

R. Schroth

INNERE ZUVERLÄSSIGKEIT VON PHOTOGRAMMETRISCHEN BLÖCKEN

1. Einleitung

1.1 In den vorausgegangenen Vorträgen wurden die ausgleichungstechnischen und statistischen Grundlagen für das Verfahren zur Erkennung grober Datenfehler (data-snooping) und der Begriff der inneren Zuverlässigkeit dargelegt. Ich möchte jetzt, auf der Theorie der inneren Zuverlässigkeit aufbauend, Ergebnisse von Untersuchungen an photogrammetrischen Blöcken erläutern (vgl. FÜRSTNER, 1980). An ihnen wird die Abhängigkeit der inneren Zuverlässigkeit von verschiedenen Projektparametern und die Konsequenzen für die Praxis diskutiert.

In den letzten Jahren wurde durch mehrere Untersuchungen (FÜRSTNER 1978, 1979; SCHMITT, 1979) für Blöcke mit unabhängigen Modellen gezeigt, daß die Kontrollierbarkeit photogrammetrischer Koordinaten stark vom Verknüpfungsgrad und den Überdeckungsverhältnissen abhängt. Ähnliche systematische Untersuchungen für Bündelblöcke stehen noch aus. Ich möchte heute über die Zuverlässigkeit beider Blocktypen berichten und gemeinsame Strukturen aber auch prinzipielle Unterschiede aufzeigen.

Wir haben Blöcke mit unabhängigen Modellen und Bündelblöcke mit 60 % Längsüberdeckung und 20 %, bzw. 60 % Querüberdeckung untersucht; also in der Praxis übliche Versionen. Dabei sind wir davon ausgegangen, daß 20 % Querüberdeckung für topographische Auswertungen und 60 % Querüberdeckung für die Punktbestimmung verwendet werden. Die Ergebnisse zeigen, daß man keine globale Aussage über den ganzen Block machen kann, sondern daß verschiedene Bereiche innerhalb des Blocks nach photogrammetrischen Punkten und Paßpunkten zu trennen sind. An einigen Beispielen möchte ich die Prinzipien der Untergliederung schildern und daran anschließend auf die Abhängigkeit von den Projektparametern eingehen.

1.2 Zunächst möchte ich die verschiedenen untersuchten Blockversionen erläutern. Um den Einfluß von Zufälligkeiten auf die Analyse der Kontrollierbarkeit zu vermeiden, haben wir schematisierte Blöcke mit quadratischer Form berechnet. Die Berechnungen erfolgten für Weitwinkelaufnahmen.

Für die Prüfung der photogrammetrischen Koordinaten wurden freie Blöcke und, um den gegenseitigen Einfluß von Verknüpfungs- und Paßpunkten zu untersuchen, Blöcke mit Paßpunktrahmen gerechnet. Die geodätischen Koordinaten der Paßpunkte wurden als fehlerbehaftet und gleichgenau mit den photogrammetrischen Koordinaten angenommen ($P = I$).

Die Lagepaßpunkte wurden an den Rändern der Blöcke angeordnet. Für die Höhe sind einmal Höhenketten für Einfachblöcke und einmal ein regelmäßiges Gitter für die Höhenpaßpunkte bei Doppelblöcken vorgesehen (siehe Abb. 1), was sich als günstig für die Genauigkeit herausgestellt hat. Der Abstand der Paßpunkte wird durch das Verhältnis i/b ausgedrückt. Das Intervall i variiert zwischen 2 bis 20 Basislängen.

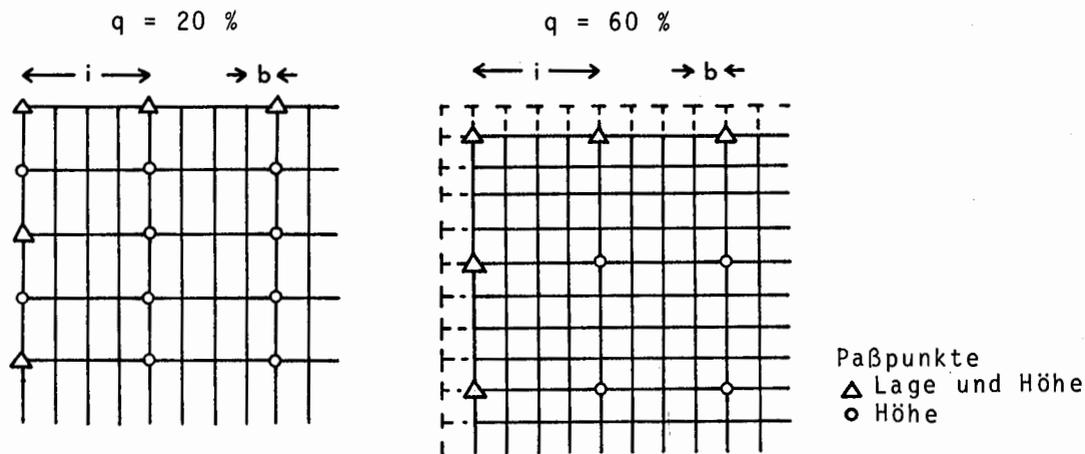


Abb. 1 Paßpunktschemata

Folgende Blockversionen haben wir in unsere Untersuchungen einbezogen:

unabhängige Modelle:

Einfach-Block mit 4 Verknüpfungspunkten pro Modell	:	E	4
" " " 6 " "	:	E	6
" " " 4 Doppelpunkten " "	:	E	8
" " " 6 " "	:	E	12
Doppel-Block mit 6 Verknüpfungspunkten pro Modell	:	D	6
" " " 6 Doppelpunkten " "	:	D	12

Bündel:

Einfach-Block mit 9 Verknüpfungspunkten pro Bild	:	E	9
" " " 9 Doppelpunkten " "	:	E	18
" " " 25 Verknüpfungspunkten " "	:	E	25
Doppel-Block " 9 Verknüpfungspunkten " "	:	D	9
" " " 9 Doppelpunkten " "	:	D	18
" " " 25 Verknüpfungspunkten " "	:	D	25

Einfach-Block : $p = 60\%$, $q = 20\%$

Doppel -Block : $p = 60\%$, $q = 60\%$ oder Kreuzverband

Die bis vor kurzem üblichen Blockversionen E 4, E 6 und E 9 zeigen bei der Erkennung grober Datenfehler deutliche Schwächen, so daß man heute auf Doppelpunkte übergegangen ist. Die E 25-Version haben wir in die Untersuchungen mit einbezogen, um Aussagen über eine hohe Punktzahl pro Bild treffen zu können. Für hohe Genauigkeitsanforderungen benutzt man die Doppelblöcke, an die auch höhere Ansprüche bezüglich der Zuverlässigkeit gestellt werden.

In den weiteren Ausführungen möchte ich den Einfluß der Projektparameter, wie z.B.

- Paßpunktanordnung
- Überdeckungsverhältnis
- Anzahl der Verknüpfungspunkte pro Modell/Bild
- Blockgröße

auf die Kontrollierbarkeit darlegen.

2. Untersuchungsberechnungen

Obwohl die innere Zuverlässigkeit, d.h. die Kontrollierbarkeit der Beobachtungen, bereits theoretisch erläutert wurde, möchte ich nochmals auf einige Grundlagen, die wir zum Verständnis der Untersuchungsberechnungen benötigen, eingehen. Das Kontrollierbarkeitsmaß für eine Beobachtung ist folgendermaßen definiert:

$$\nabla_0 l_i = \sigma_{l_i} \delta'_{0i}$$

mit $\delta'_{0i} = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$, wobei der statistische Parameter δ_0 eine Funktion der Irrtumswahrscheinlichkeiten α_0, β_0 ist. $\nabla_0 l_i$ ist der untere Grenzwert für einen groben Fehler, der mit dem statistischen Test mit der Sicherheit β_0 gerade noch entdeckt werden kann. Er hängt von der Genauigkeit der Beobachtung σ_{l_i} , von der Geometrie, ausgedrückt durch den Redundanzanteil r_i , und dem statistischen Parameter δ_0 ab.

Der Redundanzanteil r_i einer Beobachtung ist gegeben durch

$$r_i = (Q_{VV} P_{ll})_{ii}$$

wobei Q_{VV} = Gewichtskoeffizientenmatrix der Verbesserungen v_i

P_{ll} = Gewichtsmatrix der Beobachtungen l

ist.

Unsere Berechnungen wurden konstant mit dem statistischen Parameter $\delta_0 = 4$ durchgeführt.

Im weiteren Verlauf des Vortrags werde ich mit dem Wert der Kontrollierbarkeit δ'_{0i} , dem Grenzwert $\nabla_0 l_i$ bei vorgegebener Beobachtungsgenauigkeit und bei Untersuchungen der Geometrie mit dem Redundanzanteil r_i arbeiten.

2.1 Datengewinnung

Die Grenzwerte $\nabla_0 l_i$, der Wert der Kontrollierbarkeit und die Redundanzanteile r_i können a priori berechnet werden, ohne daß realisierte Messungen vorliegen. Da uns die Inverse der Normalgleichungsmatrix nicht zur Verfügung stand, bestimmten wir die r_i durch Computersimulation.

Nach FÖRSTNER (1978) lassen sich die Redundanzanteile mit

$$r_i = \frac{-\nabla v_i}{\nabla l_i}$$

berechnen. In der Formel ist ∇l_i der grobe Fehler in einer Beobachtung und ∇v_i der Einfluß dieses Fehlers auf die Verbesserung.

Auf dieser Grundlage haben wir die Redundanzanteile für jeden Punkt innerhalb der verschiedenen Blockversionen bestimmt. Die Berechnungen wurden mit dem Programm PAT-M für die unabhängigen Modelle und mit PAT-B für die Bündelausgleichung durchgeführt.

2.2 Beispiele

Bevor wir den Einfluß der verschiedenen Projektparameter auf die Kontrollierbarkeit untersuchen, möchte ich an Hand zweier repräsentativer Beispiele die Darstellungsweise erläutern und die grundsätzliche Struktur der inneren Zuverlässigkeit darlegen.

Die Abbildung 2 zeigt die Ergebnisse für einen freien Bündelblock. Aus Symmetriegründen ist nur das obere linke Viertel des Blocks abgebildet (Symmetrieachsen sind angegeben).

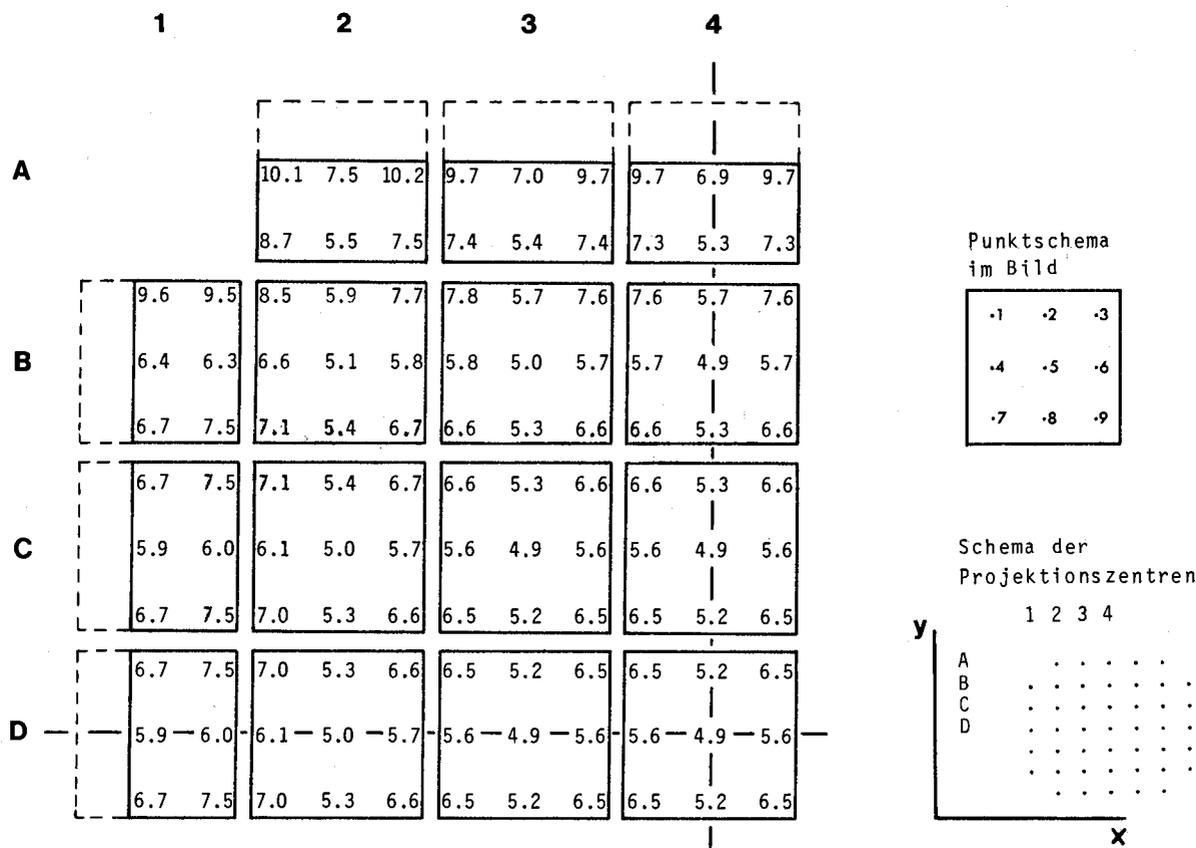


Abb. 2 Kontrollierbarkeit der Bildkoordinaten in einem Bündelblock δ'_{0i} ,
 $p = q = 60 \%$, 9 Punkte pro Bild, freier Block, aus FÜRSTNER (1979)

Dieser Bündelblock besteht aus 7 Streifen mit je 7 Bildern (Blockversion D 9), ohne die 4 Eckbilder. Die δ'_{0i} - Werte sind für jedes Bild dargestellt. Die Lage der Bilder im Block kann über das Schema der Projektionszentren rekonstruiert werden. An den Rändern sind lediglich die 6 Punkte, die im Überdeckungsbereich liegen (siehe Abb. 1, $q = 60 \%$), dargestellt. So erscheint der Punkt 5 im Bild B2 mit $\delta'_{05} = 5.1$ auch in den Bildern

$$\begin{aligned}
 A2 : \delta'_{08} &= 5.5 & A3 : \delta'_{07} &= 7.4 \\
 B1 : \delta'_{06} &= 6.3 & B3 : \delta'_{04} &= 5.8 \\
 C1 : \delta'_{03} &= 7.5 & C2 : \delta'_{02} &= 5.4 & C3 : \delta'_{01} &= 6.7
 \end{aligned}$$

In diesem Beispiel sind lediglich die Werte für die x-Koordinaten angegeben. Die δ'_{0i} -Werte für die y-Koordinaten ergeben sich durch Spiegelung an der Hauptdiagonalen. Betrachten wir nun z.B. im Bild A2 den Punkt mit $\delta'_0 = 10.1$ und nehmen wir eine Genauigkeit der Beobachtung $\sigma_{1i} = 5 \mu\text{m}$ an, dann ergibt sich als unterer Grenzwert $\nabla_{0i} = 50.5 \mu\text{m}$, d.h. ein grober Fehler bis zu dieser Größe kann nicht entdeckt werden, unter Annahme der vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeiten. Trotzdem werden genau an dieser Stelle in der Regel die Paßpunkte gelegt!

Die ungünstigsten Werte für die Kontrollierbarkeit liegen in den Ecken und an den Rändern. So können dem Punkt 4 im Bild A2 mit $\delta'_{04} = 10.1$ nur 3 Strahlen, dem Punkt 5 im Bild A4 mit $\delta'_{05} = 6.9$ immerhin schon 6 Strahlen zugeordnet werden.

Man kann hier deutlich die Abhängigkeit der Kontrollierbarkeit von der Geometrie sehen.

Bereits ab der 3. Zeile, bzw. Spalte der Abbildung 2 tritt im Inneren des Blocks eine starke Homogenität auf (9 Bestimmungsstrahlen pro Punkt!). Die Werte für die Kontrollierbarkeit sind hier voll akzeptabel. Auf die Variation der δ'_{0i} -Werte innerhalb eines Bildes möchte ich später noch eingehen.

Die Abbildung 3 zeigt als weiteres Beispiel die Ergebnisse für einen Höhenblock mit unabhängigen Modellen (1/4 Block).

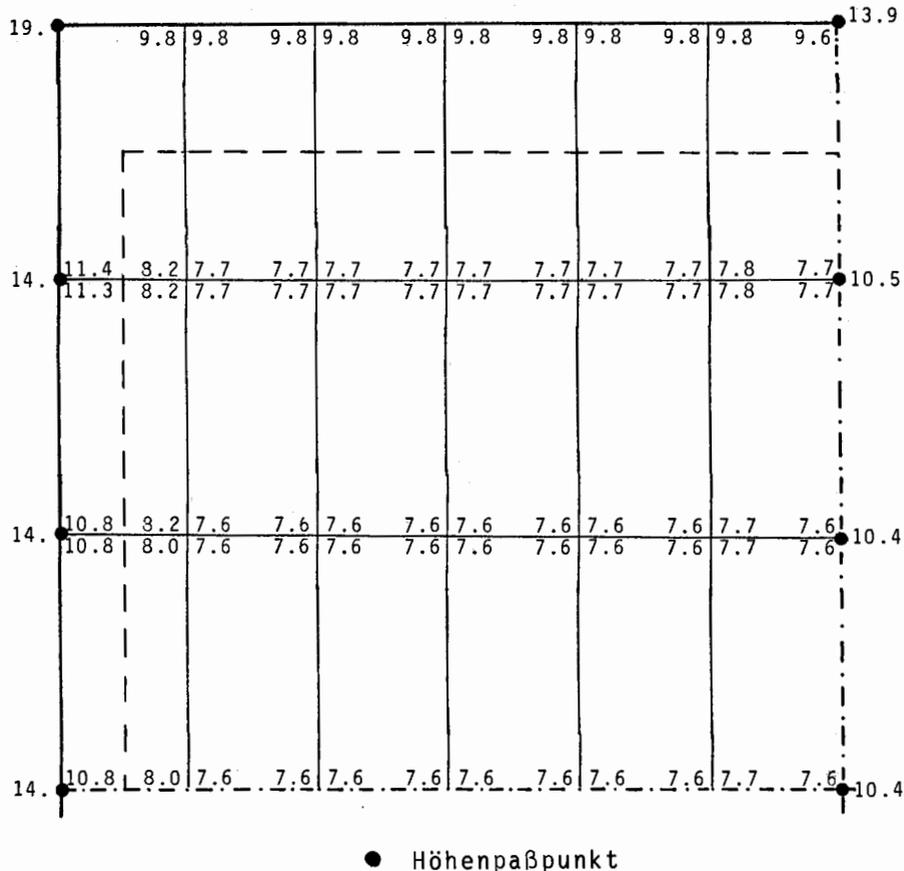


Abb. 3 Kontrollierbarkeit der Modell- und Paßpunktkoordinaten in einem Höhenblock mit unabhängigen Modellen δ'_{0i} , $p = 60 \%$, $q = 20 \%$, 4 Punkte pro Modell + Projektionszentren, $i = 6b$

Der Block besteht aus 6 Streifen mit je 12 Modellen. Jedes Modell enthält 4 Verknüpfungspunkte. Exemplarisch möchte ich nochmals auf die Bedeutung der angegebenen Werte eingehen. So besitzt der erste Punkt im 3. Modell des ersten Streifens einen Kontrollierbarkeitswert von $\delta'_{0i} = 9.8$. Dem entspricht ein Redundanzanteil von $r_i = 0.167$. Mit einer angenommenen Beobachtungsgenauigkeit von $\sigma_{1i} = 10 \mu\text{m}$ ergibt sich der Grenzwert $\nabla_0 l_i = 98 \mu\text{m}$, d.h. ein grober Fehler bis zur Größe von ca. 100 μm kann mit dem statistischen Test nicht entdeckt werden! Im Gelände entspricht dies bei einem Bildmaßstab von 1:10 000 bereits 1 m. Dieser Punkt kommt nur in 2 Modellen vor und ist somit geometrisch nicht so gut bestimmt wie z.B. ein Punkt im Blockinneren (Punkt in 4 Modellen!), was sich auch deutlich an dem Wert des Redundanzanteils zeigt. Auch kann nicht entschieden werden, in welchem Modell der Fehler aufgetreten ist. Da kein zweiter Punkt in der Nähe liegt, ist die schwache Verknüpfung am Rand stark gefährdet.

Die Berechnung der Werte für einen beliebigen Punkt im Blockinneren ergibt:

$$\begin{aligned} \delta'_{0i} &= 7.6 & r_i &= \left(\frac{4}{7.6}\right)^2 = 0.277 \\ \sigma_{1i} &= 10 \mu\text{m} & \nabla_0 l_i &= 7.6 \cdot 10 \mu\text{m} = 76 \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Der Redundanzanteil ist deutlich größer. Der Grenzwert ist noch relativ hoch, was aber bei einem E4-Block nicht anders zu erwarten ist.

Wir können nun unmittelbar aus der Figur die Abhängigkeit der Kontrollierbarkeit von der Lage der Beobachtungen im Block ablesen:

- Im Innern des Blocks ist die Kontrollierbarkeit sehr homogen (Abb. 3 : durch gestrichelte Linie abgegrenzter Bereich).
- Die Ränder und Ecken sind schlechter kontrollierbar und variieren nur geringfügig. Die Begründung liegt in der schwächeren Geometrie in diesen Bereichen.
- Die Kontrollierbarkeit der geodätischen Koordinaten der Paßpunkte ist schlecht und ist von der Lage im Block abhängig. So sind z.B. die Höhenpaßpunkte in der Mitte des Blocks deutlich besser kontrollierbar als die Paßpunkte am Rand. Dies läßt sich dadurch erklären, daß die Photogrammetrie die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte dort am meisten beeinflussen kann, wo sie geometrisch am stärksten ist, also im Inneren des Blocks. In der Ecke ist dementsprechend die Kontrollierbarkeit am schwächsten.
- Die Paßpunkte haben praktisch keinen Einfluß auf die Kontrollierbarkeit der Verknüpfungspunkte im Block.
- Die lokale Redundanz in der direkten Umgebung der Paßpunkte erhöht sich nur unwesentlich, so daß selbst die Kontrollierbarkeit der Verknüpfungspunkte, die direkt neben einem Paßpunkt liegen, kaum spürbar beeinflußt wird.

Die Erkenntnisse aus den beiden o. g. Beispielen berechtigen für die Analyse der Kontrollierbarkeit photogrammetrischer Blöcke zu folgender Unterteilung:

- Getrennte Untersuchungen von photogrammetrischen Punkten und Paßpunkten
- Einteilung der Blöcke in Blockrand und Blockinnenbereich, wobei der Randbereich noch nach Rand und Ecke getrennt wird.

Die starke Homogenität im Blockinnern gewährleistet eine völlige Unabhängigkeit der Kontrollierbarkeit von der Blockgröße. Im Gegensatz zur Genauigkeit, die mit der Blockgröße logarithmisch abnimmt, bleibt die durchschnittliche Kontrollierbarkeit völlig konstant. Deshalb können wir die Blockgröße von der weiteren Analyse ausschließen.

3. Kontrollierbarkeit der photogrammetrischen Punkte

Die oben angeführten Beispiele weisen im Blockinnern eine sehr starke Homogenität auf. Diese Homogenität berechtigt zu der Annahme, daß man mit einer einfachen Berechnung der theoretischen Durchschnittswerte für die Redundanzanteile eine Aussage über die innere Zuverlässigkeit im Blockinneren auch von sehr großen Blöcken machen kann.

Der theoretische Durchschnittswert für die Redundanzanteile ergibt sich aus

$$\bar{r}_i = \frac{r}{n}$$

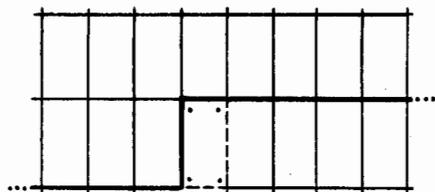
mit r = globale Redundanz
 n = gesamte Anzahl der Beobachtungen.

An einem Beispiel möchte ich erläutern, wie man den durchschnittlichen Wert \bar{r}_i einfach erhalten kann.

Die Abbildung 4a zeigt ein Modell aus dem Inneren eines Modellblocks mit 4 Punkten. Der aus den einzelnen Redundanzanteilen im Modell entstandene Mittelwert beträgt 0.250. Um im Inneren eines Modellblocks ein einzelnes Modell anfügen zu können (siehe Abb. 4b) müssen zwei Bedingungen erfüllt sein ($\Delta r = 2$). Die Anzahl der Beobachtungen wächst um $\Delta n = 8$ an. Damit ergibt sich der theoretische Durchschnittswert \bar{r} ebenfalls zu 0.250.

.250	.250
.250	.250

Abb. 4a Redundanzanteile eines Modells
aus E 4 - Lageblock
(Innenbereich)



Änderungen durch das zusätzliche Modell:

- Beobachtungen $\Delta n = 8$
- Redundanz (Bedingungen) $\Delta r = 2$

Abb. 4b Anfelderung eines Modells im Blockinneren (E 4 - Lageblock)

Die Übereinstimmung ist nicht für jede Blockversion so vollkommen, aber im allgemeinen stimmt der theoretische Durchschnittswert mit den Durchschnittswerten der Modelle und Bilder gut überein.

3.1 Blockinnenbereich

An Hand der theoretischen Durchschnittswerte für die Redundanzanteile möchte ich die Werte der Kontrollierbarkeit für die verschiedenen Blockversionen erläutern und einige vergleichende Aussagen treffen (vgl. Tabelle 1).

Die Untersuchungen bestätigen die theoretischen Werte in der Tabelle 1, so daß diese als Diskussionsgrundlage benutzt werden können.

- Die Messungen von 2 zusätzlichen Punkten in der Mitte der Modelle bringt im Verhältnis zum Mehraufwand nur eine geringe Steigerung der Kontrollierbarkeit (E 4 \rightarrow E 6, E 8 \rightarrow E 12), da diese Punkte nicht im Bereich der Querüberdeckung liegen und somit nur jeweils in 2 Modellen vorkommen. Allerdings kann man mit Hilfe dieser Punkte bei der Verwerfung fehlerhafter Punkte oftmals noch die Verknüpfung zu den Nachbarmodellen aufrecht erhalten.
- Im Blockinneren sind die Modellversionen E 6, E 12, D 6, D 12 ebenso gut kontrollierbar wie die Bündelversionen E 9, E 18, D 9, D 18.
- Bei den Doppelpunkten ist eine deutliche Steigerung der Kontrollierbarkeit zu erkennen (E 4 \rightarrow E 8, E 6 \rightarrow E 12, E 9 \rightarrow E 18). So steigt zum Beispiel der E 4-Block um das 1.4fache an beim Übergang auf den E 8-Block. Allerdings sind beim Bündelblock einige Punkte im Bild von dieser Steigerung ausgenommen. Wir werden daher die Werte innerhalb der einzelnen Bilder betrachten.

Modellblock					Bündelblock			
q = 20 %			q = 60 %		q = 20 %		q = 60 %	
Block	Lage	Höhe	Block	x,y	Block	Lage	Block	x,y
E 4	8.0	7.5	-	-	E 9	6.9	D 9	5.7
E 6	6.9	6.9	D 6	5.7	E 18	5.7	D 18	4.9
E 8	5.7	6.2	-	-	E 25	6.3	D 25	5.0
E 12	5.7	6.0	D 12	4.9	-	-	-	-

Tabelle 1 Durchschnittswerte für die Kontrollierbarkeit δ'_{0i}

- Bei den Blockversionen E 9, E 18, E 25 variieren die Redundanzanteile der einzelnen Punkte im Bild sehr stark (siehe Abb. 5). Diese Erscheinung konnten wir bereits in dem einführenden Beispiel Abbildung 2 erkennen. Betrachten wir nämlich die Anzahl der Bestimmungsstrahlen pro Punkt, so wird verständlich, daß z.B. im Block E 25 bei den 2fachen Punkten der Redundanzanteil für die x-Koordinate Null ist (keine Überbestimmung). Aber mit der Anzahl der Bestimmungsstrahlen allein können wir die Variation nicht erklären. So besitzt z.B. der mittlere Punkt im Bild einen hohen Redundanzanteil, obwohl er nur durch 3 Strahlen bestimmt wird, und bei Punkten am Bildrand mit der gleichen Anzahl von Bestimmungsstrahlen der Redundanzanteil deutlich niedriger ist.

Beispiel: Bild E 9 Punkt 5 $r_i = 0.528$
 Punkt 6 $r_i = 0.132$ x-Koordinate

Somit ist nicht nur die Anzahl der Bestimmungsstrahlen sondern auch die Schnittbildung der Strahlen (schleifende Schnitte) für die Höhe des Redundanzanteils und damit auch für die Kontrollierbarkeit maßgebend.

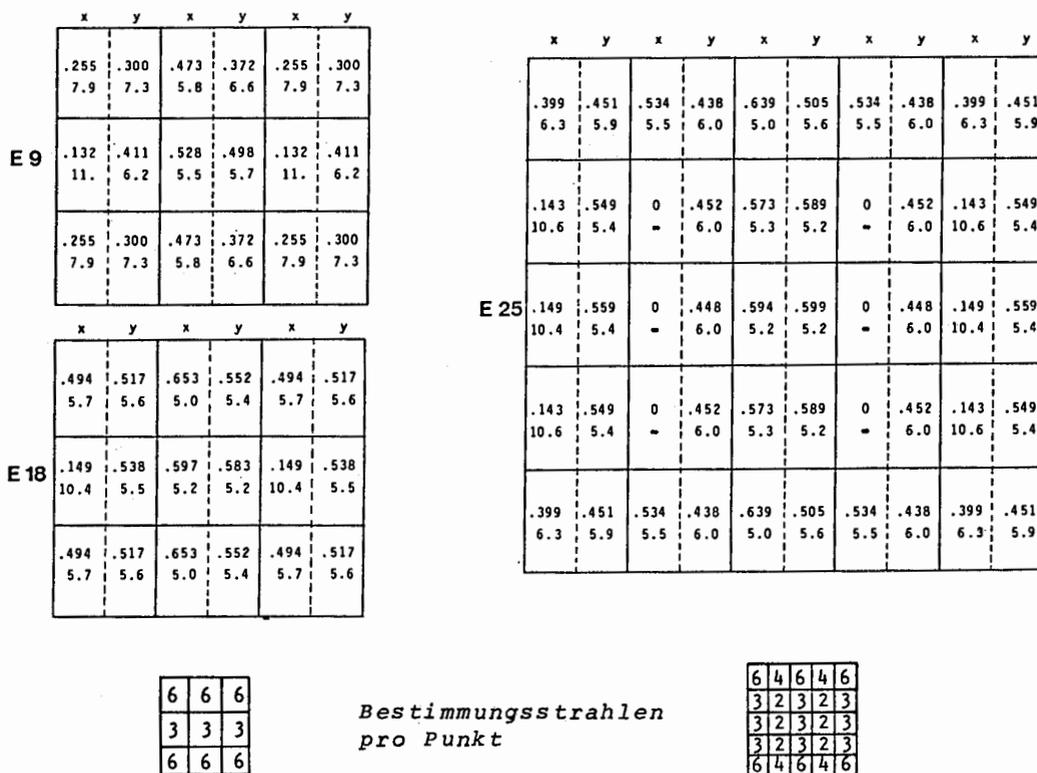


Abb. 5 Redundanzanteile r_i und Kontrollierbarkeitswerte δ_{oi}^1 im Blockinneren von Bündelblöcken (E 9, E 18, E 25)

Damit läßt sich jetzt auch der Abfall der theoretischen Durchschnittswerte für die Kontrollierbarkeit beim Übergang von Blockversion E 18 auf E 25 erklären, was sonst nicht ohne weiteres plausibel ist. Bei den Doppelblöcken (D 9, D 18, D 25) ist die Variation im Bild nicht so stark (vgl. Abb. 2).

Insgesamt gesehen sind die Werte für die Kontrollierbarkeit im Innenbereich der Blöcke ausgezeichnet.

3.2 Blockränder

Ein besonderes Risiko stellen die Blockränder und die Blockecken dar. Die Abbildung 6 zeigt dies deutlich an einem Block mit 18 Modellen und 6 Verknüpfungspunkten pro Modell (E 6 - Block). Die Kontrollierbarkeit ist bis zum Faktor 1.7 schlechter als im Blockinneren.

.12	.12	.13	.13	.13
12.	12.	11.	11.	11.
.34	.34	.34	.34	.34
6.9	6.9	6.9	6.9	6.9
.13	.24	.26	.27	.28
11.	8.2	7.8	7.7	7.6
.13	.26	.29	.30	.31
11.	7.8	7.4	7.3	7.2
.34	.34	.35	.35	.35
6.9	6.9	6.8	6.8	6.8
.13	.26	.29	.30	.31
11.	7.8	7.4	7.3	7.2
.13	.24	.26	.27	.28
11.	8.2	7.8	7.7	7.6
.34	.34	.34	.34	.34
6.9	6.9	6.9	6.9	6.9
.12	.12	.13	.13	.13
12.	12.	11.	11.	11.

Abb. 6 Kontrollierbarkeitswerte δ'_{0i} und Redundanzanteile r_i für einen E 6 - Block

Die Tabellen 2 und 3 geben einen Überblick über die maximalen Werte der Kontrollierbarkeit im Randbereich in Abhängigkeit der verschiedenen Blockversionen. Hierbei werden die nicht-kontrollierbaren Punkte, wie z.B. Einzelpunkte, nicht berücksichtigt.

Bei den unabhängigen Modellen erkennen wir eine deutliche Abhängigkeit der Kontrollierbarkeit von der Anzahl der Verknüpfungspunkte, denn bei den Doppelpunkten (E 8, E 12) sind die δ'_{0i} -Werte voll akzeptierbar, selbst in den Blockecken.

q = 20 %					q = 60 %		
Block	Lage		Höhe		Block	Lage	
	Ecke	Rand	Ecke	Rand		Ecke	Rand
E 4	21.0	18.0	12.0	12.0	-	-	-
E 6	12.0	11.0	-	-	D 6	7.6	6.9
E 8	7.8	7.8	7.3	7.3	-	-	-
E 12	7.3	7.2	-	-	D 12	6.4	5.7

Tabelle 2 Extremwerte für die Kontrollierbarkeit δ'_{0i} bei unabhängigen Modellen (Randbereich)

q = 20 %			q = 60 %		
Block	Ecke	Rand	Block	Ecke	Rand
E 9	15.0	15.0	D 9	10.0	9.7
E 18	12.0	12.0	D 18	7.0	6.3
E 25	12.0	12.0	D 25	5.1	5.1

Tabelle 3 Extremwerte für die Kontrollierbarkeit δ'_{0i} bei Bündeln (Randbereich)

Dagegen hat beim Bündelblock eine Erhöhung der Verknüpfungsanzahl pro Bild keinen großen Einfluß. Die Ursache ist hier, wie im Blockinneren, in den schwach überbestimmten Punkten (3 Bestimmungsstrahlen, schleifende Schnitte) zu suchen.

Die Doppelblöcke wiesen eine gute Kontrollierbarkeit auf. So ist z.B. bei der D 12 - Version in der Blockecke ein grober Fehler bereits ab $32 \mu\text{m}$ zu erkennen (mit $\sigma_{1j} = 5 \mu\text{m}$). Lediglich beim Bündelblock mit 9 Punkten pro Bild (D 9) ist eine deutliche Schwäche in den Randbereichen ersichtlich.

Die unabhängigen Modelle sind von ihrer geometrischen Konzeption aus gesehen weniger empfindlich gegen grobe Fehler als die Bündelausgleichung. Gute Werte werden bei den Modellen bereits mit Einfach-Blöcken erreicht (ab E 8), während bei den Bündeln erst der D 18 - Block diese Kontrollierbarkeit erreicht. Die Bündelblöcke absorbieren also einen größeren Anteil des groben Fehlers.

Um eine akzeptable Kontrollierbarkeit im Randbereich der Blöcke zu erhalten, können wir folgende Konsequenzen ziehen:

- bei den Bündeln erhöht die Steigerung der Bildanzahl pro Block die Kontrollierbarkeit
- bei den Modellen erhöht eine Steigerung der Verknüpfungspunktzahl die Kontrollierbarkeit.

3.3 Folgerungen für die Blockplanung

Die Untersuchungen lassen mehrere Möglichkeiten offen, um eine gleichmäßig gute Kontrollierbarkeit der photogrammetrischen Punkte über den gesamten Block zu erhalten. In der Abbildung 10 sind die Ergebnisse nochmals in einer Zusammenfassung grafisch dargestellt (s. S. 16).

- Doppelbefliegungen

Die Doppelbefliegungen brachten, wie erwartet, bei allen Untersuchungen die besten Ergebnisse. Lediglich die Randbereiche bei den Bündelblöcken bedürfen weiterer Sicherungsmaßnahmen. Doppelbefliegungen zur alleinigen Prüfung photogrammetrischer Messungen sind sicherlich das aufwendigste Verfahren. Allerdings muß man hier auch die Steigerung der Punktgenauigkeit berücksichtigen, so daß eine Entscheidung hierüber allein von der Aufgabenstellung abhängt.

- Messung von Doppelpunkten

Bei den Einfach-Blöcken ist eine deutliche Steigerung durch die Messung von Doppelpunkten erkennbar. Die Modelle mit 8 Verknüpfungspunkten (E 8) bieten bei vergleichsweise geringem Mehraufwand die besten Voraussetzungen für die Suche nach groben Fehlern. Dasselbe gilt für die Bündel mit 18 Punkten (E 18). Eine weitere Erhöhung der Punktzahl ist hier nicht mehr effektiv.

- Zusätzliche Modelle/Bilder am Rand

Eine Umrandung der Modelle mit Nachbarstreifen und ein oder zwei Modelle an den Seiten des Blocks wurde bereits von ACKERMANN (1966) zur Erhöhung der Genauigkeit vorgeschlagen. Wenn man sich hier lediglich auf den Blockinnenbereich beschränkt, erreicht ein Block mit unabhängigen Modellen ($q = 20\%$) die Kontrollierbarkeit eines Doppel-Blocks. Unsere Untersuchungen zeigten, daß hierfür bereits eine halbe Streifenbreite, bzw. Bildbreite, d.h. eine Basislänge, ausreichend ist. Für die Bündelblöcke läßt sich hiermit nur bei Doppel-Blöcken dieselbe Steigerung der Kontrollierbarkeit erreichen.

Durch die zusätzlichen Modelle, bzw. Bilder am Blockrand ist es mit sehr geringem Mehraufwand möglich, eine gleichmäßige Kontrollierbarkeit der photogrammetrischen Koordinaten zu erreichen.

4. Kontrollierbarkeit der Paßpunkte

4.1 Untersuchungsergebnisse

In dem einleitenden Beispiel Abbildung 3 konnte bereits sehr deutlich gezeigt werden, daß die geodätischen Koordinaten der Paßpunkte nicht mit den photogrammetrischen Messungen kontrolliert werden können. Die Abbildungen 7 und 8 zeigen die Kontrollierbarkeit für Lage- und Höhenpaßpunkte in Abhängigkeit vom Paßpunktintervall i .

Die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte ist selbst bei einem Intervall von $i = 2b$ nicht mehr voll akzeptabel ($\delta'_{0i} = 10$). Bei einem in der Praxis durchaus üblichen Intervall von 6 Basislängen fällt die Kontrollierbarkeit im Durchschnitt bereits auf $\delta'_{0i} = 17$ ab. Für eine Beobachtungsgenauigkeit von $\sigma_{1i} = 5$ cm in der Lage entspricht dies einem Grenzwert von $\nabla_{0i} = 85$ cm, also fast 1 m!

Aus den beiden Abbildungen lassen sich für die Kontrollierbarkeit näherungsweise folgende Funktionen ableiten:

$$\text{Lagepaßpunkte} \quad \delta'_{0i} = \delta_0 \sqrt{a + c (i/b)^2}$$

$$\text{Höhenpaßpunkte} \quad \delta'_{0i} = \delta_0 \sqrt{a + c (i/b)}$$

Die Formeln sind von einem konstanten Anteil a und von einem durch das Paßpunktintervall gegebenen Anteil abhängig. Die Lage- und Höhenpaßpunkte unterscheiden sich um den Exponenten des Quotienten (i/b) . Da bei den Lagepaßpunkten das Verhältnis (i/b) quadratisch in die Gleichung eingeht, muß den Lagepaßpunkten besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Für große Paßpunktintervalle kann der konstante Term a vernachlässigt werden.

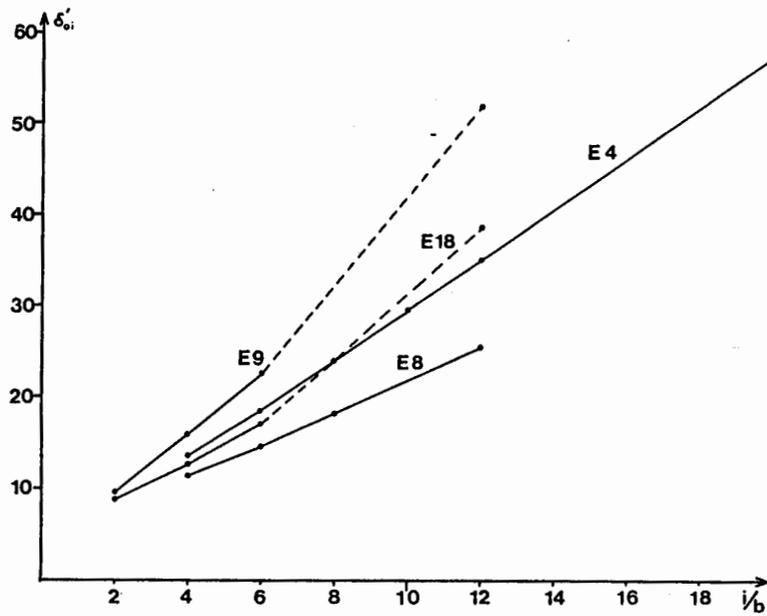


Abb. 7 Kontrollierbarkeit von Lagepaßpunkten (Einfach-Blöcke, Ecken), aus FÜRSTNER (1980)¹⁾

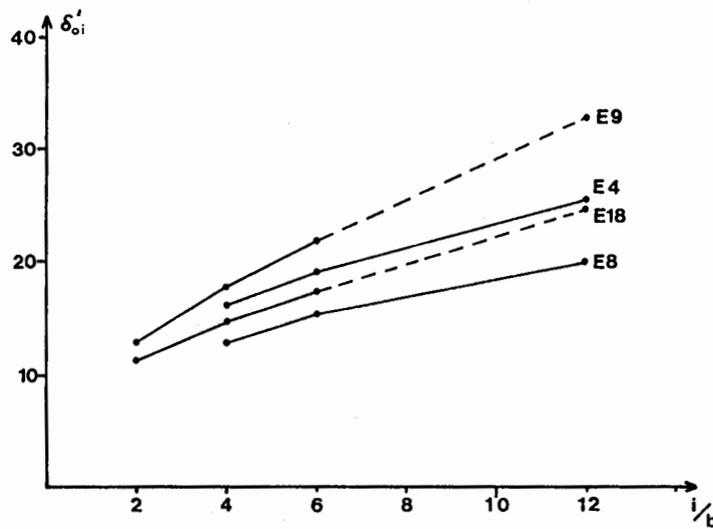


Abb. 8 Kontrollierbarkeit von Höhenpaßpunkten (Einfach-Blöcke, Ecken), aus FÜRSTNER (1980)¹⁾

¹⁾ Die Endpunkte der gestrichelten Linien ergeben sich aus Blöcken mit reiner Eckbesetzung.

Die Tabellen 4 und 5 zeigen die Koeffizienten für die untersuchten Blockversionen.

Block	Lage im Block	$(\delta'_{oi}/\delta_o)^2 = \frac{1}{r_i}$	δ'_{oi}/δ_o
E 4	Ecke	4.0 + 0.5 $(i/b)^2$	0.7 i/b
	Rand	3.5 + 0.12 $(i/b)^2$	0.35 i/b
E 8	Ecke	4.0 + 0.25 $(i/b)^2$	0.5 i/b
	Rand	2.5 + 0.075 $(i/b)^2$	0.27 i/b
E 9	Ecke	2.6 + 0.8 $(i/b)^2$	0.9 i/b
	Rand	1.9 + 0.23 $(i/b)^2$	0.5 i/b
E 18	Ecke	3.0 + 0.43 $(i/b)^2$	0.65 i/b
	Rand	1.9 + 0.13 $(i/b)^2$	0.35 i/b

Tabelle 4 Kontrollierbarkeit der Lagepaßpunkte

Block	Lage im Block	$(\delta'_{oi}/\delta_o)^2 = \frac{1}{r_i}$	δ'_{oi}/δ_o
E 4	Ecke	3.1 + 3.2 i/b	1.8 $\sqrt{i/b}$
	Rand	2.3 + 1.7 i/b	1.3 $\sqrt{i/b}$
	Innen	1.2 + 0.9 i/b	1.0 $\sqrt{i/b}$
E 8	Ecke	3.6 + 1.9 i/b	1.4 $\sqrt{i/b}$
	Rand	2.4 + 1.0 i/b	1.0 $\sqrt{i/b}$
	Innen	1.5 + 0.6 i/b	0.8 $\sqrt{i/b}$
E 9	Ecke	.0 + 5.0 i/b	2.2 $\sqrt{i/b}$
	Rand	.0 + 2.6 i/b	1.6 $\sqrt{i/b}$
	Innen	.0 + 1.3 i/b	1.1 $\sqrt{i/b}$
E 18	Ecke	2.6 + 2.6 i/b	1.6 $\sqrt{i/b}$
	Rand	1.4 + 1.4 i/b	1.2 $\sqrt{i/b}$
	Innen	0.7 + 0.7 i/b	0.9 $\sqrt{i/b}$

Tabelle 5 Kontrollierbarkeit der Höhenpaßpunkte

Es wurden lediglich Einfach-Blöcke untersucht, da Doppelblöcke in der Regel nur bei sehr hohen Genauigkeitsanforderungen benutzt werden, wobei man dann annehmen kann, daß die geodätischen Grundlagen garantiert sind. Die Angaben in der rechten Spalte gelten für große Paßpunktintervalle.

Aus den o. a. Koeffizienten kann man folgende allgemeine Regel ableiten, welche die Werte der Kontrollierbarkeit für große Paßpunktintervalle auf 10 % annähert.

$$\delta'_{oi} = \delta_o \sqrt{f_c f_t (f_l i/b)^e}$$

mit f_t ... Faktor für die Anordnung der Verknüpfungspunkte (tie points)

- = 1 Einfachpunkt
- = 1/2 Doppelpunkt

- f_l ... Faktor für die Lage der Paßpunkte im Block (location)
- = 1 Ecke
 - = 1/2 Rand
 - = 1/4 Innen
- f_c ... Faktor für den Paßpunkttyp (control point type)
- = 1/2 Lage PP, unabhängige Modelle
 - = 4 Höhen PP, unabhängige Modelle
 - = 1 Lage PP, Bündel
 - = $4\sqrt{2}$ Höhen PP, Bündel
- e ... Exponent
- = 1 Höhenpaßpunkte
 - = 2 Lagepaßpunkte

Wenn wir die einzelnen Werte für die Kontrollierbarkeit betrachten, ist offensichtlich eine Überprüfung der geodätischen Koordinaten der Paßpunkte mit Hilfe der Blockausgleichung nicht möglich. Eine Ausnahme stellt die sehr dichte Paßpunktbesetzung ($i \leq 2b$) dar. Grobe Fehler in den Paßpunkten zeigen sich nur zu einem geringen Teil in den Verbesserungen, da die Redundanzanteile, auf denen der statistische Test aufbaut, unter $r_i = 0.1$ bleiben.

4.2 Folgerungen für die Paßpunktanordnung

Eine Steigerung der Kontrollierbarkeit der Paßpunkte läßt sich durch Änderung der herkömmlichen Paßpunktschemata erreichen. Die Paßpunkte sollten in mindestens 2 Modellen, bzw. 3 Bildern gemessen werden, so daß grobe Fehler zumindest lokalisiert werden können. Das heißt, daß mit Hilfe des statistischen Tests eine Aussage getroffen werden kann, ob der grobe Fehler in der photogrammetrischen Messung des Paßpunktes liegt oder nicht.

Die Abbildung 9 zeigt zwei verschiedene Paßpunktversionen, bei denen besonders die Ecken (Abb. 9a), bzw. die Ränder (Abb. 9b) stabilisiert werden. Die schraffierte Fläche stellt den Auswertebereich dar, in dem die Kontrollierbarkeit gewährleistet ist.

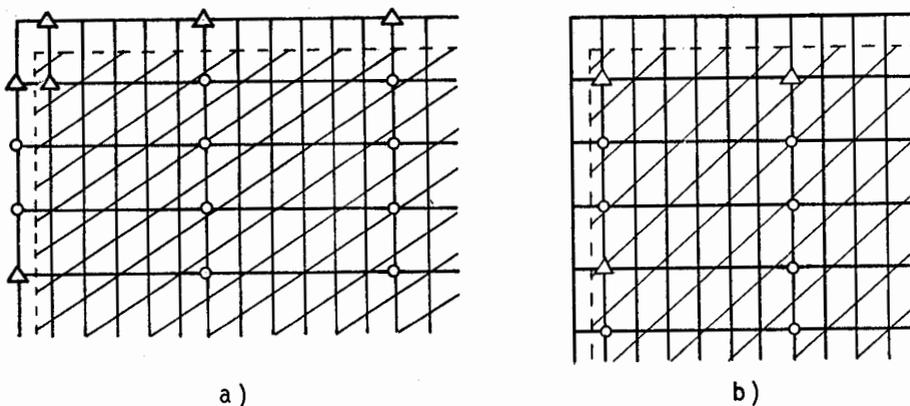


Abb. 9 Paßpunktschemata zur Stabilisierung der Kontrollierbarkeit

5. Schlußbemerkungen

Die Ergebnisse unserer Untersuchungen weisen eine gute Kontrollierbarkeit in den photogrammetrischen Blöcken auf. An Hand einiger Beispiele konnten wir allerdings auch die schwachen Stellen, wie Blockrandbereich, Punkte mit 2, bzw. 3 Bestimmungsstrahlen bei den Bündeln und die geodätischen Koordinaten der Paßpunkte, deutlich erkennen.

Die Werte für die Kontrollierbarkeit beziehen sich immer auf den statistischen Test. Bei Anwendung des einfachen Tests sind die Grenzwerte zum Teil wesentlich höher. Sie müssen im Bezug zum Signifikanzniveau $1-\alpha_0$ und der Macht des Tests β_0 gesehen werden. Die Grenzwerte γ_{01j} für die Erkennbarkeit grober Fehler sind neben der Kontrollierbarkeit δ'_{0j} auch von der Beobachtungsgenauigkeit σ_{1j} abhängig.

Mit der Abbildung 10 möchte ich noch einen Überblick über die Untersuchungsergebnisse bei den photogrammetrischen Punkten geben. Es sind jeweils für die einzelnen Blockversionen und deren Bereiche die maximalen Werte der Kontrollierbarkeit angegeben.

Bei den unabhängigen Modellen können wir sehr deutlich die Abhängigkeit der Kontrollierbarkeit von der Anzahl der Verknüpfungspunkte pro Modell erkennen. Ebenso kommt die Schwäche der Bündel mit den 2- und 3fach bestimmten Punkten zum Ausdruck (E 25). Allerdings sollte man bei der Beurteilung dieses Schaubildes in Betracht ziehen, daß die Beobachtungsgenauigkeit bei den Bündeln um das 1.5fache höher ist als bei den Modellen.

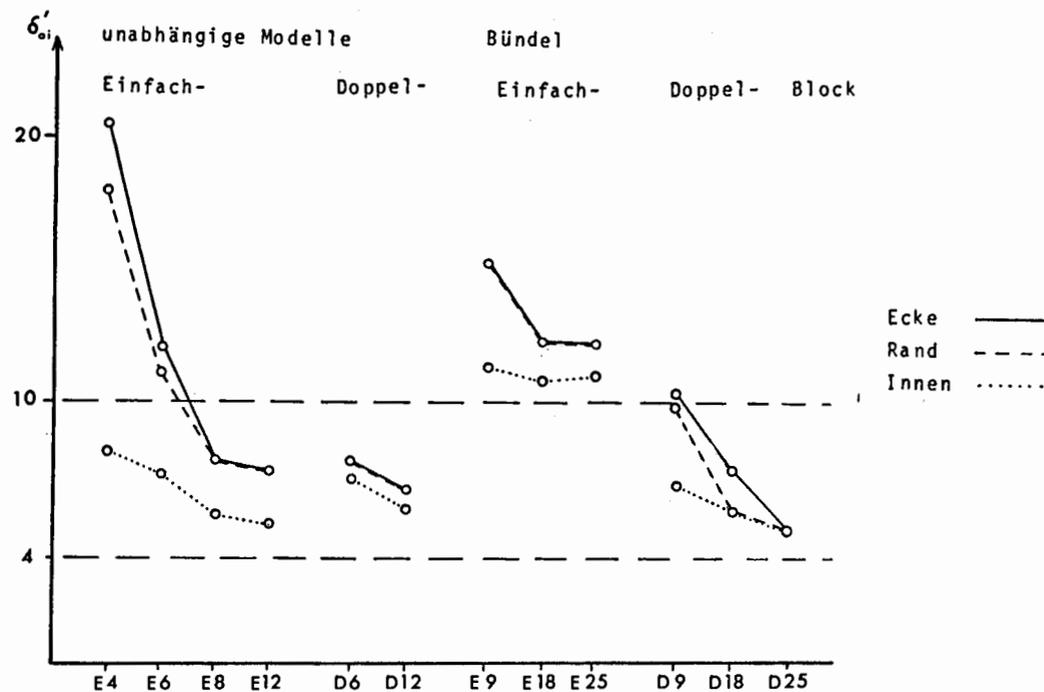


Abb. 10 Maximale Werte der Kontrollierbarkeit δ'_{0j} in photogrammetrischen Blöcken

	10.	=	10.	7.1	10.
	7.0	9.2	7.7	5.5	7.4
	7.1	8.6	8.1	5.9	7.5
	5.8	6.2	6.5	5.0	5.8
	6.7	7.4	6.9	5.3	6.7

üblicher Blockrand

	=	14.	=	7.0	14.
9.1	6.9	6.8	6.8	5.2	6.5
9.9	5.9	7.3	6.7	5.3	6.8
9.1	6.4	7.4	7.0	5.4	7.0
7.0	5.6	5.9	5.8	4.9	5.7
8.6	5.8	6.9	6.6	5.3	6.5

vollständige Auswertung
 der Bilder am Blockrand

Abb. 11 Stabilisierung von Ecken und Rändern bei Bündelblöcken mit $q = 60 \%$, Kontrollierbarkeit δ'_{0i} (aus FÜRSTNER (1980))

Als sehr effektive Methode zur Stabilisierung der Kontrollierbarkeit und auch zur Steigerung der Genauigkeit (s. ACKERMANN (1966)) erweist sich die Beschränkung der Auswertung auf den Blockinnenbereich. Allerdings ist das für die Bündel nur beschränkt gültig, da auch im Blockinneren Punkte mit nur 2, bzw. 3 Bestimmungsstrahlen vorkommen. Wenn man sich aber z.B. für anschließende topographische Auswertung bei der Punktbestimmung auf die Punkte mit 4 und mehr Bestimmungsstrahlen beschränkt, ist eine gute Kontrollierbarkeit garantiert. Bei den Doppelblöcken für Bündel läßt sich durch vollständige Auswertung der Bilder an den Rändern eine deutliche Steigerung der Kontrollierbarkeit erreichen (s. Abb. 11).

Zum Schluß möchte ich noch eine vergleichende Bemerkung zu der Kontrollierbarkeit bei den geodätischen Netzen machen. Im Durchschnitt sind hier die Werte für die Kontrollierbarkeit mit denen der photogrammetrischen Blöcke vergleichbar. Allerdings sind die Netze in lokalen Bereichen doch etwas empfindlicher, da es, durch die Topographie bedingt, zu schlecht überbestimmten Netzteilen kommen kann.

Während meines ganzen Vortrags habe ich immer vorausgesetzt, daß bei den Beobachtungen wirklich Fehler in der Größenordnung der Grenzwerte auftreten. Im Gegensatz dazu sagen die Werte nur aus, daß grobe Fehler bis zu dieser Größe nicht entdeckt werden können, vorausgesetzt sie treten überhaupt auf. Mit großer Wahrscheinlichkeit werden aber (hoffentlich) nur relativ wenige nicht entdeckbare grobe Fehler vorkommen. Die Grenzwerte werden nur bei sehr wenigen Beobachtungen erreicht werden. Der einzige Nachteil ist, daß wir nicht wissen, welche Beobachtungen betroffen sind.

Literatur

- ACKERMANN, F.: On the Theoretical Accuracy of Planimetric Block Triangulation, Photogrammetria, 21, 1966, S. 145-170
- FÖRSTNER, W.: Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Blöcken, DGK C 240, München 1978
- FÖRSTNER, W.: On Internal and External Reliability of Photogrammetric Coordinates, ASP-ASCM Convention, Washington 1979
- FÖRSTNER, W.: The Theoretical Reliability of Photogrammetric Coordinates, ISP Congress, Hamburg 1980
- SCHMITT, E.: Zuverlässigkeit photogrammetrisch bestimmter Höhen, Diplomarbeit am Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, 1979