeitschrift für Vermessungswesen 1969, S. 264 - 268
- [9] Elassal, A.A.: Analytical aerial Triangulation through simultaneous Relative Orientation of Multiple Cameras, Civil Engineering Studies, Photogrammetry Series No. 2, University of Illinois 1965
- [10] Finsterwalder-Hofmann: Photogrammetrie, Berlin 1968, S. 348 - 386
- [11] Gotthardt, E.: Gemeinsame analytische Einpassung mehrerer Modelle eines Bildstreifens für photogrammetrische Präzisionsvermessungen, Bildmessung und Luftbildwesen 1960, S. 112 - 123
- [12] Gotthardt, E.: Genauigkeitsfragen zur analytischen Orientierung von Luftbildern, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft Nr. 41, 1962
- [13] Gotthardt, E.: Einführung in die Ausgleichungsrechnung, Verlag Herbert Wichmann, Karlsruhe 1968
- [14] Hallert, B.: Weitere Untersuchungen über die Gewichtsverteilung der Bildkoordinaten in photogrammetrischen Meßbildern, Zeitschrift für Vermessungswesen 1961, S. 389 - 392
- [15] Hallert, B.: Practical Tests on the Theoretical Accuracy of Aerial Triangulation, Photogrammetric Engineering 1962, S. 707 - 716
- [16] Hallert, B.: Definition and Determination of Weights of Fundamental Photogrammetric Data and Results, Photogrammetric Engineering 1963, S.1024 - 1026
- [17] Heimes, F.-J.: Genauigkeitsuntersuchungen zur analytischen Zweistufenorientierung eines Bildpaares, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 109, 1967
- [18] Jerie, H. G.: Height Precision after Block Adjustment, ITC Publications, Series A, No. 24, 1964
- [19] Keller, M.: A practical Three-Photo Orientation Solution on the Analytical Aerotriangulation Problem, US Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey, Washington 1966
- [20] Kunji, B.: The accuracy of spatially adjusted blocks, Presented Paper Commission III, Lausanne 1968

- [21] Lehmann, G.: Die Verwendung von Bildpaaren und Bildtripeln bei der Aero-triangulation von Bildstreifen, Zeitschrift für Vermessungswesen 1963, S. 485 - 492
- [22] McNair, A. J.: Triplets: A Basic Unit for Analytical Aerotriangulation, Photogrammetria 1962-64, S. 367 - 377
- [23] Meier, H.-K.: Zeiss-RMK A 8,5/23 - Die neue 125<sup>0</sup>-Überweitwinkelkammer, Bildmessung und Luftbildwesen 1968, Seite 100 - 106
- [24] Meier, H.-K.: Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition und ihr Vergleich mit praktischen Testergebnissen, Bildmessung und Luftbildwesen 1970, S. 50 - 62
- [25] Mikhail, E. M.: Use of Triplets for Analytical Aerotriangulation, Photogrammetric Engineering 1962, S. 625 - 632
- [26] Moellmann, D. E.: A Comparative Study of Two-Photo versus Three-Photo Relative Orientation, Civil Engineering Studies, Photogrammetry Series No. 7, 1967, University of Illinois
- [27] Nasu, M., Kaji, K., Kamiya, R.: An Experiment on Aerotriangulation by Simulation (Errors in Aerotriangulation, their Nature, Sources and Influence), Commission III, Lausanne 1968
- [28] Rinner, K.: Über räumliche Drehungen, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft Nr. 25, 1957, S. 27 - 40
- [29] Schmid, H.: An Analytical Treatment of the Problem of Triangulation by Stereophotogrammetry, Photogrammetria 1956/57, S. 67 - 77 und 91-116
- [30] Schmid, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie, Bildmessung und Luftbildwesen 1958, S. 103 - 113 und 1959, S. 1 - 12
- [31] Schmid, H.: Ein allgemeiner Ausgleichungs-Algorithmus zur Auswertung von hybriden Meßanordnungen, Bildmessung und Luftbildwesen 1965, S. 93 + S. 173
- [32] Schut, G. H.: Experiences with Analytical Methods in Photogrammetry, Photogrammetric Engineering 1960, S. 564 - 570
- [33] Schwarz, K. P.: On the Accuracy of Orientation Procedures in Analytical Photogrammetry, Thesis, University of New Brunswick, 1967
- [34] Szangolies, K.: Die rechnerische Korrektur systematischer Bildfehler in der Aerophotogrammetrie, Jenaer Jahrbuch 1963, I, S. 101 - 163
- [35] Talts, J.: On the theoretical Accuracy of Rigorous Block Adjustment in Planimetry and Elevation, Geographical Survey Office of Sweden, Paper No. A 37
- [36] Tienstra, J. M.: Theory of the Adjustment of Normally Distributed Observations, Verlag Argus, Amsterdam, 1956
- [37] Van den Hout, C. M. A.: The Anblock Method of Planimetric Block Adjustment; Mathematical Foundation and Organization of its Practical Application, Photogrammetria 1966, S. 171 - 178
- [38] Vermeir, P. A.: La Triangulation Aérienne, Propagation des Erreurs et Compensation, Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie, No. 35 1954, S. 17 - 57
- [39] Wolf, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der Kleinsten Quadrate, Ferd. Dummlers Verlag, Bonn 1968
- [40] Ziemann, H.: Untersuchungen an Réseauaufnahmen, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 104, 1967

Lebenslauf

Ich bin am 29. März 1938 in Oberndorf am Neckar als Sohn des Postbeamten Gotthilf Mohl und seiner Ehefrau Elisabeth geb. Zimmermann geboren. Meine Schulbildung von vier Jahren Grundschule und neun Jahren Gymnasium in Rosenfeld, Ebingen und Balingen (Württemberg) war 1957 mit dem Bestehen der Reifeprüfung am Gymnasium Balingen abgeschlossen. Nach halbjähriger Vorpraxis beim Staatlichen Vermessungsamt Balingen begann ich im Wintersemester 1957 mit dem Studium der Geodäsie an der Technischen Hochschule Stuttgart. Im Oktober 1961 legte ich dort die Diplomhauptprüfung ab. Meine akademischen Lehrer auf dem Gebiet des Vermessungswesens waren Herr Professor Dr.-Ing. habil. E. Gotthardt und Herr Professor Dr.-Ing. K. Ramsayer. Nach kurzer Tätigkeit bei einem öffentlich bestellten Vermessungsingenieur begann ich im März 1962 mit der Referendarzeit bei der Vermessungsverwaltung Baden-Württembergs. Im Dezember 1964 legte ich in Stuttgart die Große Staatsprüfung ab. Von Januar 1965 bis Ende September 1969 war ich wissenschaftlicher Assistent am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, zunächst bei Herrn Professor Gotthardt und seit April 1966 bei seinem Nachfolger, Herrn Professor Dr.-Ing. F. Ackermann. Während meiner Assistentenzeit befaßte ich mich vorwiegend mit Ausgleichsrechnung und Photogrammetrie. Seit Oktober 1969 bin ich als Dozent für Vermessungswesen und Photogrammetrie an der Staatlichen Ingenieurschule für Bauwesen - Staatsbauschule - Stuttgart tätig.

