

Presented Paper to Commission III, 15th ISPRS Congress, Rio de Janeiro, 1984

ZUR LOKALISIERUNG GROBER FEHLER MIT HILFE DER ITERATIONSMETHODE MIT VARIABLEN BEOBACHTUNGSGEWICHTEN

Li Deren

Abstract: It is shown that the iteration method with variable weights can be an effective method for the location of gross errors in the adjustment. After a general view of several available weight functions of the iteration method, a new weight function is developed based on the a posteriori variance estimation of the least squares adjustment. The advantages of the suggested method are justified by a comparative investigation of the different weight functions. The introduction of this weight function into the danish method can also produce a more satisfactory result.

1. Einleitung

Beruhend auf statistischen Grundlagen hat Baarda (1967, 1968, 1976) die Theorie der inneren und äußeren Zuverlässigkeit von Ausgleichungssystemen nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgestellt. Er hat auch ein Testverfahren ("Data Snooping") zur Aufdeckung grober Fehler entwickelt. Mit Hilfe dieser Theorie wurden seit einigen Jahren eine große Menge von Untersuchungen über innere und äußere Zuverlässigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung durchgeführt (Ackermann (1979, 1981), Amer (1980), Förstner (1978, 1979a, 1980), Grün (1979, 1980) usw.). Messungen können damit so geplant werden, daß eine gute Kontrolle gewährleistet ist.

Trotzdem sind die Probleme der Lokalisierung und Korrektur grober Fehler in der Ausgleichung noch nicht endgültig gelöst, die weiterhin das Ziel der Untersuchungen der Zuverlässigkeit sind. Das Verfahren des Data Snooping kann theoretisch nur bei einem einzelnen groben Fehler und einer bekannten Varianz einen groben Fehler aufdecken. Sonst kann es grobe Fehler nicht unbedingt lokalisieren, weil der Gewichtseinheitsfehler und andere Restabweichungen von groben Fehlern verfälscht werden.

Aus diesem Grund sucht man seit einigen Jahren allgemeinere Methoden zur Lokalisierung grober Fehler, auch ohne Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate. Dazu bietet die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten einen vielversprechenden Ansatz.

In dieser Untersuchung wird eine Gewichtsfunktion nach der a posteriori-Varianzschätzung für die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten abgeleitet. Danach werden einige grundsätzliche Probleme über diese Iterationsmethode diskutiert.

2. Überblick über die Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten

Unter der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten zur Lokalisierung grober Fehler kann man folgendes verstehen:

Begonnen wird mit einer konventionellen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Aus den Restabweichungen der ersten Ausgleichung werden nach einer bestimmten Gewichtsfunktion neue Gewichte für die Beobachtungen berechnet. Mit diesen neuen Gewichten wird eine neue Ausgleichung durchgeführt und dieser Prozeß bis zur Konvergenz wiederholt. Schließlich erhalten Beobachtungen mit groben Fehlern ein sehr kleines Gewicht ($p \rightarrow 0$) und deren Verbesserungen sind

ein Maß für den Betrag des groben Fehlers, wenn die Gewichtsfunktion richtig gewählt und die Beobachtung lokalisierbar ist. Das heißt, daß grobe Fehler durch diese Iterationsmethode automatisch lokalisiert und eliminiert werden.

Im Prinzip gehören grobe Fehler bei der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten nicht zum funktionalen Modell, sondern zum stochastischen Modell. In diesem Fall werden grobe Fehler als Stichprobe aus einer normalverteilten Population mit dem Erwartungswert Null und einer sehr großen Varianz betrachtet.

Diese Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten geht von der folgenden Minimumbedingung aus:

$$\begin{aligned} & \sum_i p_i v_i^2 = \text{Min} \\ \text{mit} & \quad p_i^{v+1} = f(v_i^v, \dots) \quad v = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \tag{1}$$

Es gibt viele verschiedene Gewichtsfunktionen, die in Frage kommen können:

- L_q Iterationsmethode (Krarup, u.a., 1980),
- Dänische Methode (Krarup u.a., 1980; Kubik, 1982),
- Data Snooping mit gewichteten Beobachtungen (El-Hakim, 1982) und
- Die Stuttgarter Iterationsmethode (Klein und Förstner, 1984; Werner, 1984).

Nachfolgend sollen die verschiedenen Gewichtsfunktionen verglichen werden.

3. Lokalisierung grober Fehler nach der a posteriori-Varianzschätzung

Die oben erwähnten Gewichtsfunktionen sind alle empirisch und heuristisch ausgewählt. In der Tat kann man eine Beobachtung mit grobem Fehler als eine Stichprobe von einer Grundgesamtheit mit Erwartungswert Null und einer sehr großen Varianz betrachten und durch die a posteriori-Varianzschätzung ihre geschätzte Varianz berechnen. Durch eine Varianzprüfung können die Beobachtungen mit sehr großen Varianzen, d. h. mit groben Fehlern, bei dem Iterationsprozeß herausgesucht werden. Für jede Iteration werden ihnen entsprechende a posteriori Gewichte gegeben, damit grobe Fehler schrittweise lokalisiert werden können.

3.1 Ableitung der Gewichtsfunktion und Aufbau der Prüfgröße (Li, 1983)

Die Beobachtungen in der Geodäsie und in der Photogrammetrie werden im allgemeinen gruppenweise aufgeteilt. Innerhalb jeder Gruppe j werden gleiche Varianzen der Beobachtung angenommen. Z. B. liegen bei der analytischen Aerotriangulation Bildkoordinaten, Paßpunktkoordinaten und zusätzliche Beobachtungen vor. Dabei ergibt sich das mathematische Modell

$$E(\underline{l}) = \underline{A}X \tag{2}$$

und

$$D(1) = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 I_{1.} & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_j^2 I_j \\ & & & \ddots \\ & & & & \sigma_k^2 I_k \end{vmatrix} \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

Für die a posteriori Varianzschätzung der verschiedenen Gruppen von Beobachtungen ergibt sich der von Förstner (1979b) angegebene Iterationsprozeß

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{V_j' V_j}{r_j} \quad (3)$$

mit

$$r_j = \text{Spur} (Q_j^{vv} P_j) \quad (4)$$

Dann erhält man die Gewichtsschätzungen jeder Gruppe von Beobachtungen für die nächste Iteration

$$P_j^{v+1} = \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}_j^2} \right)^v \quad (5)$$

mit

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V' P V}{r} \quad (r = \text{Redundanz}) \quad (6)$$

Um grobe Fehler für jede Gruppe von Beobachtungen aufzudecken, sollen die Varianzschätzung $\hat{\sigma}_{i,j}^2$ und der Redundanzanteil $r_{i,j}$ für jede Beobachtung innerhalb der j-Gruppe berechnet werden.

$$\hat{\sigma}_{i,j}^2 = \frac{v_{i,j}^2}{r_{i,j}} \quad (i = 1, 2, \dots, n_j) \quad (7)$$

und

$$r_{i,j} = q_{ii,j}^{vv} P_{i,j} \quad (8)$$

Zur Prüfung grober Fehler wird das Varianzverhältnis als eine Prüfgröße (weil die Verteilung von $T_{i,j}$ unbekannt ist, ist $T_{i,j}$ unter statistischen Gesichtspunkten keine Testgröße) wie folgt aufgebaut:

$$\begin{aligned} \text{Hypothese } H_0 &: E(\hat{\sigma}_{i,j}^2) = E(\hat{\sigma}_j^2) \\ \text{Prüfgröße} &: T_{i,j} = \hat{\sigma}_{i,j}^2 / \hat{\sigma}_j^2 \end{aligned} \quad (9a)$$

oder in anderer Schreibweise

$$T_{i,j} = v_{i,j}^2 p_j / \hat{\sigma}_0^2 r_{i,j} \quad (9b)$$

wobei p_j die a posteriori Gewichtsschätzung oder das a priori Gewicht (wenn das genau bekannt ist) für die j-Gruppe von Beobachtungen ist.

Entsprechend kann man nach der Prüfung die Gewichtsschätzung $p_{i,j}$ für die nächste Iteration wie folgt berechnen:

$$p_{i,j}^{v+1} = \begin{cases} (\hat{\sigma}_0^2 / \hat{\sigma}_j^2)^v = p_j^{v+1} & , \quad T_{i,j} < F_{\alpha,1,r_i} \\ (\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}_{i,j}^2})^v = (\frac{\hat{\sigma}_0^2 r_{i,j}}{v_{i,j}^2})^v & , \quad T_{i,j} \geq F_{\alpha,1,r_i} \end{cases} \quad (10)$$

Wenn nur eine Gruppe von Beobachtungen mit gleichen Genauigkeiten ($p_i = 1$) vorliegt, erhält man von Gl. (9) und Gl. (10) die vereinfachten Formen:

$$T_i = v_i^2 / \hat{\sigma}_0^2 r_i \quad (11)$$

und

$$p^{v+1} = \begin{cases} 1 & , \quad T_i < F_{\alpha,1,r_i} \\ (\hat{\sigma}_0^2 r_i / v_i^2)^v & , \quad T_i \geq F_{\alpha,1,r_i} \end{cases} \quad (12)$$

Es muß betont werden, daß diese Gewichtsfunktionen, Gl. (10) oder (12), ganz aus dem Prinzip der kleinsten Quadrate abgeleitet sind, aufgrund der Betrachtungsweise, daß grobe Fehler zum stochastischen Modell gehören.

3.2 Vergleich mit dem Verfahren "Data Snooping"

Für die erste Iteration ($p_{i,j} = p_j$) gilt nach Gl. (9b)

$$T_i^{1/2} = v_i / \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{ii}^{vv}} = \hat{w}_i \quad (13)$$

Das ist die sogenannte Testgröße w_i mit unbekanntem Gewichtseinheitsfehler, die annähernd eine t-verteilte Variable ist. Somit können wir feststellen, daß das "Data Snooping" der ersten Iteration unseres Verfahrens entspricht. Umgekehrt kann unser Verfahren als eine Erweiterung bzw. Verallgemeinerung des "Data Snooping" betrachtet werden, um grobe Fehler wirksam zu lokalisieren.

Während also grobe Fehler bei der Untersuchung der Zuverlässigkeit als ein Bestandteil des funktionalen Modells aufgefaßt werden, sollen sie für die Lokalisierung grober Fehler als ein Bestandteil des stochastischen Modells behandelt werden, damit fehlerhafte Beobachtungen bei einem Iterationsprozeß die entsprechenden, kleinen Gewichte bekommen.

4. Vergleich zwischen verschiedenen Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten

Obwohl viele verschiedene Gewichtsfunktionen bei der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten möglich sind, können sie nach dem Argument der Funktion in drei Gruppen eingeteilt werden.

$$(i) \quad P_i = f_1(v_i) \quad \text{mit} \quad T_1 = |v_i| / \hat{\sigma}_0 \quad (14)$$

$$(ii) \quad P_i = f_2(\hat{w}_i) \quad \text{mit} \quad T_2 = \hat{w}_i \quad (15)$$

$$(iii) \quad P_i = f_3(\hat{\sigma}_i) \quad \text{mit} \quad T_3 = T_{i,j} \quad (16)$$

mit v_i = Verbesserung der Beobachtung
 \hat{w}_i = normierte Verbesserung der Beobachtung
 $\hat{\sigma}_i$ = a posteriori Varianzschätzung der Beobachtung

Außerdem können sie nach dem Typ der Funktion in

- (i) Potenzfunktionen und
- (ii) Exponentialfunktionen

eingeteilt werden.

Um zu vergleichen, nehmen wir als einfaches Rechenbeispiel die Anpassung eines Polynoms 3. Grades an gegebenen Beobachtungen, von denen eine grob falsch sein soll:

$$y = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (17)$$

mit bekannten Erwartungswerten, z. B.

$$E(\underline{a}) = (0 \ 21 \ -10 \ 1)'$$

und

$$E(\underline{y}) = (0 \ 12 \ 10 \ 0 \ -12 \ -20 \ -18 \ 0 \ 40 \ 108)'$$

für

$$\underline{x} = (0 \ 1 \ 2 \ \dots \ 9)'$$

Nach der Methode der kleinsten Quadrate sind zuerst die Kofaktor-Matrix der Restabweichungen Q^{vv} und ihre Korrelationsmatrix ρ^{vv} sowie die Kontrollierbarkeit $\delta_{0,i}$ (= innere Zuverlässigkeit) jeder Beobachtung berechnet worden (Tab. 1,2,3).

Wegen $(\rho_{ij})_{\max} = 0.893 < 1$,

ist das Ausgleichungssystem für einzelne grobe Fehler lokalisierbar. Aber die einzelnen Beobachtungen sind in unterschiedlichem Maße kontrollierbar.

Die in dieser Untersuchung benützten Gewichtsfunktionen sind in Tab. 4 zusammengestellt. Für die dänische Methode werden drei verschiedene Varianten vom Verfasser gewählt.

Die Ausgleichungsberechnungen wurden nun für verschiedene Fälle ausgeführt, bei denen der grobe Fehler einen unterschiedlichen Wert hat (von $4.5\sigma_0$ bis $35\sigma_0$). Die Ergebnisse sind in Tab. 5 und 6 zusammengestellt, einschließlich der konventionellen Ausgleichung L_2 nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Tab. 5 und Tab. 6 zeigen, daß die Leistungen zur Lokalisierung grober Fehler wesentlich vom Argument (s. o.) der Gewichtsfunktion abhängen. Nur L_{PVS} und L_{D3} , deren Gewichtsfunktionen eine Funktion der a posteriori geschätzten Varianzen sind, können in jedem Fall den groben Fehler richtig lokalisieren. Mit den beiden Methoden kann sogar noch ein grober Fehler, dessen Betrag schon kleiner als sein unterer Grenzwert $\nabla_0|$ ist, lokalisiert werden. Tab. 5 und Tab. 6 zeigen auch, daß die Konvergenzgeschwindigkeit der Iteration einigermaßen vom Typ der Gewichtsfunktion abhängt. Die Exponentialfunktionen schneiden dabei etwas günstiger als die Potenzfunktionen ab.

Um zu prüfen, ob das Gewicht der Beobachtung mit grobem Fehler gegen 0 geht, veranschaulichen Abb. 1.1 und 1.2 die Veränderungen des Redundanzanteils der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß für verschiedene Gewichtsfunktionen. Sie zeigen deutlich, daß nur für

die als eine Funktion der a posteriori-Varianzschätzung $\hat{\sigma}_i$ der Beobachtung dargestellten Gewichtsfunktionen (L_{pvs} und L_{D3}) der Redundanzanteil der Beobachtung mit grobem Fehler in jedem Fall immer größer wird. Nach der Methode L_{D3} wächst er stets bis zu eins. Nach der Methode L_{pvs} reicht der Redundanzanteil der Beobachtung mit einem kleinen groben Fehler nur bis zum entsprechenden Wert der a posteriori-Varianzschätzung und diese Beobachtung nimmt mit einem kleinen Gewicht an der Ausgleichung teil.

Es läßt sich nun zeigen, daß die Stuttgarter Iterationsmethode auch eine Gewichtsfunktion enthält, die eine Funktion der a posteriori geschätzten Varianzen darstellt. In dieser Gewichtsfunktion sind die Gewichte wesentlich von dem Wert $\alpha|v_i|$ abhängig (Klein und Förstner (1984), Werner (1984)). In der Tat ergibt sich

$$\alpha|v_i| = \frac{|v_i| \sqrt{p_i^0}}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{r_i} k} = \frac{\hat{\sigma}_0 \sqrt{p_i^0}}{\hat{\sigma}_i k} \rightarrow f_3(\hat{\sigma}_i) \quad (18)$$

Abb. 2.1 und 2.2 beschreiben für verschiedene Iterationsmethoden die Veränderungen der Prüfwerte bei der Beobachtung mit grobem Fehler im Iterationsprozeß. Wir können daraus ersehen, daß der Wert T_1 nur für eine gut kontrollierbare Beobachtung brauchbar ist. Der Wert T_2 bleibt beim Iterationsprozeß entweder konstant, oder er schwingt periodisch mit kleiner Amplitude. Nur der Wert T_3 kann als ein Indikator für die Größe des groben Fehlers betrachtet werden. Der Prüfwert nach der Methode L_{pvs} repräsentiert vor allen Dingen die Größe des groben Fehlers.

Nach Tab. 4 kann man einen festen und einen variablen kritischen Wert unterscheiden. Die folgende Diskussion beschränkt sich auf den Fall, daß der a priori Varianzfaktor σ_0 unbekannt ist. Um am Anfang der Iteration den Einfluß grober Fehler auf die Varianzschätzung $\hat{\sigma}_0$ zu berücksichtigen, muß man für den Fall des festgehaltenen kritischen Wertes einen etwas kleineren Wert (z. B. $k=2$) ansetzen. Trotzdem führt dieses Verfahren manchmal dazu, daß einige grobe Fehler nicht aufgedeckt und einige richtige Beobachtungen am Ende des Iterationsprozesses fälschlicherweise als grobe Fehler eliminiert werden. Deswegen wenden wir variable kritische Werte auf die Methoden L_{pvs} und L_{D3} an. Für die ersten drei Iterationen wird dabei ein kleiner kritischer Wert ($k=1$) benützt, um zunächst keinen groben Fehler zu verlieren. Für die weiteren Iterationen wird dann ein großer kritischer Wert (z. B. $k=3.29$) benützt, um den Ausschluß richtiger Beobachtungen zu vermeiden. Im Prinzip ist der kritische Wert vom Verhältnis $\sigma_0 / \hat{\sigma}_0^v$ abhängig und wäre streng

$$k^v = 3.29 \sigma_0 / \hat{\sigma}_0^v \quad (19)$$

5. Lokalisierung mehrerer grober Fehler

Für die Lokalisierung mehrerer grober Fehler gibt es vor allem das Problem, unter welcher Geometrie mehrere grobe Fehler lokalisierbar sind. Dieses Problem kann hier nicht behandelt werden. Wir können an einem Beispiel mit zwei groben Fehlern (siehe Tab. 7) aufzeigen, wie sich die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten im Vergleich zum "Data Snooping" verhält.

Tab. 7 zeigt, daß die zwei groben Fehler in diesem Fall mit dem "Data Snooping" nicht aufgedeckt werden können. Im Gegensatz dazu lokalisiert aber die Iterationsmethode L_{pvs} die beiden groben Fehler richtig.

6. Schluß

6.1 Ein in einer Beobachtung wirkender grober Fehler kann im stochastischen Modell als eine Stichprobe aus einer Gesamtheit mit Erwartungswert Null und sehr großer Varianz betrachtet werden. Durch die a posteriori-Varianzschätzung können die Beobachtungen mit sehr großen Varianzen bei einem Iterationsprozeß herausgesucht werden. Danach werden ihnen entsprechende, kleine a posteriori Gewichte zugeordnet und somit grobe Fehler in einem Iterationsprozeß automatisch lokalisiert. In diesem Sinn gehört diese Iterationsmethode auch zu der Methode der kleinsten Quadrate und kann als eine Erweiterung des Data Snooping angesehen werden. Wenn viele Gruppen von Beobachtungen mit unbekanntem Varianzen vorliegen, kann man mit dieser Methode sowohl grobe Fehler lokalisieren als auch für jede Gruppe die Varianz schätzen.

6.2 Der in dieser Untersuchung an einem einfachen Beispiel durchgeführte Vergleich zwischen verschiedenen Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten zeigt, daß das nach der a posteriori-Varianzschätzung abgeleitete Gewicht als das Argument der die Iterationsmethode bestimmenden Gewichtsfunktion benutzt werden soll. Wird dabei eine Exponentialfunktion verwendet, kann der Iterationsprozeß schnell konvergieren.

6.3 Das Verhältnis zwischen der a posteriori geschätzten Varianz und ihrem Sollwert für jede Beobachtung soll als die Prüfgröße für das Iterationsverfahren mit variablen Beobachtungen benutzt werden.

6.4 Ob die aus diesem einfachen Beispiel gezogenen Folgerungen (6.2 und 6.3) für die photogrammetrische Punktbestimmung gelten, soll durch weitere Untersuchung beurteilt werden.

6.5 Die weitere Untersuchung zur Lokalisierbarkeit und Trennbarkeit mehrerer grober Fehler ist für die Beurteilung der Fehlersuchverfahren von großer Bedeutung.

LITERATUR

- Ackermann, F.:* The Concept of Reliability in Aerial Triangulation, Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria, Cooperative Libreria Universitaria del Polytecnico, Milano, Dicembre 1979, No. 1
- Ackermann, F.:* Zuverlässigkeit photogrammetrischer Blöcke, ZfV, Heft 8, 1981
- Amer, F.:* Theoretical Reliability Studies for Some Elementary Photogrammetric Procedures, ITC, Enschede, Netherlands, 1980
- Baarda, W.:* Statistical Concepts in Geodesy, Netherlands Geod. Comm. New Series, Vol. 2, No. 4, Delft, 1967
- Baarda, W.:* A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks, Neth. Geod. Comm. Vol. 2, No. 5, Delft, 1968
- Baarda, W.:* Reliability and Precision of Networks, Pres. Paper, VIIth Int. Course for Eng. Surveys of High Precision, Darmstadt, 1976
- Förstner, W.:* Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Blöcken, DGK, C 240, München 1978
- Förstner, W.:* On Internal and External Reliability of Photogrammetric Coordinates, ASP-ASCM Convention, Washington 1979a
- Förstner, W.:* Konvergenzbeschleunigung bei der a posteriori Varianzschätzung, ZfV, 104, Heft 4, 1979b
- Förstner, W.:* The Theoretical Reliability of Photogrammetric Coordinates, Proceedings of ISP Congress (Comm. III), Hamburg 1980
- Grün, A.:* Gross Error Detection in Bundle Adjustment, Pres. Paper, Symp. on Aerial Triangulation, Brisbane, Sept. 1979
- Grün, A.:* Internal Reliability Models for Aerial Bundle Systems, Proceedings of ISP Congress (Comm. III), Hamburg 1980
- El-Hakim, S.F.:* Data Snooping with Weighted Observations, ISPRS Symposium (Comm. III), Helsinki 1982
- Klein, H. and Förstner, W.:* Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M43 Using Robust Estimators, Proceedings of ISPRS Congress (Comm. III), Rio de Janeiro 1984
- Krarup, T; Juhl, J; Kubik, K.:* Götterdämmerung over Least Squares, ISP Congress (Comm. III), Hamburg 1980
- Kubik, K.:* An Error Theory for the Danish Method, ISPRS-Symposium (Comm. III), Helsinki 1982
- Li, D.R.:* Ein Verfahren zur Aufdeckung grober Fehler mit Hilfe der a posteriori Varianzschätzung, BuL, Heft 5, 1983
- Werner, H.:* Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators, Proceedings of ISPRS Congress (Comm. III), Rio de Janeiro 1984

Tab. 1 Kofaktor-Matrix Q^{VV}

,1762	-,3133	-,0196	,1063	,1133	,0503	-,0336	-,0895	-,0685	,0783
	,6984	-,2480	-,1688	-,0802	,0014	,0597	,0783	,0410	-,0685
		,6739	-,2946	-,1944	-,0662	,0492	,1110	,0783	-,0895
			,6925	-,2434	-,1385	-,0289	,0432	,0597	-,0336
				,7590	-,2014	-,1385	-,0662	,0014	,0503
					,7590	-,2434	-,1944	-,0802	,1133
						,6925	-,2946	-,1688	,1063
							,6739	-,2480	-,0196
								,6984	-,3133
									,1762

Tab. 2 Korrelationsmatrix ρ^{VV}

1	-,8930	-,0568	,3043	,3098	,1377	-,0961	-,2597	-,1954	,4444
	1	-,3615	-,2427	-,1101	,0019	,0858	,1142	,0487	-,1954
		1	-,4313	-,2718	-,0926	,0720	,1646	,1142	-,2597
			1	-,3357	-,1910	-,0417	,0720	,0858	-,0961
				1	-,2654	-,1910	-,0926	,0019	,1377
					1	-,3357	-,2718	-,1101	,3098
						1	-,4313	-,2427	,3043
							1	-,3615	-,0568
								1	-,8930
									1

Tab. 3 Kontrollierbarkeit $\delta'_{0,i}$

9,82	4,93	5,02	4,95	4,73	4,73	4,95	5,02	4,93	9,82
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Tab. 4 Die in dieser Untersuchung benutzten Gewichtsfunktionen

Version	Gewichtsfunktion $p_i^v =$ ($v = 2,3,4, \dots$)	Art der Gewichtsfunktion
L_1	$1/ v_i $ $ v_i > 0.7\hat{\sigma}_0$	$f_1(v_i)$
	$1/0.7\hat{\sigma}_0$ $ v_i \leq 0.7\hat{\sigma}_0$	Potenzfunktion
L_0	$1/v_i^2$ $ v_i > 0.7\hat{\sigma}_0$	$f_1(v_i)$
	$1/0.7\hat{\sigma}_0$ $ v_i \leq 0.7\hat{\sigma}_0$	Potenzfunktion
L_{OH}	1 $w_i \leq 2$	$f_2(\hat{w}_i)$
	$1/w_i^2$ $w_i > 2$	Potenzfunktion
L_{D1}	1 ≤ 2	$f_1(v_i)$
	$(\exp(-(v_i/\hat{\sigma}_0)^{4.4}))^{0.05}$ $\frac{ v_i }{\hat{\sigma}_0} > 2, v=2,3$	Exponentialfunktion
	$(\exp(-(v_i /\hat{\sigma}_0)^{3.0}))^{0.05}$ $> 2, v > 3$	
L_{D2}	1 ≤ 2	$f_2(\hat{w}_i)$
	$(\exp(-w_i^{4.4}))^{0.05}$ $w_i > 2, v=2,3$	Exponentialfunktion
	$(\exp(-w_i^{3.0}))^{0.05}$ $> 2, v > 3$	
L_{D3}	1 $\leq k$	$f_3(\hat{\sigma}_i)$
	$(\exp(-T_i^{2.2}))^{0.05}$ $T_i^{1/2} > k, v=2,3$	Exponentialfunktion
	$(\exp(-T_i^{1.5}))^{0.05}$ $> k, v > 3$	
L_{PVS}	1 $T_i^{1/2} \leq k$	$f_3(\hat{\sigma}_i)$
	$1/T_i$ $> k$	Potenzfunktion

(1) $w_i = |v_i|/\hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{ii}^{VV}}$

(2) $T_i = \hat{\sigma}_i^2/\hat{\sigma}_0^2$

(3) $\hat{\sigma}_i = v_i^2/r_i$

(4) $k = \begin{cases} 1, & v \leq 3 \\ 3.29, & v > 3 \end{cases}$

Tab. 5.1 Ein grober Fehler in l_6

		$\sigma_o = 0,007$										$v_o l_6 = 4,73\sigma_o$	$v l_6 = 35\sigma_o$	$\hat{\sigma}_o$	μ	Iterationsanzahl
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
$\epsilon_i =$,005	-,005	-,002	,005	-,010	-,250	-,005	,005	,005	-,010					
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$,012	,004	-,018	-,044	-,043	,189	-,055	-,052	-,026	,032					
	v_i / q_{ii}	,029	,005	-,022	-,052	-,049	,217	-,066	-,064	-,031	,076	,089	,012			
L_1	v_i	,002	,004	-,005	-,015	-,001	,239	-,004	-,012	-,009	,009	,044	,006		6	
	v_i	-,000	,004	-,002	-,009	,007	,249	,006	-,004	-,006	,004	,011	,005		5	
L_D	1 v_i	-,000	,004	-,002	-,009	,008	,250	,006	-,004	-,006	,004	,006	,005		4	
	2 v_i	,001	,004	-,004	-,013	,001	,242	-,002	-,010	-,008	,007	,032	,006		3	
	3 v_i	-,000	,003	-,003	-,010	,007	,249	,006	-,003	-,005	,004	,006	,005		4	
L_{PVS}	v_i	-,000	,004	-,002	-,009	,007	,249	,006	-,004	-,006	,004	,007	,005		6	
L_{OH}	v_i	,002	,004	-,005	-,016	-,003	,237	,007	-,014	-,010	,010	,042	,006		3	

Tab. 5.2 Ein grober Fehler in l_6

		$\sigma_o = 0,049$										$v_o l_6 = 4,5\sigma_o$	$\hat{\sigma}_o$	μ	Iterationsanzahl
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
$\epsilon_i =$,035	-,035	-,017	,035	-,070	-,250	-,035	,070	,035	-,035				
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$,010	,025	-,028	-,098	,003	,190	-,011	-,097	-,041	,049				
	v_i / q_{ii}	,023	,029	-,034	-,118	,003	,218	-,013	-,118	-,049	,116	,100	,040		
L_1	v_i	,003	,020	-,024	-,083	,029	,224	,026	-,066	-,029	,028	,076	,039		5
	v_i	,002	,018	-,025	-,082	,034	,231	,034	-,059	-,026	,022	,065	,040		3
L_D	1 v_i	,010	,025	-,028	-,098	,003	,190	-,011	-,097	-,041	,049	,100	,040		keine
	2 v_i	,000	,024	-,016	-,073	,039	,233	,033	-,062	-,026	,028	,066	,036		2
	3 v_i	-,000	,019	-,020	-,072	,046	,245	,048	-,047	-,019	,020	,040	,039		4
L_{PVS}	v_i	-,002	,024	-,013	-,066	,050	,246	,046	-,051	-,022	,022	,051	,034		7
L_{OH}	v_i	,000	,024	-,016	-,072	,040	,234	,034	-,061	-,026	,028	,066	,035		2

$\epsilon_i =$ wahrer Fehler von Beobachtungen; $\mu =$ wahrer mittlerer Fehler von Unbekannten.

Tab. 6.1 Ein grober Fehler in l_1

		$\sigma_o = 0,007$										$v_o l_1 = 9,82$	$v l_1 = 35\sigma_o$	$\hat{\sigma}_o$	μ	Iterationsanzahl
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
$\epsilon_i =$		-,250	-,005	-,002	,005	-,010	,005	-,005	,005	,005	-,010					
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$,044	-,076	-,006	,019	,038	,009	-,001	-,026	-,023	,023					
	v_i / q_{ii}	,105	-,091	-,008	,023	,043	,010	-,001	-,031	-,027	,055	,044	,130			
L_1	v_i	,021	-,097	-,023	,009	,034	,010	,004	-,019	-,020	,018	,037	,139		6	
	v_i	,007	-,116	-,041	-,005	,026	,010	,008	-,013	-,016	,012	,027	,142		6	
L_D	1 v_i	,044	-,076	-,006	,019	,038	,009	-,001	-,026	-,023	,023	,044	,130		keine	
	2 v_i	,170	-,029	-,004	,003	,020	,001	,004	-,012	-,012	,011	,028	,050		4	
	3 v_i	,251	,002	-,002	-,008	,009	-,004	,007	-,003	-,006	,004	,007	,003		6	
L_{PVS}	v_i	,250	,002	-,002	-,008	,009	-,004	,007	-,003	-,006	,004	,007	,002		7	
L_{OH}	v_i	,138	-,040	-,004	,007	,024	,003	,003	-,015	-,015	,014	,032	,070		4	

Tab. 6.2 Ein grober Fehler in l_1

		$\sigma_o = 0,049$										$v_o l_1 = 4,5\sigma_o$	$\hat{\sigma}_o$	μ	Iterationsanzahl
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
$\epsilon_i =$		-,250	-,035	-,017	,035	-,070	,035	-,035	,070	,035	-,035				
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$,045	-,065	-,015	-,028	,092	-,012	,049	-,067	-,038	,039				
	v_i / q_{ii}	,108	-,078	-,018	-,034	,106	-,014	,059	-,081	-,045	,032	,066	,120		
L_1	v_i	,031	-,065	-,006	-,017	,105	-,002	,055	-,066	-,041	,033	,064	,131		4
	v_i	,021	-,068	-,004	-,009	,115	,009	,066	-,057	-,038	,027	,061	,138		5
L_D	1 v_i	,045	-,065	-,015	-,028	,092	-,012	,049	-,067	-,038	,039	,066	,120		keine
	2 v_i	,045	-,065	-,015	-,028	,092	-,012	,049	-,067	-,038	,039	,066	,120		keine
	3 v_i	,258	,016	-,010	-,056	,063	-,025	,058	-,044	-,020	,018	,048	,021		6
L_{PVS}	v_i	,207	-,004	-,011	-,049	,070	-,022	,055	-,049	-,024	,023	,053	,022		7
L_{OH}	v_i	,045	-,065	-,015	-,028	,092	-,012	,049	-,067	-,038	,039	,066	,120		keine

Tab. 7 Vergleich zwischen dem Data-Snooping und der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten (zwei grobe Fehler)

		$\sigma_o = 0,017$										$v_o l_{2,9} = 3,0 v_o l_{2,9}$	$\hat{\sigma}_o$	μ
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
$\epsilon_i =$,012	-,250	,012	,025	-,012	,012	,012	-,012	-,250	-,025			
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$	-,098	,193	-,046	-,044	,001	-,024	-,035	-,031	,175	-,092			
	v_i / q_{ii}	1,87	1,86	,45	,42	,01	,22	,33	,31	1,69	1,77	,124	,046	
L_{PVS}	$v_i / \sqrt{T_i}$,001	,263	,001	-,013	,022	-,006	-,011	,007	,236	-,000			
		,28	22,28	,09	1,39	2,13	,55	1,12	,75	19,97	,22	,012	,006	

		$\sigma_o = 0,049$										$v_o l_{2,9} = v_o l_{2,9}$	$\hat{\sigma}_o$	μ
$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
$\epsilon_i =$,030	-,250	,035	,070	-,035	,070	,035	-,035	-,250	-,035			
L_2	$v_i / \sqrt{q_{ii}^{vv}}$	-,106	,210	-,048	-,066	,046	-,064	-,045	-,003	,172	-,097			
	v_i / q_{ii}	1,88	1,86	,43	,59	,39	,54	,40	,02	1,52	1,72	,135	,043	
L_{PVS}	$v_i / \sqrt{T_i}$,001	,281	-,001	-,032	,072	-,039	-,022	,015	,179	,110			
		,20	6,54	,03	,93	2,00	1,09	,64	,53	4,46	3,86	,043	,016	

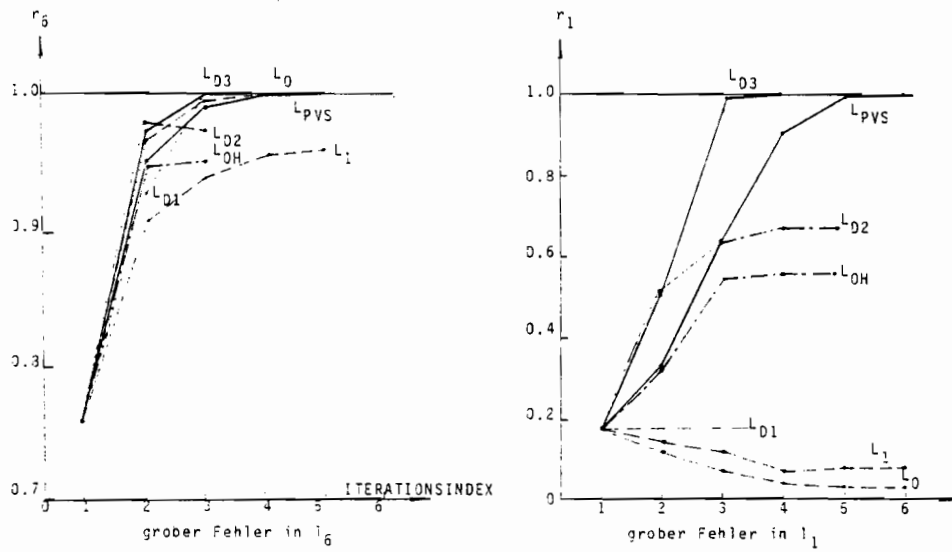


Abb. 1.1 Veränderungen des Redundanzanteils der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 35\sigma_0$)

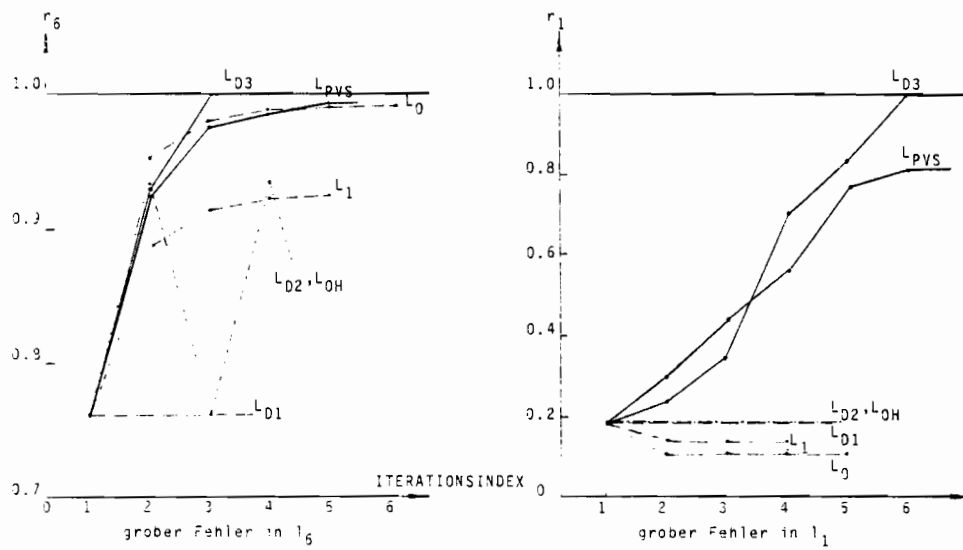


Abb. 1.2 Veränderungen des Redundanzanteils der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 4.5\sigma_0$)

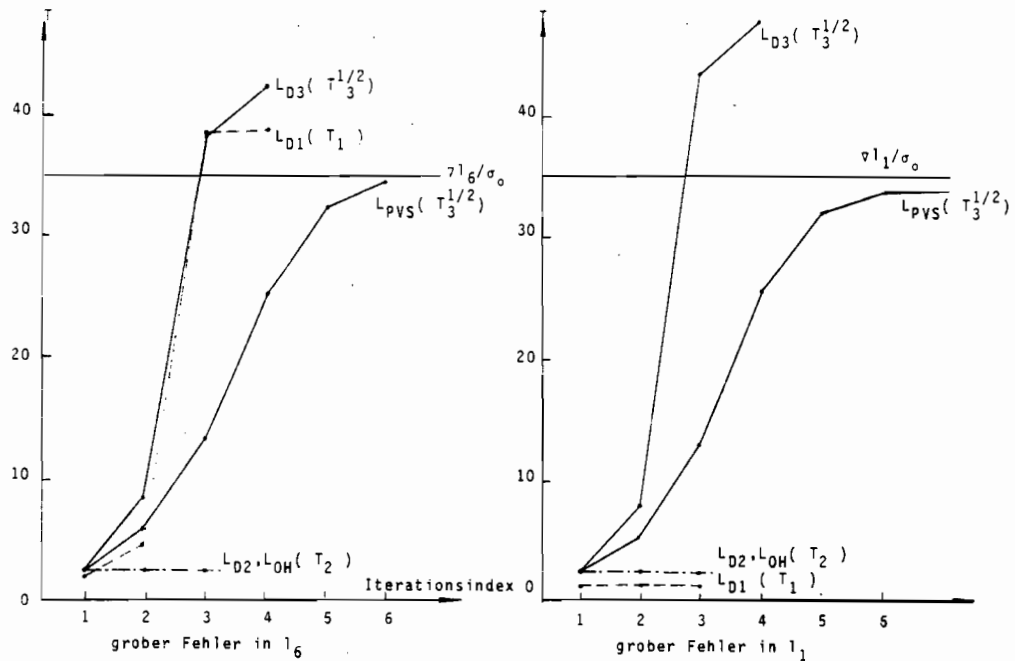


Abb. 2.1 Veränderungen der Prüfgröße der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 35\sigma_0$)

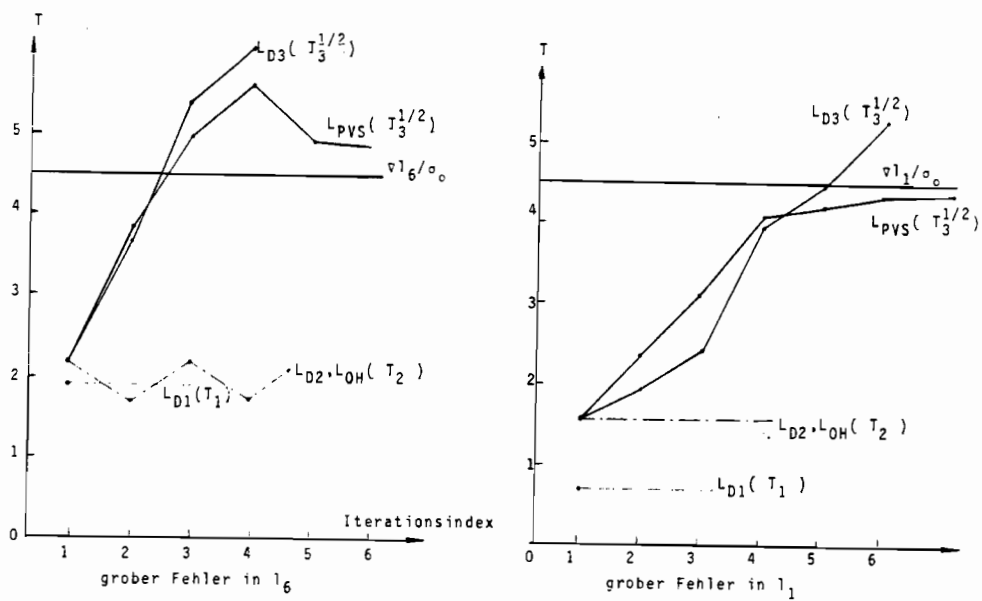


Abb. 2.2 Veränderungen der Prüfgröße der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 4.5\sigma_0$)

