

NEUE UNTERSUCHUNGEN ZUR FRAGE DES "OPTIMALEN BILDWINKELS"

Von E. Stark, Stuttgart

1. Einleitung

Bei der Planung eines photogrammetrischen Projekts spielt die Frage, welcher Kammertyp eingesetzt werden soll, eine entscheidende Rolle. Maßgebend sind dabei verschiedene Faktoren wie aufzunehmende Fläche, Bildmaßstab, Flughöhenbegrenzung, Beschaffenheit des Objekts, Verwendungszweck und schließlich die gewünschte Genauigkeit. Für die Wirtschaftlichkeit ist es unter Beachtung dieser Faktoren günstig, wenn die Kammer eine möglichst große Flächenleistung besitzt, d.h. weniger Aufnahmen pro Flächeneinheit notwendig sind.

Die Vergrößerung des Bildwinkels der Aufnahmekammern machte anfangs jedoch Schwierigkeiten wegen der damit verbundenen großen Verzeichnung und der mangelnden Bildqualität. Erst 1968 zum Kongreß in Lausanne wurden praktisch zur selben Zeit von den Firmen ZEISS, WILD und JENOPTIK neue Oberweitwinkelkammern mit Verzeichnungswerten unter $10 \mu\text{m}$ und ausgezeichneter Bildqualität vorgestellt. Vom Kammerangebot her waren damit die Voraussetzungen gegeben, für jedes Projekt die geeignetste einzusetzen. Während jedoch die meisten der maßgebenden Faktoren relativ sicher beurteilt werden können, ist die Frage der Genauigkeit bis heute noch nicht hinreichend geklärt.

LÜSCHER [3] beschäftigte sich 1963 wohl als erster eingehend mit diesem Problem. Er führt den Begriff des Leistungsverhältnisses einer Kammer ein, das er definiert als das Verhältnis zwischen Höhenfehler und Quadratwurzel der pro Modell auswertbaren Fläche. Durch theoretische Überlegungen kommt LÜSCHER schließlich zu dem Ergebnis: Der optimale Bildwinkel hat etwa 120° . WORTZ [8] versuchte ebenfalls 1963, durch die Berücksichtigung physikalischer Einflüsse den für bestimmte Aufgaben zweckmäßigsten Luftbildkammertyp zu finden.

1964 erweiterte MEIER [4] die Überlegungen von LÜSCHER auf die Lagefehler. Als Ergebnis erhält er ein mathematisches Modell, das die mittleren Lage- und Höhenfehler als Funktion des Bildwinkels, des Bildformats und der Überdeckung ausdrückt. Dieses theoretisch entwickelte Modell wurde durch praktische Versuchsergebnisse überprüft und verbessert. Allerdings zeigten die Ergebnisse von Aerotriangulationstests ein ganz anderes Verhalten als zu erwarten war. Beim Versuch Oberschwaben z.B. war der mittlere Höhenfehler, der mit zunehmendem Bildwinkel abnehmen müßte, bei Oberweitwinkelaufnahmen wesentlich größer als bei Weitwinkelaufnahmen (siehe [6]). Das Problem des "optimalen Bildwinkels" bleibt daher weiter von Interesse.

Aus diesem Grunde wurden neue Untersuchungen angestellt, die neue Ergebnisse zu dem Themenkreis beitragen sollen. Das Ziel dieser Untersuchungen ist es, die Abhängigkeit der photogrammetrischen Genauigkeit vom Bildwinkel empirisch festzustellen. Der Test kann als Fortsetzung des praktischen Versuchs von MEIER [5] betrachtet werden, der zwei Modelle pro Kammertyp benützte. Um eine statistisch sicherere Aussage zu erhalten, wird jedoch die Anzahl der Modelle erhöht. Im folgenden werden zuerst die geometrischen Zusammenhänge abgeleitet

und das mathematische Modell von MEIER vorgestellt. Danach werden die praktischen Ergebnisse des neuen Versuchs vorgelegt und diskutiert. Den Abschluß bilden Folgerungen, die sich für die Praxis ergeben.

2. Das geometrische Modell

Für den strengen Normalfall der Stereophotogrammetrie gelten die folgenden Beziehungen zwischen den Modellkoordinaten und den gemessenen Bildkoordinaten. Die X-Koordinate liegt dabei grundsätzlich in Flugrichtung, b ist die Basis.

$$X = b \cdot \frac{x'}{x' - x''} \quad (1)$$

$$Y = 0.5 \cdot b \cdot \frac{y' + y''}{x' - x''} \quad (2)$$

$$Z = b \cdot \frac{c}{x' - x''} \quad (3)$$

Unter der Voraussetzung fehlerfreier Orientierungsgrößen liefert die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Formeln (1) bis (3) die Varianzen der Modellkoordinaten (bezogen auf den Bildmaßstab):

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{b^2} \left\{ (b-x')^2 \sigma_{x'}^2 + x'^2 \sigma_{x''}^2 \right\} \quad (4)$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{4b^2} \left\{ b^2 \sigma_{y'}^2 + b^2 \sigma_{y''}^2 + \frac{(y'+y'')^2}{b^2} \sigma_{x'}^2 + \frac{(y'+y'')^2}{b^2} \sigma_{x''}^2 \right\} \quad (5)$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{b^2} (c^2 \sigma_{x'}^2 + c^2 \sigma_{x''}^2) \quad (6)$$

wobei $b = x' - x'' = \text{Modellbasis}$

Mit den Vereinfachungen

$$x' = x \quad (7)$$

$$y' = y'' = y \quad (8)$$

$$\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = \sigma_{x''} = \sigma_{y''} = \sigma_k \quad (9)$$

erhält man die endgültigen Formeln

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{b^2} \left\{ (b-x)^2 + x^2 \right\} \sigma_k^2 \quad (10)$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{b^2} \left\{ \frac{b^2}{2} + 2y^2 \right\} \sigma_k^2 \quad (11)$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{b^2} \cdot 2c^2 \cdot \sigma_k^2 \quad (12)$$

Es zeigt sich also, daß die mittleren Koordinatenfehler in X und Y zwar eine Funktion der Bildkoordinaten aber unabhängig vom Bildwinkel sind. Dagegen ist der mittlere Höhenfehler umgekehrt proportional zum Basis-Höhen-Verhältnis.

Für 60 % Längsüberdeckung und ein Bildformat von $23 \times 23 \text{ cm}^2$ erhält man bei Integration der Formel (10) und (11) über den gesamten Modellbereich die folgenden mittleren Koordinatenfehler:

$$\sigma_X = 0.82 \cdot \sigma_k \quad (13)$$

$$\sigma_Y = 1.08 \cdot \sigma_k \quad (14)$$

$$\sigma_Z = 0.0154 \cdot c_{\text{mm}} \cdot \sigma_k \quad (15)$$

Wird ein plausibler mittlerer Bildkoordinatenfehler von $\sigma_k = 5 \text{ } \mu\text{m}$ angenommen, so ergibt sich der in Bild 1 dargestellte Genauigkeitsverlauf. Der mittlere Koordinatenfehler in Y ist um etwa 30 % größer als in X. Die mittleren Höhenfehler verhalten sich für die heute gebräuchlichen Kammern mit Brennweiten von 30 cm, 21 cm, 15 cm und 8.5 cm (was Bildwinkeln von 55° , 75° , 95° und 125° entspricht) wie 3.6 : 2.5 : 1.8 : 1.0. Je größer also der Bildwinkel ist, desto genauer wird die Höhe. Da in diesem Fall jedoch nur die geometrischen Verhältnisse berücksichtigt werden, müssen sich aufgrund der auftretenden physikalischen Einflüsse in der Praxis mehr oder weniger große Abweichungen ergeben.

3. Das mathematische Modell nach MEIER

Durch theoretische Überlegungen und die Annahme bestimmter Bildfehler erhält MEIER ein mathematisches Modell, das die Abweichungen des physikalischen Aufnahmevorganges vom geometrischen Modell zu berücksichtigen versucht. Auf die Ableitung sei hier nicht näher eingegangen; sie kann im einzelnen MEIER [4] entnommen werden.

MEIER setzt drei Fehlerkomponenten an, welche die Bildkoordinaten beeinflussen, nämlich je einen für Filmverzug, für Unebenheit von Emulsion und Schichtträger und für optische Fehler. Als Resultat erhält er ein mathematisches Modell, das die mittleren Koordinatenfehler in Abhängigkeit des Bildwinkels, des Bildformats und der Überdeckung angibt. Bild 2 zeigt die graphische Darstellung des Ergebnisses.

In einem nächsten Schritt werden die abgeleiteten Zusammenhänge durch einen praktischen Versuch überprüft und verbessert. Hierzu dient eine Testfeldbefliegung mit vier verschiedenen Kammern. Die je zwei Modelle pro Kammertyp wurden am PLANIMAT ausgewertet und einer Ähnlichkeitstransformation mit anschließender Affintransformation unterworfen. Die mittleren Koordinatenfehler ergaben sich dann durch Vergleich der transformierten Modellkoordinaten mit ihren gegebenen Sollwerten. Bild 3 zeigt die gewonnenen Ergebnisse einschließlich der auf einer χ^2 -Verteilung beruhenden statistischen Vertrauensgrenze für ein Signifikanzniveau $\alpha = 5 \%$.

Mit Hilfe dieser empirisch ermittelten Genauigkeit ändert MEIER einen der angenommenen Parameter, und zwar denjenigen für den Einfluß der optischen Fehler, so daß eine bestmögliche Übereinstimmung zwischen mathematischem Modell und den Testergebnissen erzielt wird. Das sich ergebende mathematische Modell 2.1 ist in Bild 4 dargestellt.

Im Unterschied zur theoretischen Genauigkeit des Bildes 1 sind die mittleren Koordinatenfehler in X und Y nicht mehr unabhängig vom Bildwinkel sondern nehmen mit steigendem Bildwinkel zu. Der Unterschied zwischen σ_X und σ_Y vergrößert sich zudem von etwa 50 % auf etwa 100 %. Weiterhin ist der Genauigkeitsanstieg der Z-Koordinate mit kleiner werdender Brennweite nicht mehr so stark. Die mittleren Höhenfehler zwischen der 30 cm - und der 8.5 cm - Kammer verhalten sich noch wie etwa 2:1.

Zum Vergleich zwischen mathematischem Modell 2.1 (Bild 4) und den Testergebnissen (Bild 3) schreibt MEIER |5|: "Sieht man von einigen durchaus signifikanten Abweichungen ab, so beschreibt das Modell 2.1 die praktischen Ergebnisse Rheidt innerhalb der Vertrauensgrenzen und damit in hinreichender Weise. Akzeptieren wir dies, so ist die gesuchte Abhängigkeit gefunden". Ob dies wirklich der Fall ist, soll im folgenden durch weitere Untersuchungen geklärt werden. Die Frage des Bildformats und der Überdeckung bleibt dabei außer Betracht.

4. Neue Untersuchungen

Die neuen Untersuchungen verfolgen zwei Zwecke: Zum einen sollen die von MEIER benützten Bilder erneut ausgemessen werden, diesmal jedoch am Präzisionsstereokomparator PSK2, um die Fehler des Analoggerätes auszuschalten und dadurch eventuell eine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis zu erzielen. Zum anderen wird eine Neubefliegung durchgeführt, womit eine zweite unabhängige Stichprobe gegeben ist, die zudem eine größere Aussagekraft besitzt, da mehr Modelle pro Kammertyp verwendet werden.

4.1 Befliegung und Auswertung

Die Neubefliegung, wofür wieder das Testfeld Rheidt der Universität Bonn ausgewählt wurde, erfolgte im Frühjahr 1974. Das Testfeld, das aus 41 Punktgruppen mit je 3 Punkten besteht, ist für derartige Zwecke hervorragend geeignet (siehe KUPFER |2|). Die Koordinaten, die aus 1974 erfolgten Netzbeobachtungen neu berechnet wurden, zeigen mittlere Fehler zwischen $\sigma_X = \sigma_Y = 6$ mm und $\sigma_X = \sigma_Y = 12$ mm. Die Höhengenaugkeit ist durchweg besser als 10 mm.

Bei der Neubefliegung wurden lediglich drei Kammertypen mit Brennweiten von 305 mm, 210 mm und 85 mm benützt, da von einer Weitwinkelkammer bereits 47 ausgewertete Modelle aus dem Jahre 1969 vorlagen, die in die Untersuchung einbezogen wurden (siehe STARK |7|). Für jeden Kammertyp ergaben sich 8 Modelle. In Tabelle 1 sind die Flugdaten aller damit vorliegenden Bildflüge zusammengestellt.

Die Auswertung der neu erflogenen Modelle erfolgte am PSK2 der Universität Stuttgart durch Herrn BETTIN. Es wurden auf Glas kopierte Diapositive verwendet. Das 1969 erflogene und bereits am PLANIMAT ausgewertete Material wurde ebenfalls am PSK2 durch den Verfasser neu gemessen. Hierzu wurden dieselben Film-diapositive wie 1969 benutzt.

Die Genauigkeit der Messung läßt sich aus Doppelmessungen berechnen. Man erhält die in Tabelle 2 angegebenen mittleren Fehler für die Einstellung eines Punktes. Die Tabelle enthält außerdem zum Vergleich die bei der PLANIMAT-Messung erzielte Genauigkeit.

Die Koordinaten wurden durch direkte räumliche Doppelpunkteinschaltung (Bündelmethode) gewonnen, wobei alle vorhandenen Punkte als Paßpunkte dienten. Die gemessenen Bildkoordinaten wurden wegen des Einflusses der Verzeichnung, der Erdkrümmung und Refraktion, sowie des affinen Filmverzugs korrigiert.

Zur Beurteilung der Genauigkeit dienen die Restfehler zwischen den durch die Ausgleichung erhaltenen Koordinaten und ihren bekannten Sollwerten. Die quadratischen Mittelwerte dieser Restfehler werden modellweise gebildet und als mittlere Fehler des jeweiligen Modells betrachtet. Schließlich werden noch die Mittelwerte aus allen Modellen pro Kammertyp berechnet, die in allen folgenden Darstellungen als Genauigkeitsangabe dienen.

4.2 Befliegung 1969, Auswertung 1974 (Material ZEISS)

Die Ergebnisse der Neumessung und -berechnung des bereits 1969 erflogenen Bildmaterials sind in Tabelle 3 angegeben und in Bild 5 in Abhängigkeit vom Bildwinkel graphisch dargestellt. Der Wert für σ_0 ergibt sich aus der Ausgleichung als Quadratsumme der Verbesserungen an den Bildkoordinaten dividiert durch die Anzahl der überschüssigen Beobachtungen. Er beschreibt unter den gegebenen Voraussetzungen die Genauigkeit der gemessenen Bildkoordinaten, wobei allerdings nicht nur der Einfluß der photogrammetrischen Meßgenauigkeit sondern auch der Einpaßzwang auf die Paßpunkte enthalten ist.

Die mittleren Koordinatenfehler σ_x , σ_y und σ_z entsprechen in erster Näherung den Erwartungen. Der mittlere Höhenfehler nimmt mit zunehmendem Bildwinkel stetig ab. Der mittlere Fehler in Y ist bis auf den Bildwinkel 56° deutlich schlechter als der X-Wert. Die Aussagekraft der Ergebnisse wird durch das in Bild 5 eingetragene Konfidenzintervall für das Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ angegeben.

Ein Vergleich mit den 1969 gewonnenen PLANIMAT-Ergebnissen (Tabelle 3 und Bild 3) erbringt deutliche Unterschiede. Bis auf zwei Ausnahmen sind die PSK-Ergebnisse erwartungsgemäß in allen drei Koordinaten besser. Die Genauigkeitssteigerung beträgt bis zu etwa 50 % bei der Z-Koordinate der OWW-Kammer. Daraus lassen sich sehr gut die Fehlereinflüsse des Analoggerätes erkennen. Die Abweichungen bei σ_x (30 cm-Kammer) und σ_z (21 cm-Kammer) sind eventuell durch die lange Lagerung des Films zu erklären, bei der keinerlei besondere Vorkehrungen getroffen wurden.

Man kann sagen, daß die PSK-Ergebnisse den geometrischen Vorstellungen wesentlich besser entsprechen als die PLANIMAT-Ergebnisse. Eine Übereinstimmung mit dem mathematischen Modell 2.1 nach MEIER ist dagegen nicht ohne weiteres zu erkennen. Damit gewinnen die Untersuchungen des neuen Testfluges an Bedeutung.

4.3 Befliegung 1974, Auswertung 1974 (Material Uni Stuttgart)

Tabelle 4 enthält die Ergebnisse der Untersuchungen des neuen Bildmaterials, während Bild 6 die mittleren Koordinatenfehler in der gewohnten Weise wiedergibt. Das dort ebenfalls eingezeichnete Konfidenzintervall für das Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ gibt einen Anhaltspunkt über die statistische Sicherheit der erhaltenen Werte.

σ_0 liegt mit Werten zwischen $3.7 \mu\text{m}$ und $5.0 \mu\text{m}$ in derselben Größenordnung wie beim Bildflug 1969. Die mittleren Höhenfehler nehmen zwischen den Bildwinkeln 56° und 125° im Verhältnis $2.5 : 1.6 : 1.3 : 1.0$ ab. Die mittleren Lagefehler sind nahezu unabhängig vom Bildwinkel, wobei Y im Mittel um den Faktor 1.25 ungenauer ist als X.

Erfreulich gut passen sich die Ergebnisse der Weitwinkel-Kammer in das Genauigkeitsverhalten ein, obwohl sie aus einem völlig anderen Bildflug aus dem Jahre 1969 stammen. Allerdings sind die mittleren Fehler als Mittelwerte aus 47 Modellen berechnet und erhalten dadurch eine größere Signifikanz. Dies kommt durch das sehr enge Konfidenzintervall zum Ausdruck.

Ein Vergleich mit der theoretischen Genauigkeit aus Bild 1 zeigt zum Teil eine recht gute Übereinstimmung, besonders was die Lage anbetrifft. Insbesondere entspricht der Genauigkeitsunterschied zwischen X- und Y-Koordinate von ca. 25 % fast dem theoretischen Wert von etwa 30 %. Dagegen ist die Zunahme der Höhengenaugigkeit bei größer werdendem Bildwinkel nicht so groß wie in der Theorie, wo das Verhältnis zwischen Normalwinkel- und Oberweitwinkel-Kammer $3.6 : 1.0$ betrug.

Werden die Ergebnisse auf Übereinstimmung mit dem mathematischen Modell 2.1 nach MEIER geprüft, so sind hier noch größere Unterschiede festzustellen. Zwar ist der flache Verlauf der Kurve der Höhengenaugigkeit in beiden Fällen sehr ähnlich, doch sind die Zahlenwerte im mathematischen Modell praktisch um den Faktor 2 zu groß. Ebenso ist bei den empirischen Ergebnissen die stetige Zunahme der mittleren Lagefehler mit steigendem Bildwinkel nicht zu beobachten.

Nun werden die praktischen Versuchsergebnisse natürlich noch durch systematische Fehlereinflüsse verfälscht, welche die teilweise schlechte Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis erklären könnten. Im folgenden soll daher näher auf den systematischen Fehleranteil in den Ergebnissen eingegangen werden. Dazu ist es erforderlich, zuerst noch einige Begriffe einzuführen und zu erläutern.

4.4 Untersuchung auf systematische Fehler

Allgemein kann mit statistischen Begriffen ein meßbarer Vorgang in drei Komponenten zerlegt werden, nämlich einen "deterministischen", einen "korrelierten" und einen "unregelmäßigen" Anteil. Im üblichen Sprachgebrauch in der Geodäsie und PHotogrammetrie werden häufig die etwas unscharfen Begriffe des strikt systematischen Fehlers für die Deterministik, des lokal-systematischen Fehlers für den korrelierten Anteil und des zufälligen Fehlers für den unregelmäßigen Anteil verwendet. Die Deterministik wird im übrigen auch als "Trend" bezeichnet und der unregelmäßige Anteil als "Meßfehler" oder "Noise". In den meisten Fällen werden jedoch der deterministische und der korrelierte Anteil begrifflich nicht auseinander gehalten, sondern unter dem Begriff des systematischen Fehlers zusammengefaßt.

Eine direkte Zerlegung in die drei Fehlerkomponenten ist praktisch allerdings nicht möglich. So wird aus den Versuchsergebnissen zuerst die Deterministik herausgerechnet, und anschließend wird der unregelmäßige Anteil vom Gesamtfehler abgespalten.

4.4.1 Bestimmung der Deterministik

Auf den vorliegenden praktischen Fall angewandt, ist die Deterministik derjenige systematische Fehler, der in allen Modellen eines Kammertyps denselben Betrag und dasselbe Vorzeichen besitzt. Sie läßt sich unter den gegebenen Bedingungen relativ einfach bestimmen. Das Testfeld Rheidt ist so angelegt, daß die signalisierten Punkte ein regelmäßiges Raster bilden. Bei den Aufnahmen wurde der Bildmaßstab so gewählt, daß jeweils 2 Modelle das Testfeld bedecken. Wenn der Flug sorgfältig ausgeführt wurde, enthält also jedes Modell, unabhängig davon, in welcher Richtung es geflogen wurde und welcher Teil des Testfeldes bedeckt wird, genau die gleiche Anzahl von Punkten in genau derselben Anordnung. Dies sind jeweils 23 Punktgruppen zu je 3 Punkten, deren Verteilung im Modell aus Bild 7 ersichtlich ist.

Werden nun gewissermaßen alle Modelle aufeinandergelegt, so zeigt sich ein deterministischer Anteil dadurch, daß die Summe der Restfehler für jede der 23 Punktgruppen nicht verschwindet sondern noch einen bestimmten Betrag aufweist. Dieser Betrag gibt dann die Größe der Deterministik an. Auf diese Weise wurden die Ergebnisse der Auswertungen des Bildmaterial 1974 analysiert. Die Deterministik ist in graphischer Form für die 4 Kammern in den Bildern 8 bis 11 dargestellt. Dort sind auch die quadratischen Mittelwerte in X, Y und Z über alle 23 Punktgruppen angegeben.

Für jeden Kammertyp erhält man einen deutlichen systematischen Fehleranteil. Er beträgt in der Lage zwischen etwa 2 μm und 3 μm und in der Höhe etwa 4.5 μm , bei der Normalwinkelkammer sogar 9 μm . Die Hauptdeformation in der Lage scheint trapezförmig zu verlaufen, während in der Höhe eine Durchbiegung in Y-Richtung überwiegt. Lediglich die 30 cm - Kammer macht eine Ausnahme. Hier treten, besonders in der Höhe, recht unwahrscheinliche Deformationen auf. Offensichtlich ist die Stichprobe von 8 Modellen für eine derartige Analyse noch nicht voll ausreichend.

In einem nächsten Schritt soll nun der unregelmäßige Anteil des Gesamtfehlers berechnet werden.

4.4.2 Bestimmung des unregelmäßigen Anteils am Gesamtfehler

Die Abspaltung des reinen Meßfehlers kann mit Hilfe der Kovarianzfunktion erfolgen, wie sie z.B. bei der Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie benützt wird (siehe z.B. KRAUS [1]). Der Scheitelwert dieser Kovarianzfunktion gibt den systematischen Anteil an der Varianz an. Dieser systematische Fehler enthält in diesem Fall sowohl den deterministischen als auch den korrelierten Anteil. Die Kovarianzfunktion selbst wird gebildet durch Berechnung und Mittelung sämtlicher Kovarianzen zwischen je 2 Punkten innerhalb eines bestimmten Entfernungsintervalls. Anschließend wird eine ausgleichende Kurve durch die empirischen Kovarianzen gelegt, z.B. eine Gauß'sche Glockenkurve. Die Form der Kurve ist hier nicht interessant, da es nur auf den Scheitelwert selbst ankommt. Nachdem der systematische und der unregelmäßige Anteil unabhängig voneinander sind, kann aus der Varianz σ^2 und der Systematik σ_S^2 der unregelmäßige Anteil σ_r^2 durch einfache Differenzbildung berechnet werden.

$$\sigma_r^2 = \sigma^2 - \sigma_S^2 \quad (16)$$

Die Aufspaltung in einen deterministischen/korrelierten Anteil und in einen unregelmäßigen Anteil wurde für beide Bildflüge 1969 und 1974 durchgeführt. Das Ergebnis ist in Tabelle 4 zusammengestellt.

Betrachtet man die unregelmäßigen Anteile σ_r , so sind diese für die beiden Befliegungen praktisch gleich. Dies entspricht den Erwartungen, da σ_r keinerlei Systematik mehr enthält und daher sowohl unabhängig von den Aufnahmebedingungen als auch von den Rechenverfahren sein muß. Es zeigt aber auch gleichzeitig, daß diese Methode zur Ermittlung des unregelmäßigen Anteils funktionsfähig ist. Für die weiteren Betrachtungen werden daher nur die Ergebnisse des Materials 1974 herangezogen.

In der Lage liegt der unregelmäßige Anteil des Gesamtfehlers zwischen 2 μm und 3 μm , wobei der Genauigkeitsunterschied zwischen X- und Y-Koordinate wie bisher ca. 25 % beträgt. In der Höhe bleibt die stetig zunehmende Tendenz der Genauigkeit mit größer werdendem Bildwinkel ebenfalls erhalten. Das Verhältnis der mittleren Höhenfehler zwischen den 4 Kammertypen ändert sich nur unwesentlich und lautet für den unregelmäßigen Anteil etwa 2.3 : 1.7 : 1.5 : 1.0. Die entsprechenden Werte für den Gesamtfehler betragen 2.5 : 1.6 : 1.3 : 1.0.

Den Verlauf des unregelmäßigen Fehlers in Abhängigkeit des Bildwinkels zeigen die Bilder 12 und 13. In diese Diagramme ist auch die theoretisch zu erwartende Genauigkeit eingetragen. Und zwar wurde der mittlere Bildkoordinatenfehler σ_k aus Formel (13) und (14) berechnet.

$$\sigma_k = \frac{\sigma_x}{0.82} \quad (13a)$$

$$\sigma_k = \frac{\sigma_y}{1.08} \quad (14a)$$

Als Mittelwert aus allen Brennweiten und aus (13a) und (14a) ergab sich $\sigma_k = 2.5 \mu\text{m}$. Mit diesem Wert wurden schließlich aus den Formeln (13) bis (15) die theoretischen Erwartungswerte für σ_x , σ_y und σ_z ermittelt. In Bild 12 und 13 ist dieser Fall gestrichelt dargestellt. Eine brauchbare Übereinstimmung läßt sich nur für X und Y feststellen. Der Verlauf der Kurve der empirischen Höhengenaugigkeit ist immer noch wesentlich flacher als bei der theoretischen Ableitung. Das bedeutet, daß die erreichbare Höhengenaugigkeit der Überweitwinkelkammer mit 8.5 cm Brennweite schlechter ist als nach der Theorie zu erwarten wäre.

Ein Vergleich mit dem mathematischen Modell 2.1 von MEIER muß sich auf den Kurvenverlauf beschränken, da die Zahlenwerte selbst zu unterschiedlich sind. Beide Diagramme stimmen darin überein, daß die mittleren Lagefehler mit steigendem Bildwinkel zunehmen. Allerdings ist die praktische Zunahme mit etwa 35 % längst nicht so stark wie die des mathematischen Modells mit ca. 65 % in X und ca. 110 % in Y. In Z verläuft die Genauigkeitskurve des mathematischen Modells noch flacher als bei den empirischen Ergebnissen. Das Verhältnis zwischen Überweitwinkel- und Normalwinkelkammer beträgt hier etwa 1.8 : 1.0 gegenüber 2.3 : 1.0.

Es wird daher noch ein Versuch unternommen, das von MEIER entwickelte mathematische Modell 2.1 durch zweckmäßige Wahl der Parameter mit den Ergebnissen der Bildflüge 1969 und 1974 in Einklang zu bringen.

4.5 Das mathematische Modell 2.2

MEIER ging bei der Überprüfung des Modells 2 durch seine Testergebnisse Rheidt und der Ableitung eines Modells 2.1 davon aus, daß die beiden angenommenen Parameter für Filmverzug sowie Unebenheit von Emulsion und Schichtträger durch Spezialuntersuchungen sehr sicher vorausgesagt werden können. Es erschien ihm nicht zweckmäßig, diese Parameter anhand der Testflugergebnisse zu ändern. Die Anpassung des theoretischen Modells an den praktischen Versuch beschränkte sich daher auf die optischen Bildfehler. Dieses Vorgehen ist bei den neueren Ergebnissen nicht sinnvoll. Es zeigt sich nämlich, daß selbst für den Fall, daß die optischen Bildfehler verschwinden, keine genügende Übereinstimmung gefunden werden kann. Daher müssen alle Parameter den praktischen Ergebnissen angepaßt werden. Dies wird durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erreicht.

Als Resultat ergab sich die in Bild 14 dargestellte Abhängigkeit der mittleren Koordinatenfehler vom Bildwinkel. Es soll als mathematisches Modell 2.2 bezeichnet werden.

Wenn Bild 14 mit den empirischen Werten (Bild 6) verglichen wird, so ist die Übereinstimmung auf den ersten Blick als sehr gut zu bezeichnen. Die Abweichungen liegen maximal bei $1 \mu\text{m}$, im Mittel bei etwa $0.5 \mu\text{m}$.

Trotzdem muß das gefundene mathematische Modell 2.2 als nicht brauchbar bezeichnet werden, wie eine nähere Betrachtung zeigen wird.

Das mathematische Modell ist so angesetzt, daß die Parameter der Bildfehler als mittlere Fehler aufzufassen sind. Sie können daher nicht negativ werden, was jedoch hier bei einem Parameter für die optischen Bildfehler der Fall war. Somit entspricht der mathematische Ansatz zur Beschreibung der mittleren Koordinatenfehler im Modell in Abhängigkeit des Bildwinkels nicht den tatsächlichen Voraussetzungen. Aus diesem Grund ist es auch nicht sinnvoll, die nach der Ausgleichung erhaltenen Bildfehler näher zu analysieren und in einzelne Komponenten aufzuspalten. Die weiteren Folgerungen sollen daher nur auf der Grundlage der empirischen Ergebnisse gezogen werden.

5. Folgerungen

Obwohl es nicht gelungen ist, ein plausibles mathematisches Modell für die Abhängigkeit der mittleren Koordinatenfehler vom Bildwinkel zu finden, lassen sich aus den dargelegten Ergebnissen doch einige Schlüsse ziehen.

Es darf - zumindest wenn nur unregelmäßige Fehler vorausgesetzt werden - als gesichert gelten, daß die mittleren Höhenfehler mit zunehmendem Bildwinkel stetig kleiner werden, während die mittleren Lagefehler praktisch unabhängig vom Bildwinkel sind. Weiterhin ist der mittlere Koordinatenfehler in y-Richtung stets größer als in x-Richtung.

Treten zusätzliche, insbesondere systematische Fehlereinflüsse auf, so können sich die Genauigkeitszusammenhänge verschieben. Als Beispiel möge der Vergleich zwischen den PLANIMAT- und PSK2-Auswertungen desselben Bildmaterials dienen. Da beim PLANIMAT weitere Fehler hinzukommen, die ebenfalls vom Bildwinkel abhängen, ergeben sich größere Abweichungen vom erwarteten Genauigkeitsverhalten.

Die Frage, welche der heute verfügbaren Luftbildkammern insgesamt die beste Genauigkeit liefert, muß mit der Oberweitwinkelkammer (Bildwinkel $\beta = 125^\circ$) beantwortet werden. Sie ist in der Höhe eindeutig am genauesten und in der Lage praktisch gleich genau wie die übrigen Kammertypen. Wenn nur die Lagegenauigkeit von Interesse ist, könnte man unter Umständen der Normalwinkelkammer ($\beta = 56^\circ$) den Vorzug geben, da hier der unregelmäßige Anteil am Gesamtfehler am geringsten ist. Wird jedoch der systematische Anteil mit berücksichtigt, ist die 30 cm-Kammer nicht mehr überlegen.

Aufgrund dieser Feststellungen dürfte dem Einsatz von Oberweitwinkelkammern in größerem Rahmen nichts mehr im Wege stehen. Allerdings muß dabei akzeptiert werden, daß die Bildqualität besonders im Randbereich noch nicht an diejenige der Kammer mit kleinerem Bildwinkel heranreicht. Eingeschränkt wird die positive Beurteilung der 8.5 cm-Kammer weiterhin durch die Ergebnisse von Aerotriangulationsversuchen, bei denen im Vergleich zu Weitwinkelkammern eine deutlich schlechtere Genauigkeit erhalten wurde. Diese Tatsache rückt die Frage der systematischen Fehler in den Vordergrund.

Ein sehr dringliches Anliegen muß es daher sein, genauere Angaben über das Auftreten und die Wirkung systematischer Fehler zu erhalten. Der Möglichkeit ihrer Korrektur sollte weiterhin Priorität eingeräumt werden. Vielleicht läßt sich dadurch erreichen, daß die in praktischen Fällen erreichte Genauigkeit in Zukunft mit der theoretischen Voraussage weitgehend übereinstimmt.

Literatur

- [1] Kraus, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie. BUL 40, S. 7-12, 1972.
- [2] Kupfer, G.: Zur Geometrie des Luftbildes. DGK, Reihe C, Heft 170, München 1971.
- [3] Löscher, W.: Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftbildmessung. Dissertation TH Graz, 1963.
- [4] Meier, H.-K.: Untersuchungen zur Wahl des Bildwinkels und Bildformats von Luftbildkammern. BUL 32, S. 83-94, 1964.
- [5] Meier, H.-K.: Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition und ihr Vergleich mit praktischen Testergebnissen. BUL 38, S. 50-62, 1970.
- [6] OEEPE (Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales): Publication Officielle N° 8, Dezember 1973.
- [7] Stark, E.: Die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell. DGK Reihe C, Heft 193, München 1973.
- [8] Würtz, G.: Beitrag zur Wahl des zweckmäßigsten Luftbildkammertyps. Kompendium Photogrammetrie, Bd V, S. 285-305, 1963.

Tabelle 1: Flugdaten der Befliegung des Testfeldes Rheidt

Kammer-Typ	RMK 30/23	RMK 21/23	RMK 15/23	RMK 8,5/23	RMK 30/23	RMK 21/23	RMK 15/23	RMK 8,5/23
Brennweite	305.35 mm	208.29 mm	153.20 mm	85.41 mm	305.24 mm	207.93 mm	153.20 mm	85.30 mm
Aufnahmetag	5.4.1969				5.6.1974		12.6.1969	5.6.1974
Flughöhe ü.Gr.	3050 m	2100 m	1530 m	850 m	3350 m	2250 m	1650 m	940 m
Bildmaßstab	1 : 10 000				1 : 11000		1 : 10500	1 : 11000
Flugzeug	Aero-Commander				Aero-Commander			
Kammer (Nr.)	110 403	20 208	111 680	111 164	118 411	115 739	111 680	20 281
Objektiv-Nr.	Topar A 110 414	Toparon A 98 308	Pleogon A2 112 647	S-Pleogon A 112 333	Topar A 118 390	Toparon A 116 229	Pleogon A2 112 647	S-Pleogon A 120 326
Film	Aviphot Pan 30 PE				Aviphot Pan 30		Kodak-Plus-X	Aviphot Pan 30
Überdeckung	90 %				90 %		60 %	90 %

Tabelle 2: Einstellgenauigkeit der Modellauswertungen

Brennweite	Auswerter	Mittlerer Fehler der Einzelmessung		Mittlerer Fehler des Mittels			
		σ_x μm	σ_y μm	σ_x μm	σ_y μm		
Befliegung 1974, Auswertung 1974 am PSK2							
305 mm	Bettin	1.6	1.5	1.1	1.1		
210 mm	Bettin	1.4	1.4	1.0	1.0		
153 mm	Stark	1.4	1.5	1.0	1.1		
85 mm	Bettin	1.7	1.6	1.2	1.1		
Befliegung 1969, Auswertung 1974 am PSK2							
305 mm	Stark	1.4	1.3	1.0	0.9		
210 mm	Stark	1.7	1.7	1.2	1.2		
153 mm	Stark	1.7	1.7	1.2	1.2		
85 mm	Stark	2.2	1.7	1.5	1.2		
Befliegung 1969, Auswertung 1969 am PLANIMAT							
		σ_x	σ_y	σ_z	σ_x	σ_y	σ_z
305 mm	Bettin	5.3	5.4	9.8	3.7	3.8	6.9
210 mm	Bettin	5.5	5.6	6.1	3.9	4.0	4.3
153 mm	Bettin	3.9	4.7	5.6	2.8	3.3	4.0
85 mm	Bettin	5.0	5.5	5.0	3.5	3.9	3.5

1) Befliegung 1969, Auswertung 1969/70 am PSK

Tabelle 3: Genauigkeitsvergleich zwischen PLANIMAT- und PSK2- Auswertung

Mittel aus je 2 Modellen

Bildmaßstab 1:10 000

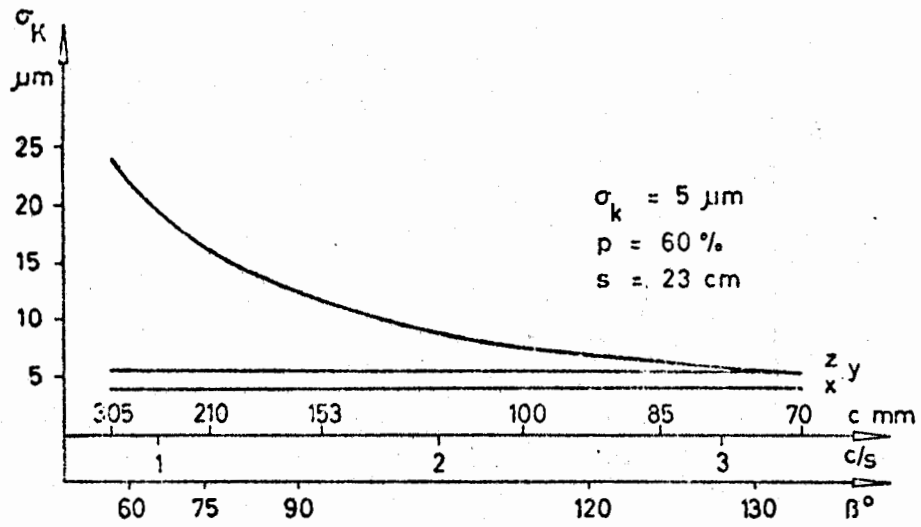
Brennweite mm	PLANIMAT				PSK 2			
	σ_x μm	σ_y μm	σ_z μm	σ_z ‰ v.h	σ_x μm	σ_y μm	σ_z μm	σ_z ‰ von h
305	4.8	5.0	21.1	0.069	6.7	5.2	16.6	0.054
210	5.8	7.8	11.0	0.052	5.0	6.3	12.5	0.060
153	5.8	7.4	11.3	0.074	3.4	4.1	8.2	0.054
85	4.6	6.7	12.0	0.141	4.2	4.9	6.3	0.074

Tabelle 4: Photogrammetrische Koordinatengenauigkeit in Abhängigkeit vom Bildwinkel
 Ergebnisse von Einzelmodellauswertungen nach der Bündelmethode

Brennweite mm	Bild- winkel β°	Anzahl Vergleichs- punkte	σ_0 μm	Streuung			unregelmäßiger Anteil			systematischer Anteil			Konfidenzintervall für $\alpha = 5\%$ untere Grenze in %		obere Grenze in %	
				σ_x μm	σ_y μm	σ_z μm	σ_{rx} μm	σ_{ry} μm	σ_{rz} μm	σ_{sx} μm	σ_{sy} μm	σ_{sz} μm				
Befliegung 1969, Auswertung 1974, Mittelwerte aus je 2 Modellen (Bildmaßstab 1:10 000)																
305	56	121	5.2	6.7	5.2	16.6	2.3	2.3	7.9	6.3	4.7	14.6	11	15		
210	75	150	4.8	5.0	6.3	12.5	2.1	3.4	6.2	4.5	5.4	10.9	10	13		
153	94	137	3.7	3.4	4.1	8.2	1.9	2.6	4.5	2.7	3.1	6.9	10	14		
85	125	114	4.7	4.2	4.9	6.3	2.0	3.2	3.5	3.7	3.7	5.2	11	15		
Befliegung 1974, Auswertung 1974, Mittelwerte aus je 8 Modellen (Bildmaßstab 1:11 000)																
305	56	481	4.2	3.9	4.7	14.4	1.7	2.3	7.1	3.5	4.0	12.5	6	7		
210	75	484	4.0	3.5	4.5	9.3	1.9	2.5	5.3	3.0	3.8	7.7	6	7		
153	94	3093	3.7	3.6	4.2	7.4	2.4	2.8	4.5	2.7	3.1	5.9	2	3		
85	125	373	5.0	3.6	4.8	5.8	2.3	3.1	3.1	2.7	3.7	5.0	7	8		

1) Befliegung 1969, Auswertung 1969/70, Mittelwerte aus 47 Modellen (Bildmaßstab 1:10 500)

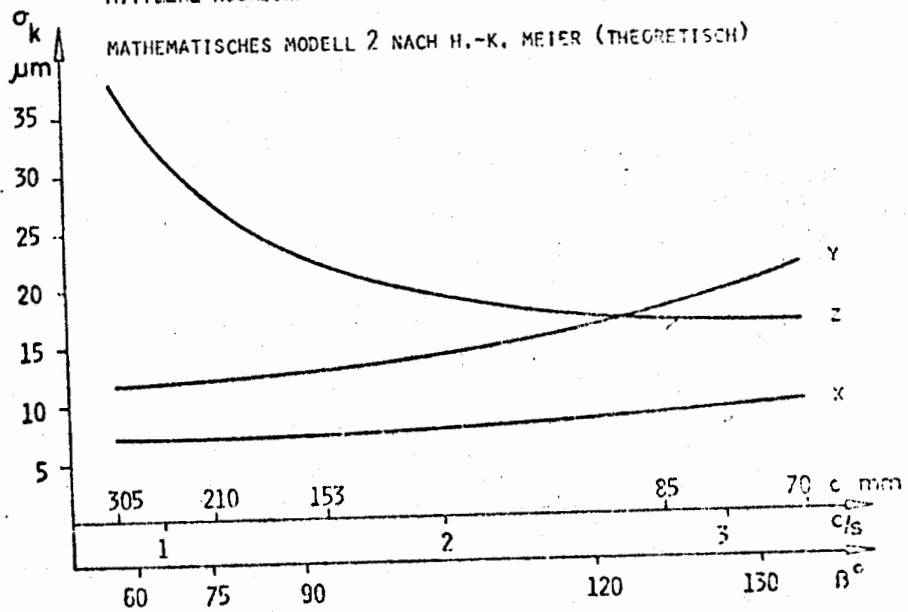
THEORETISCHE GENAUIGKEIT DER MODELLKOORDINATEN



B I L D 1

MITTLERE KOORDINATENFEHLER FÜR VERSCHIEDENE BILDWINKEL

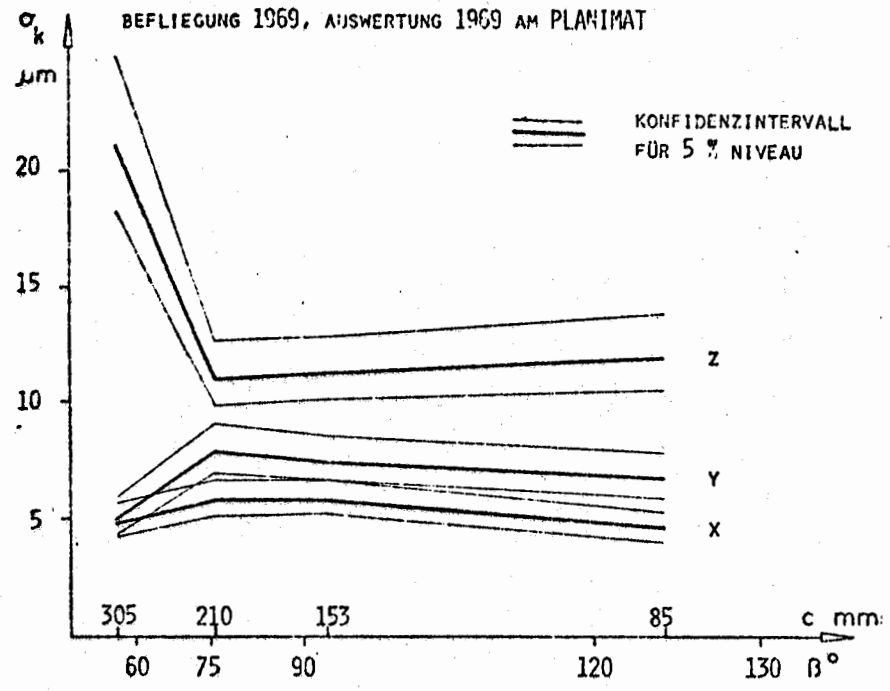
MATHEMATISCHES MODELL 2 NACH H.-K. MEIER (THEORETISCH)



B I L D 2

MITTLERE KOORDINATENFEHLER FÜR VERSCHIEDENE BILDWINKEL

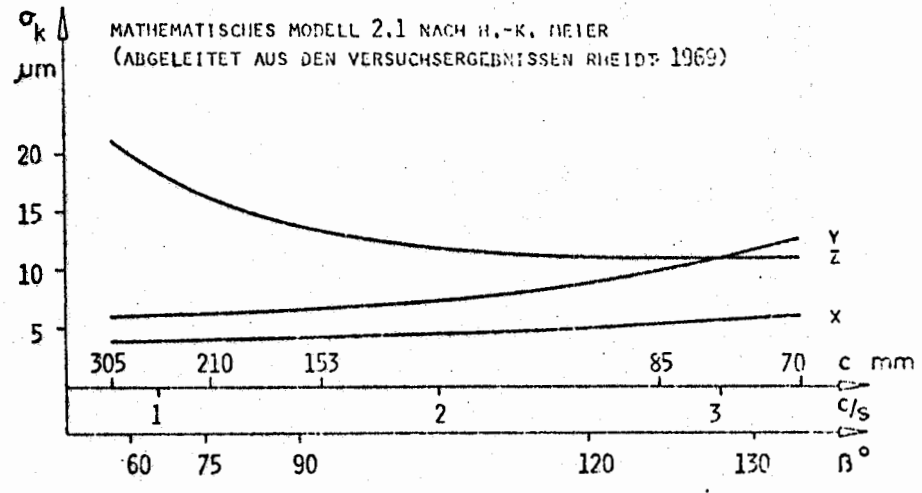
BEFLIEGUNG 1969, AUSWERTUNG 1969 AM PLANIMAT



B I L D 3

MITTLERE KOORDINATENFEHLER FÜR VERSCHIEDENE BILDWINKEL

MATHEMATISCHES MODELL 2.1 NACH H.-K. MEIER
 (ABGELEITET AUS DEN VERSUCHSERGEBNISSEN RHEIDT 1969)



B I L D 4

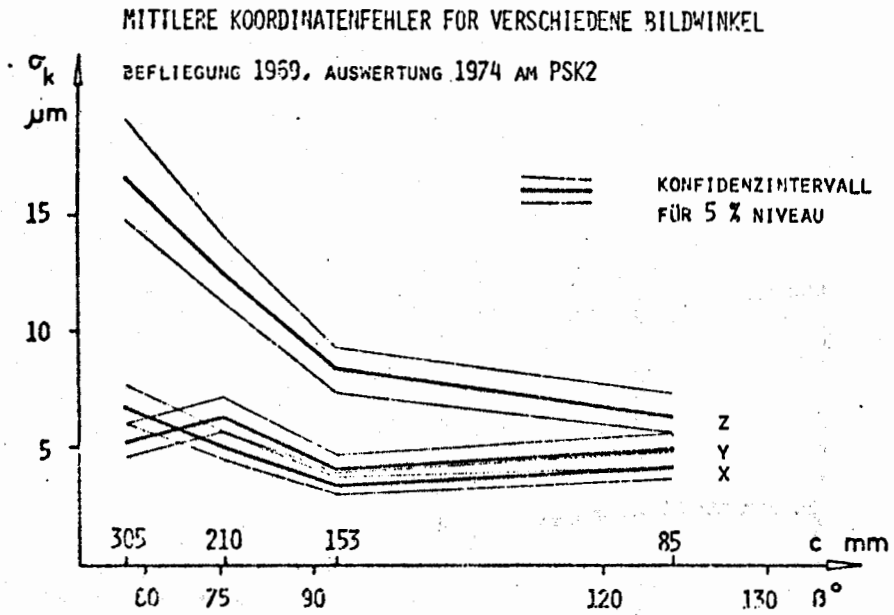


Bild 5

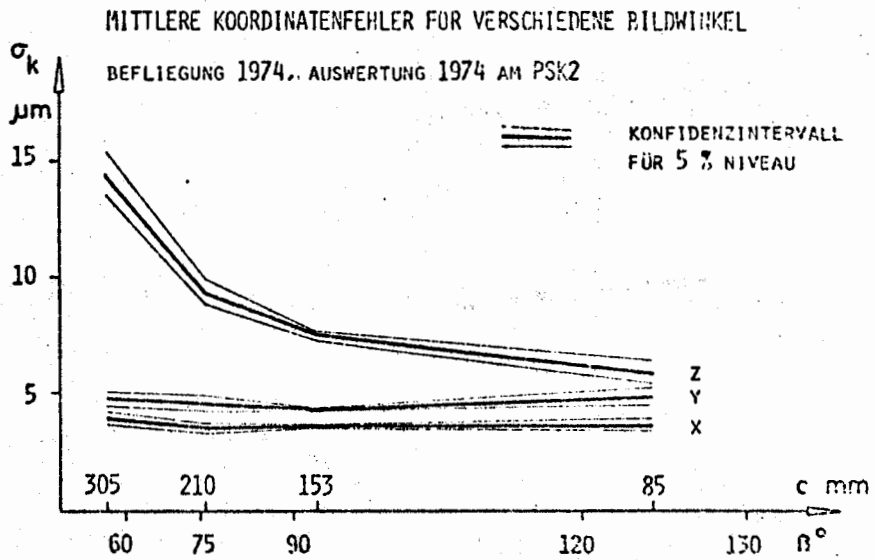


Bild 6

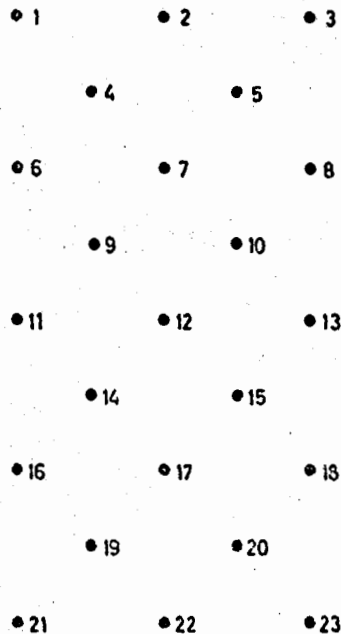
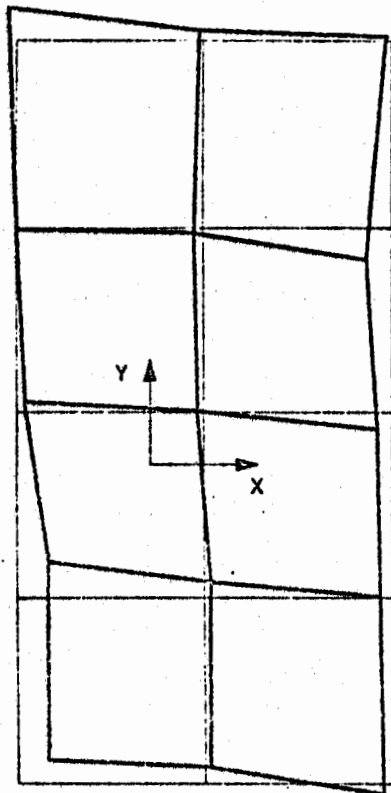


Bild 7
 Punktverteilung
 im Durchschnittsmodell



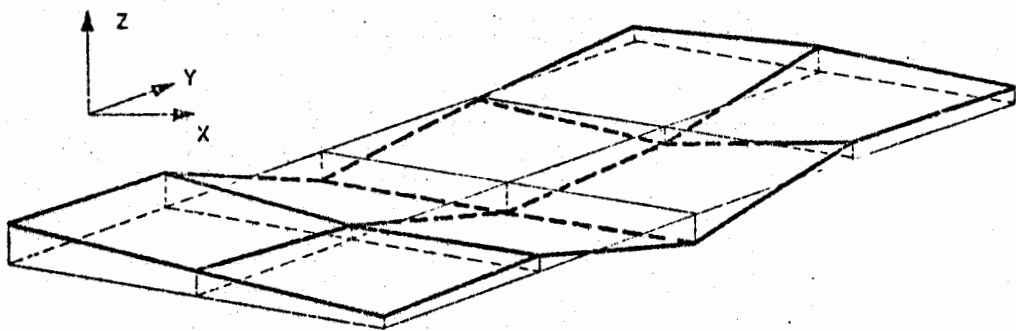
QUADRATISCHE MITTELWERTE

$$T_x = 2.4 \text{ MIKRON}$$

$$T_y = 3.3 \text{ MIKRON}$$

$$T_z = 4.6 \text{ MIKRON}$$

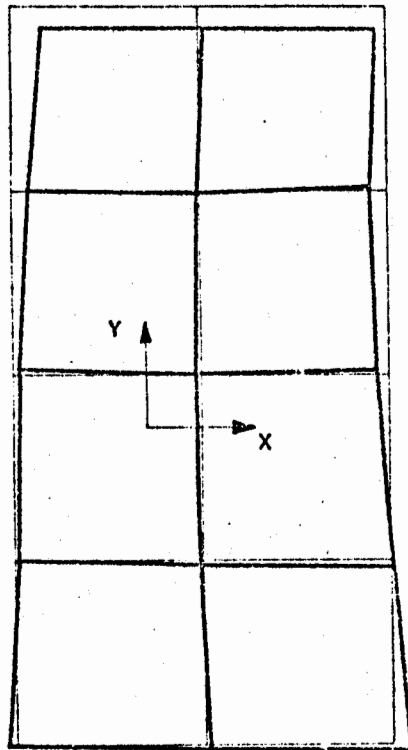
| Δ 10 MIKRON



DETERMINISTIK IM MODELL (RMK 8,5/23)

ORIENTIERUNG NACH DER BÜNDELMETHODE

B I L D 8



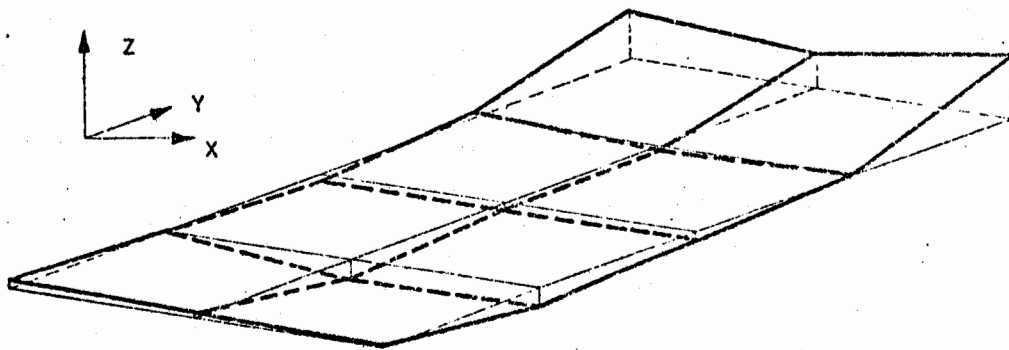
QUADRATISCHE MITTELWERTE

$$T_X = 2.0 \text{ MIKRON}$$

$$T_Y = 1.9 \text{ MIKRON}$$

$$T_Z = 4.3 \text{ MIKRON}$$

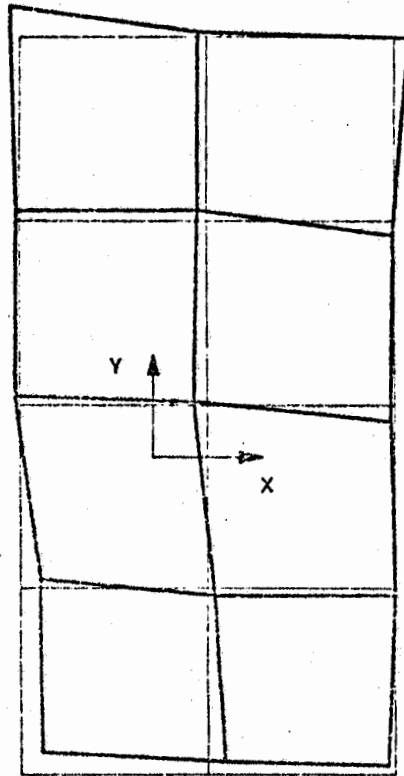
| Δ 10 MIKRON



DETERMINISTIK IM MODELL (RMK 15/23)

ORIENTIERUNG NACH DER BÜNDELMETHODE

B I L D 9



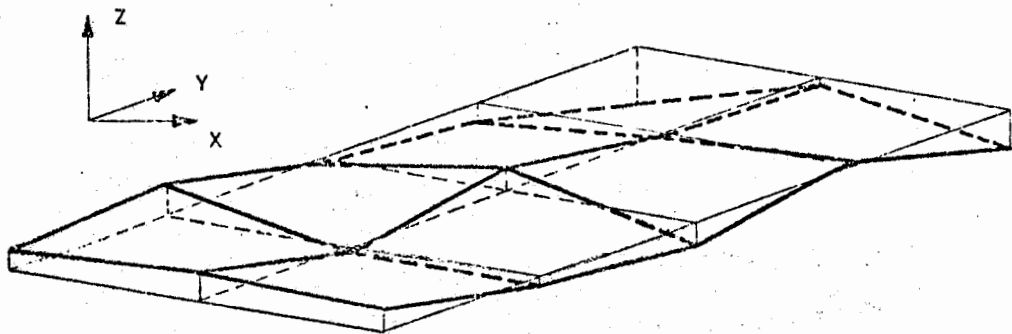
QUADRATISCHE MITTELWERTE

$$T_X = 2.0 \text{ MIKRON}$$

$$T_Y = 2.5 \text{ MIKRON}$$

$$T_Z = 4.3 \text{ MIKRON}$$

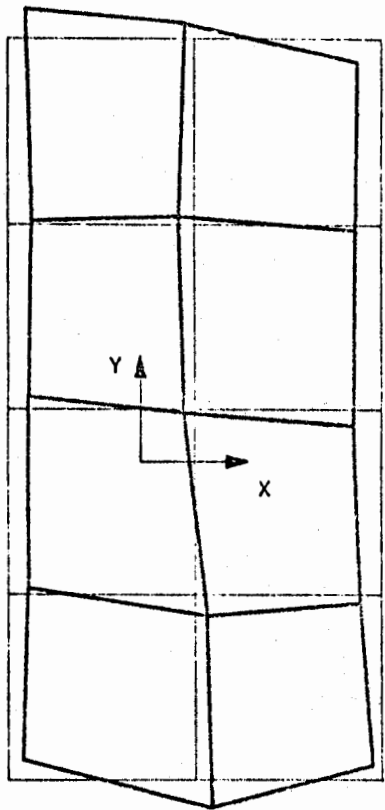
| \approx 10 MIKRON



DETERMINISTIK IM MODFLL (RMK 21/23)

ORIENTIERUNG NACH DER BÜNDELMETHODE

B I L D 10



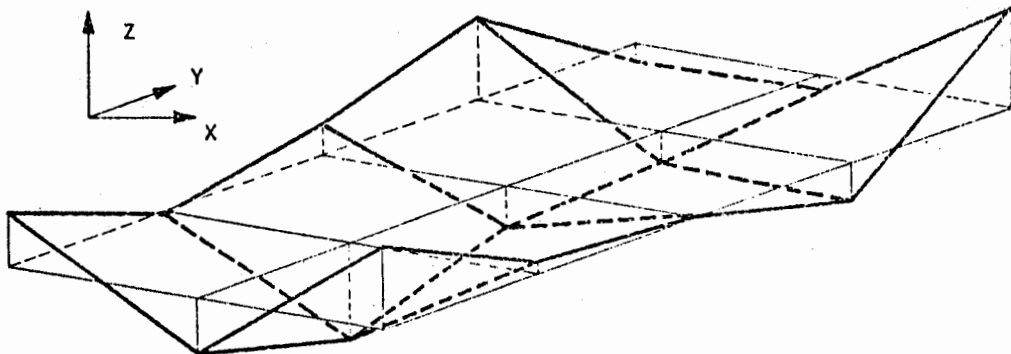
QUADRATISCHE MITTELWERTE

$$T_X = 3.0 \text{ MIKRON}$$

$$T_Y = 2.8 \text{ MIKRON}$$

$$T_Z = 8.9 \text{ MIKRON}$$

| ϵ 10 MIKRON



DETERMINISTIK IM MODELL (RMK 30/23)

ORIENTIERUNG NACH DER BÜNDELMETHODE

B I L D 11

Bild 12

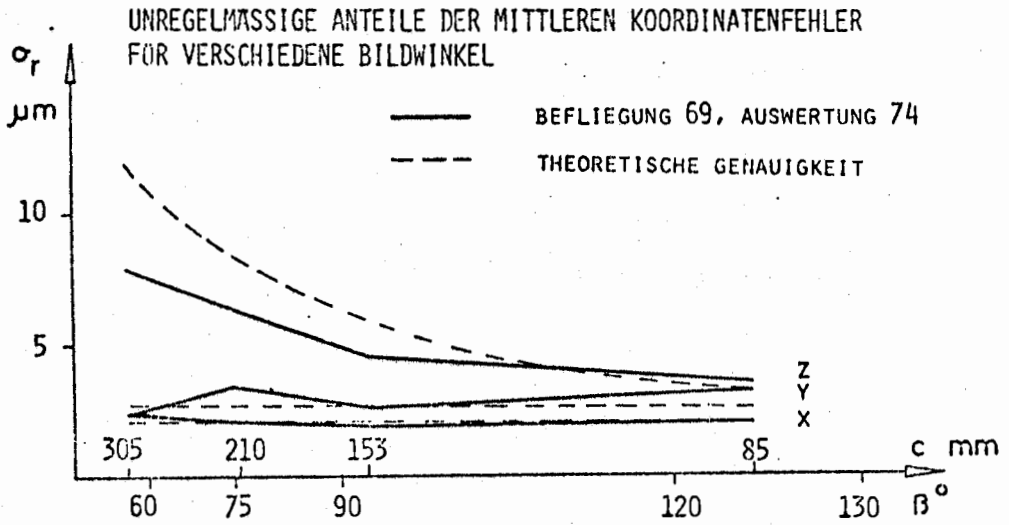


Bild 13

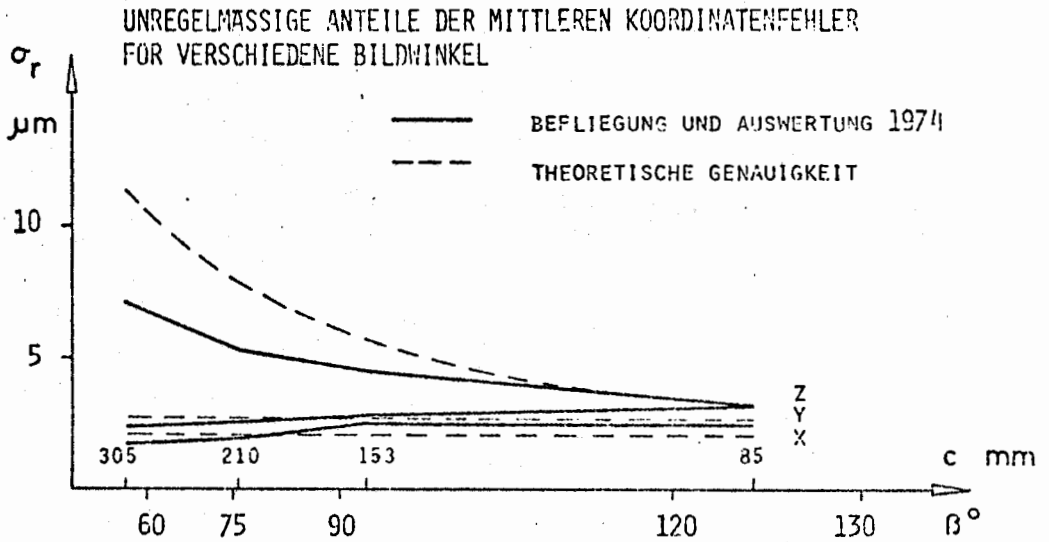


Bild 14

