

E. Stark, Stuttgart

## 1. EINLEITUNG

Das Problem der Aufdeckung und Elimination grober Datenfehler in photogrammetrischen und terrestrischen Ausgleichungsverfahren ist in den zurückliegenden Jahren ausführlich diskutiert worden (ACKERMANN 1982, EL-HAKIM 1984, FÖRSTNER 1984, JUHL 1984, KUBIK/WENG/FREDERIKSEN 1984, SARJAKOSKI 1986, STEFANOVIC 1980, VAN MIERLO 1981). Als Ergebnis wurden leistungsfähige Methoden entwickelt, mit deren Hilfe innerhalb einer Ausgleichung grobe Fehler automatisch lokalisiert und eliminiert werden können, wodurch der manuelle Aufwand der Datenbereinigung entscheidend reduziert wird. Als Beispiel sei hier die photogrammetrische Blockausgleichung genannt, bei der diese Verfahren inzwischen allgemein eingesetzt werden (FÖRSTNER/KLEIN 1984, KRARUP/JUHL 1983).

In großen Netz- und Blockausgleichungen sind solche automatischen Fehlersuchverfahren mit Sicherheit von entscheidender Bedeutung. Daraus sollte man aber nicht schließen, daß sie bei kleineren Problemstellungen nicht notwendig wären. Auch hier treten Fälle auf, bei denen grobe Fehler anhand der Verbesserungen nicht entdeckt oder an falschen Punkten lokalisiert werden und somit das Ergebnis verfälschen.

In der Photogrammetrie zählt die rechnerische relative Orientierung immer noch zu den Standardverfahren. Sie kann entweder eine eigenständige Bedeutung haben oder aber die Ausgangsdaten für Folgeberechnungen wie zum Beispiel Blockausgleichungen nach der Methode der unabhängigen Modelle liefern. Somit sollte auch hier generell nicht auf die automatische Fehlersuche verzichtet werden, um dadurch eventuell später auftretende Schwierigkeiten bei der Datenbereinigung zu umgehen. Das Problem wurde erstmals von FÖRSTNER (1978) aufgegriffen und später von KILPELA, HEIKKILÄ, INKILÄ (1982) und KUBIK, LYONS (1988) an einigen Beispielen verdeutlicht.

Im folgenden soll ein weiterer Beitrag zu diesem Themenkreis geliefert werden. Zuerst wird erläutert, wie die automatische Fehlersuche bei der relativen Orientierung am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart formelmäßig realisiert wurde. Anhand verschiedener Beispiele wird dann untersucht, in welchen Fällen und ab welchen Beträgen grobe Fehler entdeckt und lokalisiert werden und wie dies mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmt. Insbesondere wird dabei auf die Auswirkungen von nicht entdeckbaren groben Fehlern auf das Ergebnis eingegangen. Zunächst seien jedoch der Vollständigkeit halber für ausgewählte Punktanordnungen die theoretischen Zahlenwerte der inneren und äußeren Zuverlässigkeit zusammengestellt.

## 2. INNERE UND AUßERE ZUVERLÄSSIGKEIT

Die innere Zuverlässigkeit wird dargestellt durch die Kontrollierbarkeitswerte  $\delta'$  und die äußere Zuverlässigkeit durch die Zuverlässigkeitswerte  $\delta$ . Beide Werte sind ausführlich abgeleitet und begründet in FÖRSTNER (1981a und 1981b). Sie werden nach folgenden Formeln berechnet:

$$\delta'_{oi} = \frac{\delta_o}{\sqrt{r_i}} \quad (1) \quad \delta_{oi} = \delta_o \cdot \sqrt{\frac{u_{ki}}{r_i}} = \delta_o \cdot \sqrt{\frac{1 - u_{ti} - r_i}{r_i}} \quad (2)$$

Der Nichtzentralitätsparameter  $\delta$  hängt vom Signifikanzniveau  $1 - \alpha$  und der Mindestsicherheit  $\beta$  des Tests ab.  $r_i$  sind die Redundanzanteile und  $u_{ki}$  und  $u_{ti}$  die Anteile der Verbesserungen, die durch die unbekanntes Koordinaten bzw. die Transformationsparameter verursacht werden.

Erhalten wir zum Beispiel einen Wert von  $\delta' = 4.7$  so bedeutet dies, daß ein grober Fehler erst ab dem 4.7fachen der Standardabweichung  $\sigma_{oi}$  der Beobachtungen entdeckt werden kann. Ein Wert  $\bar{\delta} = 3.5$  bedeutet, daß die Unbekannten maximal um das 3.5fache ihrer Standardabweichung  $\sigma_u$  verfälscht werden können.

Die folgenden Abbildungen enthalten die Redundanzanteile sowie die Werte für die innere und äußere Zuverlässigkeit für vier verschiedene Punktkonfigurationen, bei denen die sechs Standardpunkte (Gruberpunkte), sechs Punktepaare, 15 regelmäßig verteilte Punkte und die entsprechenden 15 Punktepaare zur Bestimmung der relativen Orientierung benutzt werden. Die Redundanzanteile  $r_i$  ergeben sich direkt bei der Berechnung der relativen Orientierung. Die Ausgleichung erfolgt durch Minimierung der  $y$ -Parallaxen, weshalb sich die Redundanzanteile auf diese und nicht auf die Verbesserungen der  $y$ -Koordinaten beziehen. Bei der Berechnung der äußeren Zuverlässigkeit sind diese Werte vor dem Einsetzen in die entsprechenden Formeln zu halbieren. Die  $u_{ti}$  wurden aus Heft 7 der Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart entnommen (1981, S. 187 und 188). Alle Werte wurden mit  $\delta = 4$  bestimmt, was einer Signifikanzzahl  $\alpha = 0.1\%$  und einer Mindestsicherheit  $\beta = 80\%$  für die Sicherheit, Fehler zu finden, entspricht.

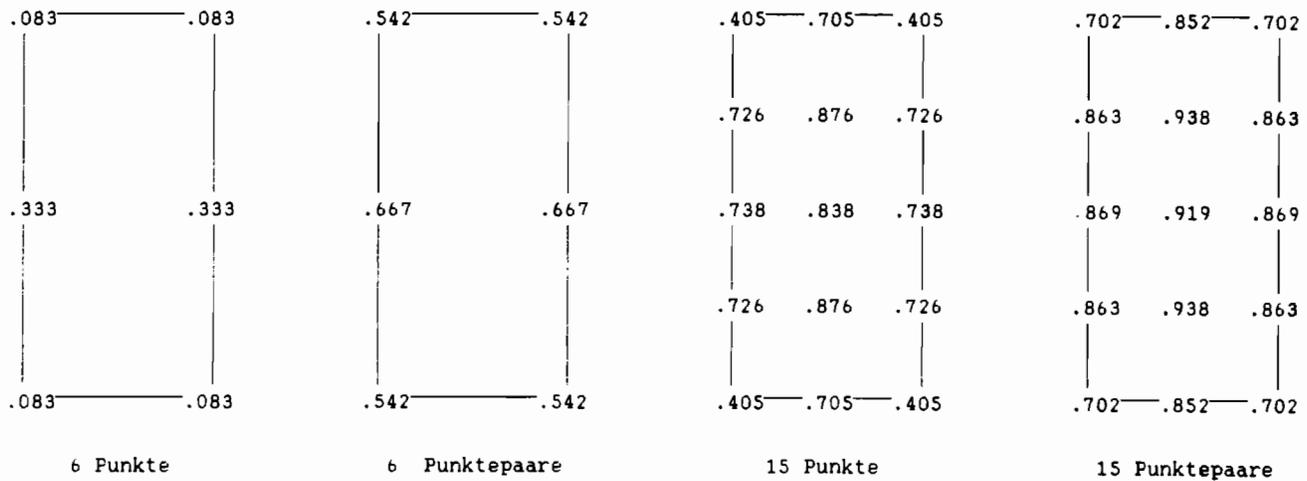


Abbildung 1: Redundanzanteile

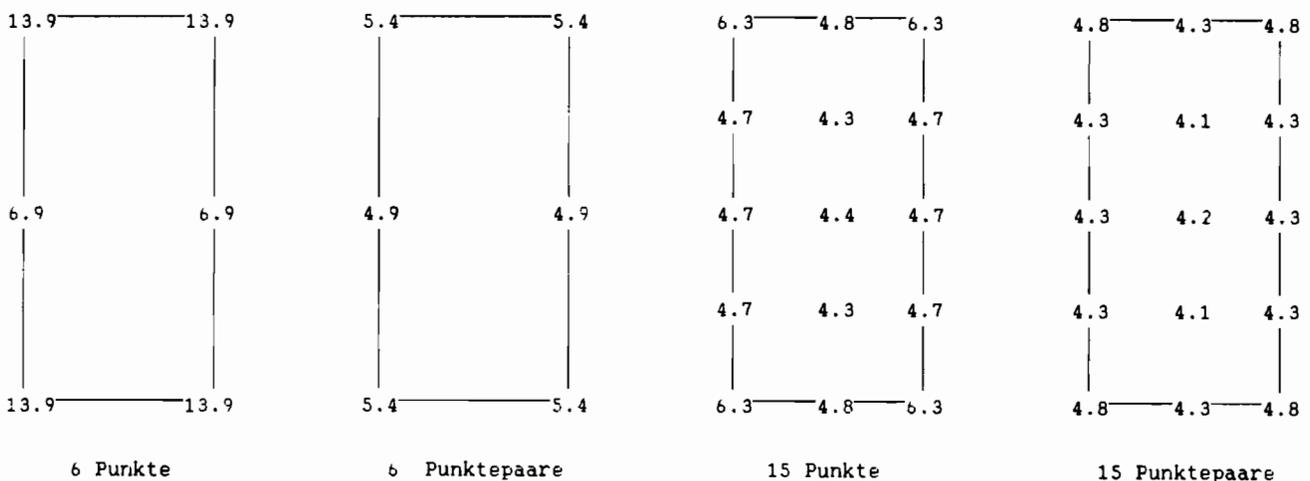


Abbildung 2: Innere Zuverlässigkeit

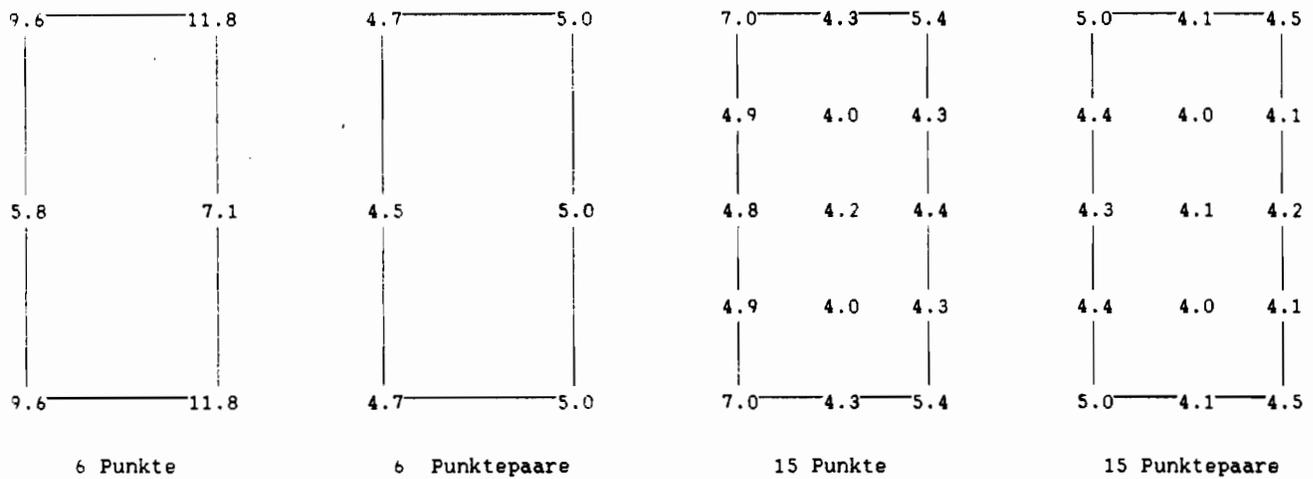


Abbildung 3: Äußere Zuverlässigkeit (y-Koordinate)

Anmerkung: Bei den Punktepaaren ist jeweils nur ein Wert angegeben, der für einen beliebigen Punkt des Punktepaares gilt.

Die x-Werte für die äußere Zuverlässigkeit sind immer unendlich und daher nicht dargestellt.

Wie bekannt ist (siehe z.B. FÖRSTNER 1978), kann bei nur sechs Orientierungspunkten ein grober Fehler in den Modellecken erst ab dem 14fachen Betrag der Streuung der Bildkoordinaten erkannt werden, eine Lokalisierung ist aber trotzdem nicht möglich, da nur eine Überbestimmung vorhanden ist. Nimmt man dagegen sechs Punktepaare, so verbessert sich die Erkennbarkeit des groben Fehlers auf etwa den 5fachen Betrag der Streuung und auch eine Lokalisierung ist jetzt eindeutig möglich. Treten dagegen zwei grobe Fehler an einem Punktepaar mit demselben Betrag und demselben Vorzeichen auf, ist auch bei dieser Punktanordnung eine Lokalisierung nicht möglich.

Betrachtet man die äußere Zuverlässigkeit, so sieht man, daß ein nicht entdeckbarer grober Fehler die Modellkoordinaten in den Modellecken um bis zum 10- bis 12fachen Betrag der Streuung der Modellkoordinaten verfälschen kann, wenn nur sechs Punkte gemessen werden. Bei sechs Punktepaaren sind diese Werte mit dem etwa 5fachen Betrag der Streuung wieder deutlich geringer. Außerdem sind sie an allen Punkten annähernd gleich.

Benutzt man statt der sechs Punktepaare 15 gleichmäßig verteilte Orientierungspunkte, so liegen sowohl die innere als auch die äußere Zuverlässigkeit mit Werten um 5.0 in derselben Größenordnung wie im ersten Fall. Die Eckpunkte sind allerdings gegenüber Punktepaaren in beiden Fällen schlechter kontrollierbar.

Bei 15 Punktepaaren kann ein grober Fehler an allen Punkten ab etwa der 4fachen bis 5fachen Streuung der Bildkoordinaten entdeckt und lokalisiert werden. Der Einfluß eines nicht entdeckbaren groben Fehlers in den Modellkoordinaten liegt ebenfalls maximal beim etwa 5fachen Betrag der Streuung. Diese Punktanordnung verlangt allerdings den höchsten Meßaufwand, so daß man sehr genau abwägen muß, ob dieser Aufwand im Verhältnis zur geringfügig besseren Zuverlässigkeit gerechtfertigt ist.

Alle bisherigen Aussagen beziehen sich auf die y-Parallaxen bzw. y-Koordinaten. Wie bekannt, läßt sich die x-Koordinate bei der relativen Orientierung nicht kontrollieren. Bildkoordinatenfehler in x tragen

nichts zu den Verbesserungen der Ausgleichung bei, sondern werden bei der Modellbildung durch Änderung der z-Werte kompensiert. Lediglich in den Fällen, in denen der Fehler in x so groß ist, daß er Auswirkungen auf die Berechnung der y-Verbesserungen (also der y-Parallaxen) hat, kann ein grob falscher Punkt entdeckt werden.

Aus dem bisher Gesagten kann geschlossen werden, daß eine paarweise Messung von sechs Punkten an den Standardstellen für die relative Orientierung am günstigsten sein dürfte, da hier der Meßaufwand in einem vernünftigen Verhältnis zur Kontrollierbarkeit und Zuverlässigkeit liegt. Insbesondere ist der zusätzliche Aufwand gegenüber einer Messung von nur sechs Punkten gering, da die Punktepaare jeweils dicht beieinander liegen können und keine großen zusätzlichen Meßwege erforderlich sind. 15 gleichmäßig verteilte Punkte sind dieser Anordnung nicht überlegen und ein Aufwand von 15 Doppelpunkten ist mit Sicherheit nicht zu rechtfertigen.

Diese theoretischen Überlegungen sollen nun durch mehrere praktische Beispiele belegt werden. Zuvor wird aber noch der Ansatz vorgestellt, der am Stuttgarter Institut für die automatische Fehlersuche im Rechenprogramm zur relativen Orientierung benutzt wird.

### 3. PRAKTISCHER ANSATZ ZUR AUTOMATISCHEN FEHLERSUCHE

Der praktische Ansatz zur automatischen Fehlersuche bei der relativen Orientierung basiert auf dem Einsatz von robusten Schätzern und ist identisch mit dem Ansatz, der im Blockausgleichungsprogramm PAT-MR verwendet wird (FÖRSTNER/KLEIN 1984, WERNER 1984). Die Zahlenwerte in den dortigen Formeln wurden jedoch teilweise variiert, um den Bedingungen bei der relativen Orientierung Rechnung zu tragen. Die endgültigen Formeln wurden dann anhand einer großen Anzahl von Testberechnungen ermittelt.

Grundlage der robusten Ausgleichung ist die Gewichtsfunktion (5), nach der für jede Iteration und jede Beobachtung neue Gewichte berechnet werden. Sobald ein Gewicht eine bestimmte Schranke unterschreitet, wird die Beobachtung als grob falsch betrachtet und durch Nullsetzen des Gewichts aus der Ausgleichung eliminiert. Sollte sich zu einem späteren Zeitpunkte herausstellen, daß die Beobachtung doch nicht fehlerhaft war, kann sie ohne Schwierigkeiten wieder eingeführt werden.

Die robuste Ausgleichung wird solange fortgesetzt, bis alle erkennbaren groben Fehler eliminiert sind. Danach schließen sich einige Iterationen nach der Methode der kleinsten Quadrate an, bis das Ergebnis genau genug ist, das heißt, bis sich die Orientierungsparameter nicht mehr signifikant ändern. Auch in diesem Schritt wird nochmals geprüft, ob einzelne eliminierte Beobachtungen wieder eingeführt werden können. In der kleinsten Quadrate Ausgleichung werden wieder die a priori Gewichte benutzt.

Durch den robusten Ausgleichungsansatz muß innerhalb der Ausgleichung jeder Beobachtung ein individuelles Gewicht zugewiesen werden können. Diese Möglichkeit kann generell ausgenutzt werden, indem in der relativen Orientierung von vornherein Beobachtungen mit unterschiedlicher Genauigkeit eingeführt werden. Praktisch funktioniert das so, daß zu jedem gemessenen Punkt neben Punktnummer und Bildkoordinaten noch die Streuung eingelesen wird, aus der das Programm die entsprechenden Gewichte berechnet. Werden keine Streuungen eingelesen, wird jeder Punkt mit Gewicht  $p = 1$  benutzt.

Das Rechenprogramm basiert auf der Formulierung von Schut für die Lösung der relativen Orientierung, bei der die Koplanaritätsbedingung durch Verschwinden der Determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & u' & u'' \\ by & v' & v'' \\ bz & w' & w'' \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

definiert wird.  $u, v, w$  sind die Koordinaten der Bildpunkte in einem zum Modellkoordinatensystem parallelen System mit Ursprung im linken bzw. rechten Projektionszentrum. Für die Ausgleichung werden fiktive Verbesserungen eingeführt, das heißt Gleichung (3) wird direkt als Fehlergleichung für jeden Punkt  $i$  angesetzt

$$\begin{pmatrix} 1 & u_i' & u_i'' \\ by & v_i' & v_i'' \\ bz & w_i' & w_i'' \end{pmatrix} = v_i \quad (4)$$

Die Verbesserungen  $v_i$  aus Formel (4) werden in der Gewichtsfunktion (5) zur Berechnung der individuellen Gewichte in der robusten Ausgleichung benutzt, während beim späteren Ausdrucken der Ergebnisse die  $y$ -Parallaxen  $py$  als Residuen der Ausgleichung gewählt werden.

Im folgenden werden die Formeln zusammengestellt, nach denen die individuellen Gewichte berechnet und mit denen fehlerhafte Beobachtungen eliminiert werden. Wegen weiterer Einzelheiten wird auf FÖRSTNER/KLEIN (1984) verwiesen.

Gewichtsfunktion zur Berechnung individueller Gewichte

$$P = \frac{P_i}{1 + \left[ \alpha \cdot \left| \frac{v_i}{r_i} \right| \right]^{dd}} \quad (5)$$

mit

$$\alpha = \frac{\sqrt{P_i}}{k \cdot \hat{\sigma}_0}$$

$$k = 1.4$$

$$dd = d + \frac{82}{81 + Q^4}$$

$$d = 3.5$$

$$Q = \frac{\hat{\sigma}_{0_{i-1}}}{\hat{\sigma}_{0_i}}$$

$P_i$  = reduziertes a priori Gewicht  
reduziert wegen ganz grober und mittelgrober Fehler

$v_i$  = Verbesserung des Punktes  $i$

$r_i$  = Redundanzanteil des Punktes  $i$

Gewichtsfunktion für die Schranke zur Elimination grober Fehler

$$\bar{P} = \frac{\bar{P}_i}{1 + \bar{\alpha} dd} \quad (6)$$

$$\text{mit } \bar{\alpha} = \frac{\bar{d} - \ln(r_i)}{k \cdot r_i}$$

$$\bar{d} = 3.0$$

$\bar{P}_i$  = wegen mittelgrober Fehler reduziertes a priori Gewicht

Gewichtsreduktion wegen ganz grober Fehler

$$p_A = p_a \cdot \frac{256}{256 + R^6} \quad (7)$$

mit  $p_a =$  a priori Gewicht

$$R = \frac{D}{D_m}$$

$D =$  Abstand des Punktes  $i$  vom Mittelpunkt aller Punkte

$D_m =$  mittlerer Abstand aller Punkte

Reduktion wegen mittelgroben Fehler

$$p_i = 1 + (p_A - 1) \cdot \frac{37}{36 + Q^2} \quad (8)$$

$$\bar{p}_i = 1 + (p_a - 1) \cdot \frac{37}{36 + Q^2} \quad (9)$$

Elimination eines Punktes, wenn die folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind

$$p < \bar{p} \quad \text{und} \quad v_i > \hat{\sigma}_o \quad (10)$$

Während der robusten Ausgleichung wird ein Punkt wieder eingeführt, wenn

$$\bar{p} > 0.0001 \quad (11)$$

Während der kleinste Quadrate Ausgleichung wird ein Punkt wieder eingeführt, wenn eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist

$$p > \bar{p} \quad \text{und} \quad p > 0.001 \quad (12a)$$

wobei zur Berechnung von  $\bar{p}$  jetzt  $\bar{d} = 3.7$  gesetzt wird

$$\text{oder} \quad v_i \leq \hat{\sigma}_o \quad (12b)$$

Die robuste Ausgleichung muß abgebrochen werden, wenn alle vermuteten groben Fehler eliminiert sind. Wird die Abbruchschranke zu nieder gesetzt, eliminiert das Programm solange weitere Punkte, bis die Schranke erreicht ist, auch wenn diese Punkte nicht mehr fehlerhaft sind. Im Extremfall werden dann immer soviele Punkte eliminiert, bis nur noch fünf übrig sind und die Restparallaxen verschwinden. Eine Vielzahl von Testberechnungen ergab schließlich folgende Bedingung, bei deren Erfüllung das Programm die Fehlersuche beendet und auf die kleinste Quadrate Ausgleichung übergeht:

$$\left| \hat{\sigma}_{o_{i-1}} - \hat{\sigma}_{o_i} \right| < 0.01 \quad (13a)$$

$$\text{oder} \quad p_{\text{mean}} \leq 1.35 \cdot \sigma_{\text{a priori}} \quad \text{und} \quad \left| \hat{\sigma}_{o_{i-1}} - \hat{\sigma}_{o_i} \right| < \hat{\sigma}_{o_i} \quad (13b)$$

#### 4. FRAKTISCHE BEISPIELE ZUR AUTMatischen FEHLERSUCHE

Für die folgenden praktischen Beispiele wurde ein kompletter Datensatz aus simulierten Daten generiert. Aus 15 in einem regelmäßigen Raster angeordneten fehlerfreien Geländepunkte-Paaren wurden fehlerfreie Bildkoordinaten für ein Weitwinkel-Bildpaar berechnet. Diese Bildkoordinaten wurden schließlich mit zufälligen Fehlern mit einer Streuung von 3.0  $\mu\text{m}$  überlagert. Abbildung 4 zeigt die schematische Anordnung der Punkte und ihre Numerierung.

Aus dem Gesamtdatensatz können nun für die anschließenden Beispiele Punktkonfigurationen mit unterschiedlicher Punktanzahl ausgewählt werden, wobei in erster Linie die in den Abbildungen 1 bis 3 dargestellten Verteilungen betrachtet werden.

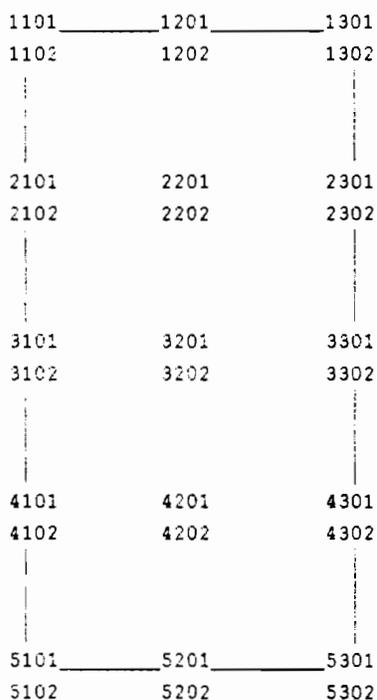


Abbildung 4: Punktanzahl und -numerierung im simulierten Modell

##### 4.1 Relative Orientierung mit 6 Standardpunkten

Wie in Abbildung 2 gezeigt, können bei 6 Orientierungspunkten grobe Fehler in den Modellecken ab dem 14fachen und auf den Seitenmitten ab dem 7fachen Betrag der Streuung entdeckt, jedoch nicht lokalisiert werden. Im vorliegenden Fall wurde jeweils ein Eckpunkt um 50  $\mu\text{m}$  und ein mittlere Punkt um 25  $\mu\text{m}$  verfälscht. Allerdings wurde lediglich in zwei Fällen auf einen groben Fehler geschlossen, aber ein falscher Punkt als fehlerhaft eliminiert. In vier Fällen wurde gar kein grober Fehler entdeckt. Erst bei groben Fehlern von etwa 60  $\mu\text{m}$  bis 80  $\mu\text{m}$  in den Ecken beziehungsweise 30  $\mu\text{m}$  in der Mitte vermutete das Programm einen groben Fehler. In allen Fällen wurde aber immer derselbe Punkt eliminiert, eine richtige Lokalisierung konnte also nicht erfolgen. Selbst bei groben Fehlern von 500  $\mu\text{m}$  in den Ecken oder 250  $\mu\text{m}$  in den Mittelpunkten kann der grob falsche Punkt nicht entdeckt werden.

Es wurde also bestätigt, daß bei nur 6 Orientierungspunkten ein grober Fehler zwar ab dem 10fachen (Modellmitte) bzw. ca. 20fachen bis 25fachen Betrag der Streuung (Modellecke) entdeckt werden kann, eine Lokalisierung aber selbst dann nicht möglich ist, wenn der grobe Fehler über der 150fachen Streuung liegt. Eine Abhilfe kann hier nur die Messung von mehr Punkten bieten.

#### 4.2 Relative Orientierung mit 6 Punktepaaren

Werden statt einfacher Punkte jeweils Punktepaare gemessen, die an den sechs Standardstellen dicht nebeneinander liegen, so läßt sich im praktischen Beispiel ein grober Fehler von  $18 \mu\text{m}$  in den Modellecken und  $15 \mu\text{m}$  in der Modellmitte entdecken und auch richtig lokalisieren. Dies entspricht sehr gut der theoretischen Erwartung (siehe Abbildung 2).

Etwas anders liegt der Fall, wenn zwei grobe Fehler vorliegen. Treten diese Fehler jeweils an beiden Punkten eines Paares mit demselben Vorzeichen auf, so können sie erst ab etwa  $75 \mu\text{m}$  (Eckpunkte) bzw.  $40 \mu\text{m}$  (Mittelpunkte) entdeckt werden. Eine Lokalisierung ist jedoch nicht möglich. Es werden immer die beiden Punkte 31 oder 33 eliminiert. Haben die beiden Punkte dagegen grobe Fehler mit entgegengesetztem Vorzeichen, so ist eine richtige Lokalisierung genauso möglich wie bei nur einem groben Fehler, nämlich ab  $18 \mu\text{m}$  (Ecke) bzw.  $15 \mu\text{m}$  (Mitte).

Werden an zwei verschiedenen Punkten, die nicht zu einem Punktepaar gehören, grobe Fehler von  $20 \mu\text{m}$  in den Modellecken und  $15 \mu\text{m}$  in der Modellmitte angebracht, so wird nur in einem untersuchten Fall entdeckt, daß ein grober Fehler vorliegt. Das Programm lokalisiert diesen groben Fehler allerdings falsch, da nur ein einziger Punkt eliminiert wird, der außerdem nicht grob falsch war. Erhalten die beiden Fehler das entgegengesetzte Vorzeichen, wird immer ein grober Fehler vermutet. Aber auch dann wird jeweils nur einer der beiden fehlerhaften Punkte eliminiert.

Wird der sehr unwahrscheinliche Fall angenommen, daß an allen Punktepaaren jeweils ein Punkt grob falsch ist, so werden zwar grobe Fehler vermutet, die aber nur teilweise richtig lokalisiert werden. Bei groben Fehlern von  $20 \mu\text{m}$  an den vier Eckpunkten und  $15 \mu\text{m}$  an den beiden Mittelpunkten eliminiert das Programm nur vier Punkte, die außerdem nicht grob falsch waren. Bei sechs groben Fehlern von  $50 \mu\text{m}$  werden sechs Punkte eliminiert, von denen aber ein Teil nicht richtig lokalisiert wurde. Daran ändert sich auch nichts, wenn die sechs groben Fehler  $100 \mu\text{m}$  betragen. Erst wenn bei der Orientierung zusätzlich die Punkte 2101, 2301, 4101 und 4301 hinzugenommen werden, können grobe Fehler ab  $40 \mu\text{m}$  an allen sechs Standardpunkten richtig lokalisiert werden. Sind diese vier zusätzlichen Punkte grob falsch und alle anderen richtig, so werden die groben Fehler ab  $30 \mu\text{m}$  entdeckt und richtig eliminiert.

#### 4.3 Relative Orientierung mit 15 regelmäßig verteilten Punkte

Wie aus Abbildung 2 ersichtlich, ist der Fall mit 15 regelmäßig verteilten Orientierungspunkten vergleichbar mit der Orientierung mit sechs Punktepaaren und in den theoretischen Zuverlässigkeitswerten fast gleich. Dies bestätigt sich auch am praktischen Beispiel. Jeweils ein grober Fehler von  $18 \mu\text{m}$  an den Eckpunkten bzw.  $15 \mu\text{m}$  an den übrigen Punkten wird richtig erkannt und eliminiert.

Wie in Abschnitt 4.2 wird auch bei dieser Punktanordnung der Fall untersucht, daß alle sechs Punkte an den Standardstellen grob falsch sind. Dabei zeigt sich, daß hier die automatische Fehlersuche erfolgreich ist, da die fehlerhaften Punkte bei groben Fehlern ab  $30 \mu\text{m}$  lokalisiert werden können. Dies war bei der relativen Orientierung mit sechs Punktepaaren nicht möglich. Insofern könnte diese Punktanordnung bei mehreren groben Fehlern etwas vorteilhafter sein. Dabei muß aber der erhöhte Meßaufwand im Verhältnis zur Wahrscheinlichkeit, daß tatsächlich sechs Punkte grob falsch sein können, gesehen werden.

#### 4.4 Relative Orientierung mit 15 regelmäßig verteilten Punktepaare

Wie man bisher gesehen hat, kann bei entsprechender Redundanz, das heißt ab etwa 10 Orientierungspunkten, ein grober Fehler mit der theoretisch zu erwartenden Zuverlässigkeit ermittelt werden. Dies gilt auch für den Fall, daß 15 regelmäßig verteilte Punktepaare gemessen wurden. Ein grober Fehler kann in

den Modellecken ab etwa 12  $\mu\text{m}$  bis 15  $\mu\text{m}$  entdeckt und lokalisiert werden, in den übrigen Punkten ab etwa 10  $\mu\text{m}$  bis 12  $\mu\text{m}$ .

Interessanter ist jedoch der Fall, daß ein Punktepaar grob falsch ist, wobei wieder angenommen wird, daß beide Fehler dasselbe Vorzeichen besitzen. Hier werden grobe Fehler von 20  $\mu\text{m}$  bis 25  $\mu\text{m}$  in den Modellecken und Fehler von etwa 15  $\mu\text{m}$  bis 20  $\mu\text{m}$  an den übrigen Punkten gefunden und richtig lokalisiert.

Sind mehrere Punkte grob falsch, zum Beispiel alle zehn Punkte der mittleren Spalte, so ist auch hier die Fehlersuche erfolgreich. Wird dagegen je ein Punkt eines Punktepaares als grob falsch angenommen, so daß insgesamt 15 Punkte falsch sind, werden bei groben Fehlern von 20  $\mu\text{m}$  nur 3 Punkte eliminiert. Betragen die groben Fehler 50  $\mu\text{m}$ , findet die automatische Fehlersuche 17 Punkte, von denen aber nur fünf grob falsch waren. Auch hier zeigt sich, daß jede Fehlersuche überfordert ist, wenn zu viele Beobachtungen grob falsch sind.

#### 4.5 Unterschiedlich große grobe Fehler

Schließlich sei an zwei Beispielen noch untersucht, wie mehrere grobe Fehler von unterschiedlicher Größe gefunden werden. Im einen Beispiel mit 15 Punktepaaren wurden sieben Fehler mit Beträgen zwischen 100  $\mu\text{m}$  und 10  $\mu\text{m}$  eingeführt und richtig lokalisiert. Bei nur zehn Punktepaaren (linker und rechter Rand in Abb. 2) können die Fehler von 10  $\mu\text{m}$  und 15  $\mu\text{m}$  nicht mehr entdeckt werden. Es bestätigt sich also, daß die Fehlersuche umso erfolgreicher sein kann, je größer die Redundanz ist, das heißt, je mehr Orientierungspunkte gemessen werden.

#### 4.6 Fehler in der x-Koordinate

Wie bekannt ist, können grobe Fehler in den x-Bildkoordinaten bei der relativen Orientierung nicht entdeckt werden, da sie durch Änderung der Modellhöhe kompensiert werden und nicht in den y-Resparallaxen erscheinen. Lediglich dann, wenn der Fehler so groß wird, daß er sich auch in der y-Parallaxe niederschlägt, kann er vom Programm entdeckt und eliminiert werden. Im untersuchten Beispiel war dies bei 12 bis 15 Orientierungspunkten und einem groben Fehler von 1.1 mm der Fall. Ein grober Fehler in der x-Koordinate muß also mindestens im Millimeterbereich liegen, um entdeckt werden zu können.

### 5. PRAKTISCHE BEISPIELE ZUR AUSSEREN ZUVERLÄSSIGKEIT

Neben der inneren Zuverlässigkeit soll nun noch die Frage am praktischen Beispiel untersucht werden, wie sich ein nicht entdeckbarer grober Fehler auf die Modellkoordinaten auswirkt. Dabei werden nur die zwei wichtigsten Fälle betrachtet, nämlich die relative Orientierung mit 6 Punkten und mit 6 Punktepaaren und jeweils einem groben Fehler. In Abbildung 3 sind hierzu die theoretischen Werte angegeben. Man sieht, daß die Modellkoordinaten bei einem grob falschen Punkt in der Ecke um maximal den etwa 12fachen Betrag (6 Punkte) bzw. 5fachen Betrag (6 Punktepaare) der Streuung der Modellkoordinaten verfälscht werden.

Nach STARK (1978) kann bei einem mittleren Bildkoordinatenfehler  $\sigma_k = 3 \mu\text{m}$  für eine Weitwinkelkamera mit Modellkoordinatenfehlern von etwa  $\sigma_x = \sigma_y = 3 \mu\text{m}$  und  $\sigma_z = 7 \mu\text{m}$  gerechnet werden. Das bedeutet, daß theoretisch bei sechs Orientierungspunkten die Modellkoordinaten um bis zu 36  $\mu\text{m}$  in x oder y und 84  $\mu\text{m}$  in z verfälscht sein können. Bei sechs Punktepaaren für die relative Orientierung lauten die entsprechenden Koordinaten-Verfälschungen 15  $\mu\text{m}$  in x oder y und 35  $\mu\text{m}$  in z.

Zur praktischen Überprüfung dieser theoretischen Werte wurde jeweils ein grober Fehler an einem der sechs Standardpunkte angebracht und die relative Orientierung gerechnet. Die groben Fehler betragen bei nur sechs Punkten 15  $\mu\text{m}$  in den Ecken und 12  $\mu\text{m}$  in der Mitte und waren gerade nicht mehr erkennbar. Bei

sechs Punktepaaren lauten die entsprechenden groben Fehler 50  $\mu\text{m}$  (Ecken) bzw. 25  $\mu\text{m}$  (Mitte). Um die Verfälschung der Modellkoordinaten zu erhalten, wurden die einzelnen Modelle jeweils durch eine räumliche Ähnlichkeitstransformation auf das fehlerfreie Modell transformiert. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 1 und 2 zusammengestellt. Die angegebenen Punktnummern beziehen sich auf Abbildung 4.

Fehler an Punkt	1101	1301	3101	3301	5101	5301	
grober Fehler in y	50.0	50.0	25.0	25.0	50.0	50.0	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in x	9.7	16.2	6.2	3.9	8.3	15.3	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in y	11.1	19.9	6.5	16.6	14.8	20.9	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in z	10.6	8.9	8.9	9.4	7.8	11.2	$\mu\text{m}$

Tabelle 1: Maximale Änderung der Modellkoordinaten bei 6 Orientierungspunkten und jeweils einem groben Fehler

Fehler an Punkt	1102	1302	3102	3302	5102	5302	
grober Fehler in y	15.0	15.0	12.0	12.0	15.0	15.0	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in x	1.6	2.5	1.5	1.0	1.3	2.3	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in y	5.5	6.6	3.8	6.8	5.1	6.5	$\mu\text{m}$
Max. Änderung in z	1.6	1.5	2.1	2.3	1.4	2.0	$\mu\text{m}$

Tabelle 2: Maximale Änderung der Modellkoordinaten bei 6 Punktepaaren und jeweils einem groben Fehler

Wie die Tabellen zeigen, liegen die maximalen Koordinatenänderungen im erwarteten Bereich, erreichen aber nie die theoretisch mögliche Obergrenze. Die maximalen Änderungen treten immer an dem Punkt auf, der durch den groben Fehler am stärksten beeinflusst wird. Da der grobe Fehler an der y-Bildkoordinate angebracht wurde, wird auch die y-Modellkoordinate am stärksten betroffen. Außerdem tritt der Maximalwert an demselben Punkt auf, der den groben Fehler enthält. Dies gilt nicht mehr für die x- und z-Modellkoordinaten. Hier ist der Einfluß des groben Fehlers erwartungsgemäß deutlich geringer und macht sich immer an einem beliebigen Eckpunkt bemerkbar, auch wenn ein Punkt in der Modellmitte grob falsch war.

#### 6. ABSOLUTE ORIENTIERUNG

Abschließend soll ein weiterer Aspekt der äußeren Zuverlässigkeit betrachtet werden, nämlich die Auswirkung eines groben Bildkoordinaten-Fehlers auf die absolute Orientierung. Auch hierbei werden nur die beiden Punktanordnungen mit sechs Punkten bzw. sechs Punktepaaren betrachtet. Diese Punkte werden sowohl für die relative als auch für die absolute Orientierung benützt. Da insgesamt 30 Punkte generiert wurden, können die übrigen Punkte als sogenannte Vergleichspunkte dienen, die es erlauben, wahre Fehler zu berechnen und damit eine eindeutige Genauigkeitsaussage zu machen.

## 6.1 Absolute Orientierung mit 6 Punkten

Wie mehrfach festgestellt, können bei nur sechs Orientierungspunkten grobe Fehler zwar ab einem bestimmten Betrag entdeckt aber nicht lokalisiert werden. Deshalb soll untersucht werden, wie sich dieser Fehler auf die absolute Orientierung auswirkt. Als Beispiel wird ein grober Fehler von 50  $\mu\text{m}$  jeweils an einem Eckpunkt bzw. einem Mittelpunkt angebracht. Bei der absoluten Orientierung werden dann zwei weitere Fälle unterschieden, nämlich zum einen, daß der grobe Fehler nicht entdeckt und zum anderen, daß er an einem falschen Punkt lokalisiert wurde.

Wie nicht anders zu erwarten, kann in den betrachteten Fällen bei der absoluten Orientierung zwar manchmal ein grober Fehler vermutet, aber in keinem Fall lokalisiert werden. Von besonderem Interesse ist daher die Frage, wie in diesen Fällen das Ergebnis, das heißt die Absolutgenauigkeit, beeinflusst wird. Als Genauigkeitsmaß dienen sowohl die quadratischen Mittelwerte der wahren Koordinatenfehler an den Vergleichspunkten als auch deren Maximalwerte. Für eine detaillierte Betrachtung werden die Restfehler auch grafisch dargestellt.

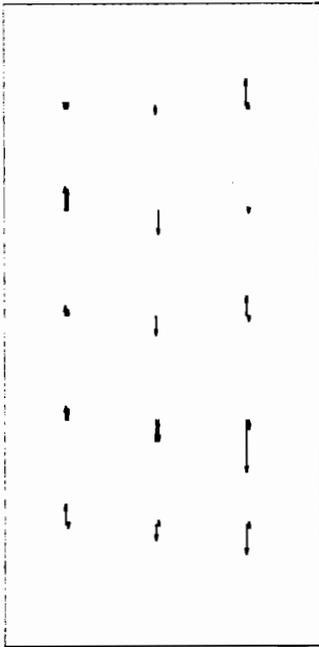
Tabelle 3 faßt die Ergebnisse zusammen. Neben den erwähnten quadratischen Mittelwerten  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  und  $\mu_z$  und den Maximalfehlern  $x_{\max}$ ,  $y_{\max}$ ,  $z_{\max}$  werden noch die mittlere y-Restparallaxe  $\mu_{py}$  nach der relativen Orientierung sowie der dreidimensionale mittlere Punktfehler  $\mu_{xyz}$  angegeben. Erwartungsgemäß wirkt sich der grobe Fehler in der y-Bildkoordinate am stärksten auf die y-Koordinaten aus, und zwar immer auf den Punkt, der grob falsch ist.

Grob.Fehler	autom.Fehlersuche	$\mu_{py}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_z$	$\mu_{xyz}$	$x_{\max}$	$y_{\max}$	$z_{\max}$
fehlerfrei		3.6	3.4	4.4	8.4	10.0	5.7	12.3	22.5
Ecke 50 $\mu\text{m}$	nein	15.2	5.3	14.3	9.3	17.8	12.3	25.8	16.5
	ja	20.0	3.5	9.6	16.4	19.4	6.3	23.6	46.7
Mitte 50 $\mu\text{m}$	nein	17.9	5.3	13.4	12.0	18.8	16.6	19.4	26.5
	ja	35.9	13.4	30.4	35.2	48.4	31.1	45.2	102.9

Tabelle 3: Mittlere und maximale Restfehler nach absoluter Orientierung mit 6 Punkten  
Ein grober Fehler in der Modellecke oder Modellmitte  
Bei automatischer Fehlersuche wird jeweils ein falscher Punkt eliminiert

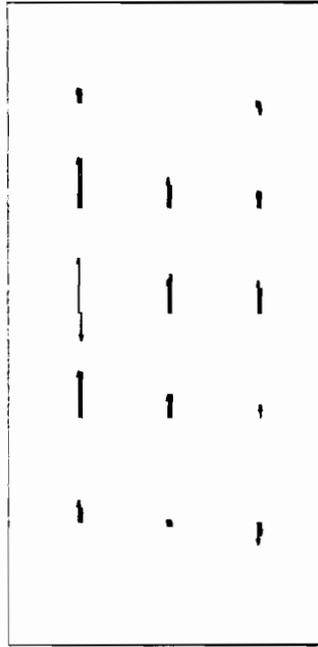
Betrachten wir zuerst den Fall, daß ein Eckpunkt grob falsch ist. Die mittlere Restparallaxe nach der relativen Orientierung steigt auf den etwa 3fachen bis 6fachen Betrag. Der quadratische Mittelwert der y-Koordinate verschlechtert sich bis zum 3fachen Betrag. Der räumliche mittlere Punktfehler wird um 80 % bis fast 100 % größer. Auch bei den Maximalfehlern ergibt sich eine Verschlechterung im Bereich zwischen 10 % und etwa 100 %.

Wird der grobe Fehler an einem Punkt in der Modellmitte angebracht, so sind die Werte besonders für den Fall, daß bei der relativen Orientierung ein falscher Punkt eliminiert wurde, deutlich größer. Der räumliche Punktfehler steigt bis zum 5fachen Betrag, und auch bei den Maximalwerten wird der Faktor 5 in z erreicht. In der Praxis können diese Beträge mit Sicherheit nicht akzeptiert werden. Bei der hypothetischen Frage, ob es besser ist, bei einem groben Fehler diesen lieber nicht zu eliminieren als einen falschen Punkt zu erwischen, könnte man zur ersten Möglichkeit neigen. Dies ist aber für die Praxis sicher keine Lösung, da das Ergebnis immer noch unzulässig stark verfälscht ist. Abhilfe kann hier nur die Messung von mehr Punkten bieten, die eine bessere Lokalisierung eines groben Fehlers gewährleistet.



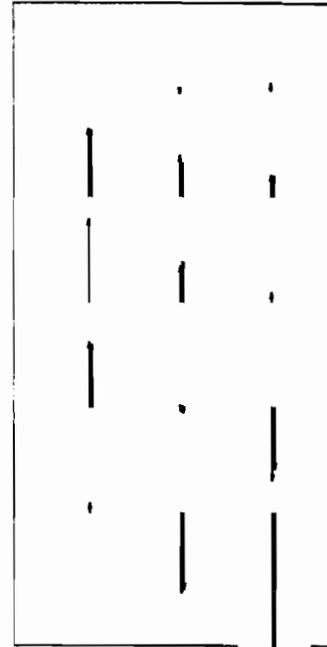
— = 15 µm

Kein grober Fehler



— = 50 µm

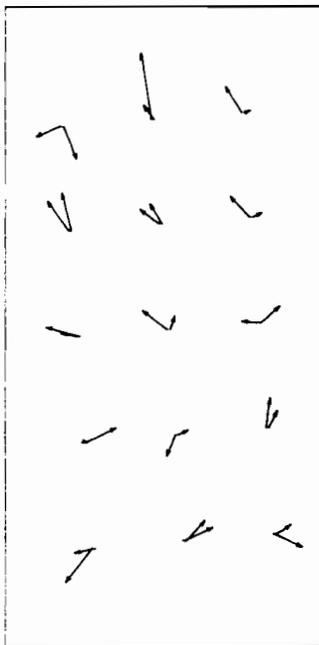
Grober Fehler an Punkt 3101  
nicht eliminiert



— = 50 µm

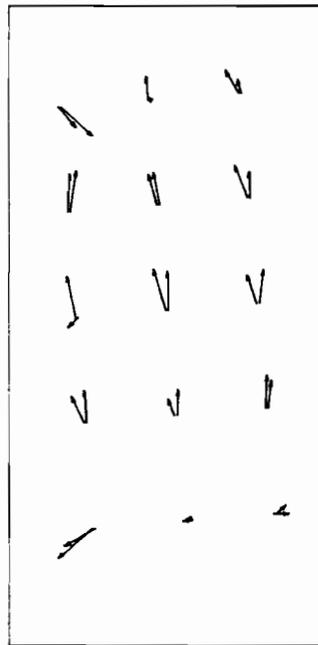
Grober Fehler an Punkt 3101  
Punkt 5301 eliminiert

Abbildung 5: y-Restparallaxen nach relativer Orientierung mit 6 Punkten



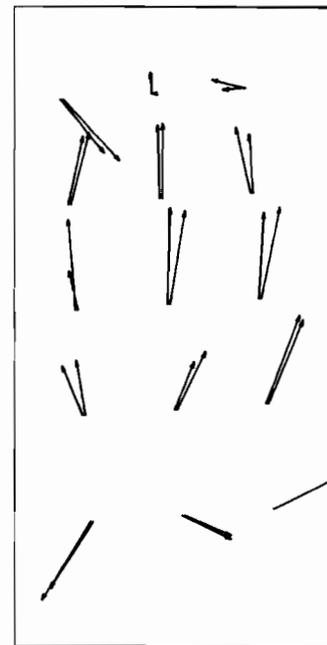
— = 15 µm

Kein grober Fehler



— = 50 µm

Grober Fehler an Punkt 3101  
nicht eliminiert



— = 50 µm

Grober Fehler an Punkt 3101  
Punkt 5301 eliminiert

Abbildung 6: Lage-Restfehler nach absoluter Orientierung mit 6 Punkten

Eine genauere Analyse der Verteilung der Restfehler sowohl nach der relativen als auch nach der absoluten Orientierung sollen die Abbildungen 5 und 6 ermöglichen. Als Beispiel wurde der Fall gewählt, daß ein grober Fehler von 50  $\mu\text{m}$  an Punkt 3101 vorliegt. Die automatische Fehlersuche zeigt zwar einen groben Fehler an, eliminiert aber als erstes den Punkt 5301 und bricht dann ab, weil keine Redundanz mehr vorhanden ist und alle Restparallaxen Null werden. Die Restparallaxen an den nicht zur relativen Orientierung benutzten Punkten werden aber sehr groß und systematisch, und auch die Restfehler an den Vergleichspunkten der absoluten Orientierung zeigen ein ähnliches Bild.

In Abbildung 5 sind die Restparallaxen nach der relativen Orientierung dargestellt für den Fall, daß kein grober Fehler vorliegt, für den Fall eines groben Fehlers, der nicht entdeckt wird, und für den Fall eines groben Fehlers, der an einem falschen Punkt lokalisiert wird. Neben den Vektoren für die 24 nicht zur Orientierung benutzten Punkte sind auch diejenigen für die Orientierungspunkte selbst aufgetragen. Abbildung 6 zeigt schließlich die Lagevektoren der Restfehler nach der absoluten Orientierung, sowohl an den Orientierungs- als auch an den Vergleichspunkten.

Wie zu erwarten, zeigt sich eine deutliche systematische Deformation des Modells. Eine weitergehende Interpretation kann dabei dem Leser überlassen werden.

Dieses Problem mit einem groben Fehler kann bei einer Orientierung mit sechs Punktepaaren nicht auftreten. Erst wenn hier zwei gleich große grobe Fehler an einem Punktepaar vorkommen, erhält man ähnliche Ergebnisse. Dieser Fall soll als letzter behandelt werden.

## 6.2 Orientierung mit 6 Punktepaaren

Für das Beispiel mit sechs Punktepaaren wurden zwei gleich große grobe Fehler von 75  $\mu\text{m}$  an den Punkten 1101 und 1102 (Modellecke) und von 40  $\mu\text{m}$  an den Punkten 3101 und 3102 angebracht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 in derselben Form zusammengestellt wie in Tabelle 3.

Grob.Fehler	autom.Fehlersuche	$\mu_{py}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_z$	$\mu_{xyz}$	$x_{max}$	$y_{max}$	$z_{max}$
fehlerfrei		3.8	2.8	4.8	8.2	9.9	6.7	11.2	22.9
Ecke 75 $\mu\text{m}$	nein	19.0	4.8	20.1	12.6	24.2	11.3	35.1	21.7
	ja	25.7	6.5	31.4	11.0	33.9	12.5	49.4	22.3
Mitte 40 $\mu\text{m}$	nein	13.3	2.8	11.8	7.6	14.3	5.3	17.1	21.1
	ja	27.0	3.0	7.5	10.4	13.2	4.4	14.0	20.6

Tabelle 4: Mittlere und maximale Restfehler nach absoluter Orientierung mit 6 Punktepaaren  
Je zwei gleichgerichtete grobe Fehler an einem Punktepaar  
Bei automatischer Fehlersuche werden jeweils zwei falsche Punkte eliminiert

Die mittleren Restparallaxen steigen auf den etwa 3fachen bis 7fachen Betrag an, und der räumliche mittlere Punktfehler wird um etwa 30 % bis über 200 % größer. Auch die Maximalfehler verhalten sich ähnlich wie im Falle von nur sechs Orientierungspunkten und einem groben Fehler.

Dieselbe Aussage gilt für die einzelnen Restparallaxen nach der relativen und für die Restfehler nach der absoluten Orientierung. Auf eine Darstellung in grafischer Form kann deshalb verzichtet werden.

## 7. SCHLUSS

Die vorgestellten Beispiele haben gezeigt, daß auf eine automatische Fehlersuche auch bei weniger umfangreichen Problemstellungen nicht verzichtet werden sollte. Es wurde aber auch bestätigt, daß jedes Fehlersuchverfahren seine Grenzen hat, wenn nämlich die Geometrie nicht mehr ausreicht, um grobe Fehler eindeutig lokalisieren zu können. Dies ist der Fall, wenn zu wenig Beobachtungen vorhanden sind, die Redundanz also gering ist, oder wenn zu viele grobe Fehler vorliegen.

Die untersuchten Fälle der relativen Orientierung haben eine sehr gute Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen ergeben. Es wurde noch einmal deutlich gemacht, daß eine relative Orientierung mit nur sechs Punkten in der Praxis nicht empfohlen werden kann und daher möglichst vermieden werden sollte. Des weiteren kann die immer wieder erhobene Forderung nachdrücklich unterstützt werden, im Standardfall sechs Punktepaare zu messen. Hier ist eine deutliche Zunahme bei der Zuverlässigkeit zu verzeichnen, und der notwendige Mehraufwand bei der Messung hält sich in Grenzen und ist dadurch in jedem Fall gerechtfertigt. Noch mehr Punkte zu messen, steigert zwar die Chance, grobe Fehler zu finden, aber die Verbesserung in den Zuverlässigkeitswerten ist nicht mehr sehr groß. Der erhöhte Meßaufwand sollte also genau überlegt werden.

Lediglich in den Fällen, wo zwei gleich große grobe Fehler an einem Punktepaar auftreten, hilft auch diese Punktanzahl nicht weiter. Bei der absoluten Orientierung muß dann mit einer Verschlechterung der Genauigkeit um mehr als den Faktor 2 gerechnet werden. Abhilfe kann hier nur dadurch geschaffen werden, daß wirklich zusätzliche Punkte gemessen werden.

## LITERATURVERZEICHNIS

- ACKERMANN, F. (1981): Grundlagen und Verfahren zur Erkennung grober Datenfehler. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 7, 1981, S. 7-23.
- ACKERMANN, F. (1982): Report of Working Group III/1. Identification and Elimination of Gross and Systematic Errors. Int. Arch. of Photogr., Vol. 24-III, 1982, S. 9-11.
- EL-HAKIM, S.F. (1984): On the Detection of Gross and Systematic Errors in Combined Adjustment of Terrestrial and Photogrammetric Data. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXV, part A3a, 1984, S. 151-161.
- FÖRSTNER, W. (1978): Prüfung auf grobe Bildkoordinatenfehler bei der relativen Orientierung? Bildmessung und Luftbildwesen 46, 1978, S. 205-211.
- FÖRSTNER, W. (1981a): Statistische Grundlagen für die Zuverlässigkeit von Ausgleichungsergebnissen. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 7, 1981, S. 25-40.
- FÖRSTNER, W. (1981b): Theorie der äußeren Zuverlässigkeit. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 7, 1981, S. 59-70.
- FÖRSTNER, W. (1984): Results of Test 2 on Gross Error Detection of ISP WG III/1 and OEEPE. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXV, part A3a, S. 220-233.
- FÖRSTNER, W. und KLEIN, H. (1984): Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M 43 using Robust Estimators. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXV, part A3a, 1984, S. 234-245.

- INSTITUT FÜR PHOTOGRAMMETRIE DER UNIVERSITÄT STUTTGART (1981): Redundanzanteile, Kontrollierbarkeitswerte und Zuverlässigkeitswerte von photogrammetrischen Blöcken. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 7, 1981, Anlage, S. 181-240.
- JUHL, J. (1984): The "Danish Method" of Weight Reduction for Gross Error Detection. Int. Arch. of Photogr., Vol XXV, part A3a, 1984, S. 468-472.
- KILPELÄ, E., HEIKKILÄ, J. und INKILÄ, K. (1982): Some Results of Gross Error Detection Tests in Relative Orientation and Scale Transfer. Int. Arch. of Photogr., Vol. 24-III, 1982, S. 622-635.
- KRARUP, T. und JUHL, J. (1983): The Danish Method; Experience and Philosophy. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft 98, München 1983.
- KUBIK, K. und LYONS, K. (1988): Photogrammetric Work Without Blunders. Photogr. Engineering, Vol. 54, 1988, S. 51-54.
- KUBIK, K. WENG, W. und FREDERIKSEN, P. (1984): Oh, Grosserrors. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXV, part A3a, 1984, S. 278-289.
- SARJAKOSKI, T. (1986): Knowledge-Based Blunder Treatment in Bundle Block Adjustment. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXVI-3/3, 1986, S. 212-224.
- STARK, E. (1978): Der Einfluß des Bildwinkels auf die Lage- und Höhengenaueigkeit photogrammetrischer Auswertungen. Bildmessung und Luftbildwesen 46, 1978, S. 5 - 14.
- STEFANOVIC, P. (1980): Pitfalls in Blunder Detection Techniques. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXIII, part B3, 1980, S. 687-700.
- VAN MIERLO, J. (1981): Fehlersuche und Zuverlässigkeit in geodätischen Netzen. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. der Uni Stuttgart, Heft 7, 1981, S. 111-135.
- WERNER, H. (1984): Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators. Int. Arch. of Photogr., Vol. XXV, part A3a, 1984, S. 1101-1108.

