

MIT BONDELN

von H. Meixner, Stuttgart/Wien

1. Die Bündelmethode

1.1 Einleitung

Der Trend nach möglichst strenger und allgemeiner Behandlung des Problems der Aerotriangulation wurde in den letzten Jahren deutlich. Der tiefere Grund jedoch, warum bisher die Bündelmethode als das strengste Verfahren noch wenig in die Praxis eingeführt und routinemäßig angewendet wurde, liegt einerseits darin, daß allgemeine Rechenprogramme und die zur Lösung der umfangreichen Normalgleichungssysteme notwendigen Großcomputer bis vor ein paar Jahren nur in begrenztem Maße verfügbar waren, zum anderen aber auch darin, daß Stereokomparatoren im Vergleich zu Analogauswertegeräten wesentlich geringere Verbreitung haben.

Besonders im Bereich der Katasterphotogrammetrie, wo ein Großteil der Arbeiten darin besteht, große Punktmengen mit einigen tausend Punkten koordinativ zu erfassen und wo die Kartierung der Topographie im Gegensatz zu den kleinmaßstäbigen Anwendungen nur von sekundärer Bedeutung ist, wo also primär an die Genauigkeit der Punktmessung höchste Anforderungen gestellt werden, da ist die Bündelmethode das geeignete Hilfsmittel, um die geforderte hohe Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung zu gewährleisten.

1.2 Die Bildkoordinatenmessung

Die Messung der Bildkoordinaten erfolgt entweder an einem Komparator oder aber auch an einem Analogauswertegerät. Bei Präzisionsmessungen wie zum Beispiel für Netzverdichtungen und Katasteraufnahmen haben sich jedoch die Mono- und Stereokomparatoren durchgesetzt. Der Unterschied zwischen beiden liegt für den Anwender vor allem auf wirtschaftlichem Gebiet. Beim Monokomparator ist eine aufwendigere Punktmarkierung notwendig, da die Identität eines Punktes in zwei Bildern nicht über den Stereoeffekt kontrolliert werden kann, dafür aber ist der Stereokomparator doch um einiges teurer.

Gemessen werden zunächst die vier Rahmenmarken, am besten durch Doppelmessungen. Da über diese sowohl die Reduktion auf den Bildmittelpunkt als auch die Korrekturen zufolge Filmverzug gerechnet werden, kommt ihnen besondere Bedeutung zu. Sodann werden sämtliche Bildpunkte gemessen. Bei Stereokomparatoren empfiehlt es sich in der Art des Folgebildanschlusses vorzugehen, sonst müssen die Bildhälften rechnerisch über die Rahmenmarken und gemeinsame Punkte aufeinander transformiert werden.

Die Zeitersparnis im Ablauf der Messung beruht also auf dem Wegfallen der Herstellung der inneren Orientierung, der relativen Orientierung sowie der Projektionszentrenbestimmung, jedoch ist die Koordinatenmessung selbst etwas langsamer als bei der Methode der unabhängigen Modelle [1].

2. Das Bündelausgleichsprogramm PAT-B

2.1 Entwicklungskonzept

Das Entwicklungskonzept für das Programm PAT-B ist im wesentlichen das gleiche wie bei dem Modellausgleichsprogramm PAT-M [2]. Dieses Konzept unterscheidet sich von dem anderer Programme.

Große Organisationen, wie zum Beispiel das IGN in Paris, Coast and Geodetic Survey (heute TOPOCOM) in USA, NRC-Canada, Vermessungsämter, Ordnance Survey in Großbritannien und DBA-Systeme in Florida waren bestrebt, ein eigenes Programm zu besitzen. Mit den ihnen zu Gebote stehenden Mitteln entwickelten sie ihr eigenes System so, daß ihre speziellen und immer wiederkehrenden Probleme gelöst werden konnten.

Das Konzept des Programms PAT-B (siehe auch [4]) dagegen sollte die Programmierung einer gewissen Endstufe der Aerotriangulation als ein geschlossenes optimiertes System umfassen.

Konkret bedeutet das:

- Automatische Numerierung, im Zusammenhang damit ein optimales Ausnutzen der Bandbreite und minimierte Rechenzeiten sind Voraussetzung für relativ unbegrenzte Systeme mit vielleicht 4000 Bildern und mehr;
- es muß möglich sein, beliebige Oberdeckungsverhältnisse und Kammertypen sowie alle Arten von Hilfsdaten zu integrieren;

- die Kompatibilität des Programms mit anderen Computertypen muß eine leichte Übertragbarkeit an andere Rechner ebenso einschließen wie eine einfachste Bedienung des Programms selbst;
- nicht nur minimale Rechenkosten sind wirtschaftlich von Interesse, sondern auch die Verkürzung von Bearbeitungszeit;
- der mathematische Ansatz, die Art der integrierten Vorprogramme sowie der Output selbst muß dem Bearbeiter jede zweckmäßige Information zur Deutung der Ergebnisse liefern;
- grobe Fehler sollten automatisch aufgedeckt und automatisch eliminiert werden;
- Einflüsse systematischer Fehler sollten aufgezeigt und in der Ausgleichung berücksichtigt werden können.

Aufbauend auf den Erfahrungen mit anderen Bündelprogrammen [5], [6] und auf bereits am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart vorhandenen Erfahrungen und Programmen (HYCHOL, PAT-M, siehe auch [2]) wurde vom Verfasser in den Jahren 1971/72 ein derartiges Bündelprogramm erstellt. Außerdem ist die Verwendung von Hilfsdaten und die Berücksichtigung systematischer Fehlereinflüsse durch zusätzliche Parameter darin vorgesehen und wird zu einem späteren Zeitpunkt verwirklicht.

2.2 Mathematisches Modell

- Funktionales Modell

Das funktionale Modell beschreibt im Falle der Bündelausgleichung den Vorgang wie aus den Bildkoordinaten ausgeglichene Neupunktkoordinaten im Landessystem resultieren.

Um die geometrischen Eigenschaften eines Luftbildes bei der optischen Abbildung beschreiben zu können, legt man dem funktionalen Modell die Gesetze der Zentralperspektive zu Grunde.

Die Bildpunkte in der Bildebene und das durch die innere Orientierung bezüglich des Luftbildes festgelegte Projektionszentrum spannen ein Geraden-Strahlenbündel auf. Die Strahlenbündel werden in der Blockausgleichung sodann so orientiert, daß alle zu einem Geländepunkt gehörenden Strahlen durch einen Punkt gehen.

Abweichungen von dieser idealisierten Vorstellung der Zentralperspektive infolge von Filmschrumpfung, Verzeichnung oder Re-

fraktion erfordern die Wahl einer Reduktion. Es werden soweit bekannt, diese Abweichungen systematischen Charakters auf das Modell korrigiert; man spricht dabei von der Korrektur systematischer Bildfehler.

- Stochastisches Modell

Den geometrischen Modellvorstellungen sind die stochastischen Eigenschaften zugeordnet. Grundsätzlich wird man jeder (beobachteten) Größe Fehlereigenschaften zuordnen; einige Elemente des funktionalen Modells wird man jedoch zweckmäßigerweise als Konstante wählen.

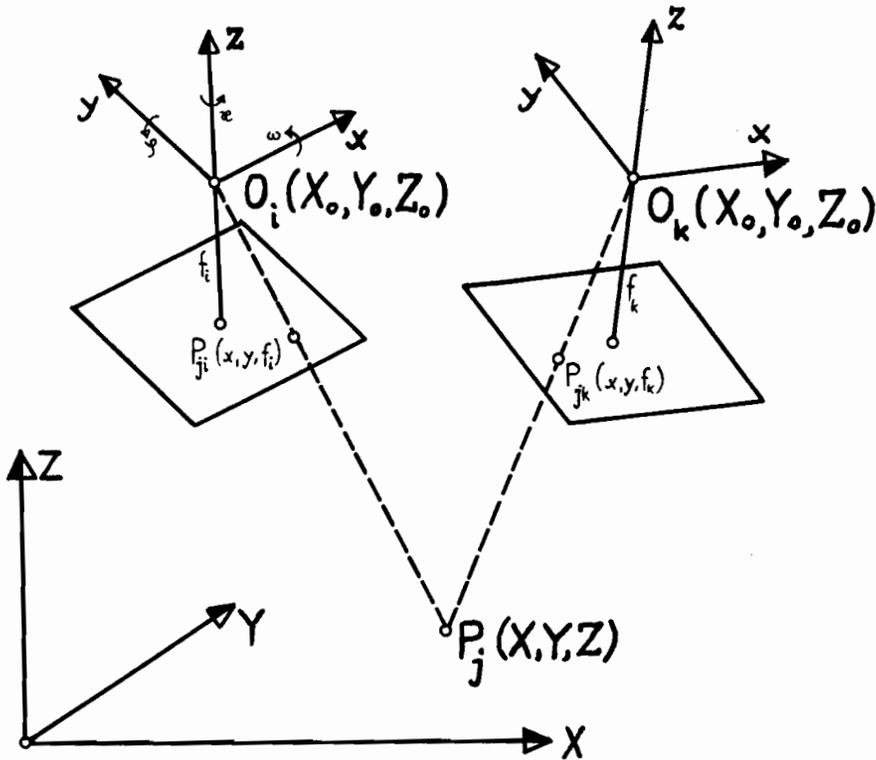
In unserem Fall wurde zunächst wie bisher üblich vorausgesetzt, daß die innere Orientierung hinreichend genau bekannt sei und als gegeben angenommen werden kann.

Die Bildkoordinaten nach Transformation und Reduktion und die terrestrischen Paßpunkte als Resultat terrestrischer Beobachtungen werden als stochastische Größen aufgefaßt (siehe Jordan/Eggert [3], Kapitel III). Die Bildkoordinaten betrachten wir als gleich genau und unkorreliert. Alle trotz Korrektur verbleibenden nicht erfaßbaren Restabweichungen betrachtet man als zufällige Fehler. Die nur bedingt erfaßbaren Korrelationen zwischen den Bildkoordinaten sind manchmal nicht unerheblich, zur Berücksichtigung diese Korrelationen ist das im Folgenden ausgeführte mathematische Modell geeignet. Wir sind aber heute noch davon entfernt, einen auf gezielten praktischen Versuchen aufgebauten Ansatz plausibel und zielführend berücksichtigen zu können (vgl. dagegen [7]).

Die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten im fehlertheoretischen Ersatzmodell, welches sich vorläufig als ausreichend und zweckmäßig erweist, resultieren also einerseits aus den Einstell-, Beobachtungs- und Gerätefehlern und andererseits aus Restfehlern der Verzeichnung, Refraktion, Filmschrumpfung, vernachlässigten Korrelationen und Fehlern der inneren Orientierung. Danach besteht die Aufgabe der Bündelausgleichung darin, auf Grund der projektiven Beziehungen, wonach Objektpunkt, Bildpunkt und Projektionszentrum auf einer Geraden liegen, die einzelnen Bildbündel so zueinander und im Bezug auf die terrestrischen Paßpunkte zu orientieren, daß die Quadratsumme der Restfehler an den Bildkoordinaten ein Minimum wird.

- Fehlergleichungen

Zur Definition des Koordinatensystems und zur Veranschaulichung der geometrischen Beziehungen zwischen den Bildkoordinaten und den Geländekoordinaten dient Figur 1.



Figur 1:

Projektionsbeziehungen zwischen Geländekoordinaten (X_j, Y_j, Z_j) des Geländepunktes P_j und den Bildkoordinaten $(x_i, y_i, -f_i)$ bzw. $(x_k, y_k, -f_k)$ der Bildpunkte P_{ji} und P_{jk} .

$$\begin{aligned} x + v_x &= F_1 (X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \alpha, x_0, y_0, f) \\ y + v_y &= F_2 (X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \alpha, x_0, y_0, f) \end{aligned} \quad (1)$$

In (1) sind alle Werte innerhalb der Klammer Unbekannte. Die nicht linearen Beobachtungsgleichungen (2) ergeben sich unter Berücksichtigung der Gesetze der Zentralprojektion und der Kollinearitätsbedingung:

$$\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \end{vmatrix}_{i,j} = f_i \cdot \begin{vmatrix} \bar{X}/\bar{Z} \\ \bar{Y}/\bar{Z} \end{vmatrix}_{i,j} - \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}_{i,j} \quad (2a)$$

wobei

$$\begin{vmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{vmatrix}_{i,j} = R_i \cdot \begin{vmatrix} X_j - X_{0i} \\ Y_j - Y_{0i} \\ Z_j - Z_{0i} \end{vmatrix} \quad (2b)$$

Es bedeuten:

$ x, y _{ij}^t$	Bildkoordinatenvektor des Bildpunktes j im Bild i bezogen auf den Hauptpunkt
$ v_x, v_y _{ij}^t$	Vektor der Verbesserungen der Bildkoordinaten (im Bild i)
f_i	Kammerkonstante für das Bildbündel i
$ X_j, Y_j, Z_j ^t$	Vektor der Geländekoordinaten des Punktes j
$ X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i} ^t$	Vektor der Geländekoordinaten des Projektionszentrums des Bildbündels i
R_i	orthogonale (Dreh-)Matrix für das Bildbündel i mit den Elementen α (Rodrigues-Matrix) [4]
$ \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z} _{ij}^t$	Ins Landeskoordinatensystem um O_i gedrehter Strahl $\overline{O_i P_j}$

Diese nichtlinearen Beobachtungsgleichungen können durch die bekannte Taylor-Entwicklung als Polynom approximiert werden. Unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung erhält man die sogenannten linearisierten Fehlergleichungen (3)

$$v_{i,j} = K_{i,j} \cdot dk_j + L_{i,j} \cdot dt_i - f_{i,j} \quad (3)$$

$$v_{o,j} = dk_j - f_{o,j} | P_j$$

wobei

$v_{i,j}$ (2x1) Vektor der Verbesserungen

$K_{i,j}$ Koeffizientenmatrix der partiell Abgeleiteten der drei unbekanntes Geländekoordinatenzuschläge (dk_j)

dk_j erste Differenzen nach Taylor für die Geländekoordinaten

$L_{i,j}$ Koeffizientenmatrix der partiellen Ableitungen der sechs unbekanntes Korrekturen der äußeren Orientierung (dt_i)

dt_i erste Differenzen nach Taylor für die Orientierungsunkanntes

$f_{i,j}$ Konstantenvektor der Bildkoordinaten

$f_{o,j}$ Konstantenvektor der Geländekoordinaten

P_j individuell von Paßpunkt zu Paßpunkt verschiedene volle Gewichtsmatrix

Neu hinzugetreten sind hier die zusätzlichen Fehlergleichungen für die jeweils drei Koordinaten der terrestrischen Paßpunkte, die im Sinne der Ausgleichsrechnung Verbesserungen erhalten. Geschieht dies nicht, kann eine höhere oder geringere Bewertung der Beobachtungen von Paßpunkten im Bild nur dann gerechtfertigt sein, wenn die Paßpunkte tatsächlich besser oder schlechter einstellbar und meßbar wären als die übrigen Bildpunkte und dies ist in der Praxis nicht der Fall. Fehlerhafte terrestrische Paßpunkte lassen sich somit in PAT-B leicht an ihren terrestrischen Verbesserungen erkennen.

Die Orientierung aller Bündel relativ zueinander und im Bezug auf die terrestrischen Paßpunkte erfolgt rechnerisch in einer gemeinsamen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dabei sind für jedes Bündel die 6 Parameter der absoluten Orientierung zu bestimmen, also drei Drehungen ω, φ, κ jedes Bildes und die 3 Koordinaten des Aufnahmestandpunktes.

2.3 Näherungswerte

In den linearisierten Fehlergleichungen (Gleichungen 3) werden Näherungswerte für jeden Aufnahme­standpunkt (X_0 , Y_0 , Z_0), für die Geländekoordinaten und ebenfalls für die drei Drehungen (a , b , c) benötigt. Von diesen Näherungswerten hängt es unter anderem ab, wie schnell der Iterationsprozeß konvergiert. Es war daher von großer Bedeutung, einen sicheren Weg zu finden, der auf einfachste Weise und selbst bei vollkommen unregelmäßigen Blöcken und schwach konditionierten Systemen (Schenk [6], 1972) gute Anfangswerte liefert. Die Anzahl der folgenden Iterationen und damit die Rechenzeit sollte gleichzeitig möglichst klein gehalten werden. Die übliche Streifenlösung mit vorläufigen Streifen­ausgleichungen ist jedoch an gewisse Voraussetzungen gebunden, die als die Universalität einschränkend beurteilt werden müssen: Zwischen verschiedenen Streifen und innerhalb eines Streifens dürfen erstens keine Fehler auftreten - wegen der schwierigen Fehlersuche - und müssen zweitens überhaupt genügend Paßpunkte und entsprechende Überdeckungsverhältnisse vorhanden sein, um einen Polynom­ausgleich ansetzen zu können. Diese Einschränkungen ließen die Polynom­ausgleichung sehr bald aus den Überlegungen ausscheiden.

Welche Forderungen stellen sich überhaupt an die Bestimmung der Näherungswerte?

Sie sollen:

- vom selben Datenmaterial stammen,
- automatisch und ohne manuelle Eingriffe berechnet werden können,
- bei der Berechnung der Näherungswerte sollen möglichst schon Hinweise auf grobe Fehler gegeben werden,
- der Aufwand soll in tragbarem Verhältnis (siehe Tabelle 1) zur Hauptausgleichung stehen,
- und er soll nicht verloren sein (z.B.: Verknüpfungen).

Im Programm PAT-B werden die Näherungswerte folgendermaßen automatisch erzeugt: Mit den einzelnen Bildern des Blocks wird über die bekannten Ansätze der ebenen Ähnlichkeitstransformation eine Lageblockausgleichung durchgeführt (siehe Programm PAT-M4 Ackermann, Ebner, Klein [2], 1970). Es wird demnach mit allen Bildern rechnerisch ein Bildmosaik gebildet, wobei wie im "Anblock" diese

als unabhängige, ebene Einheiten ("Modelle") aufgefaßt werden. Die 4 Transformationselemente jedes Bildes sind die 2 Verschiebungen ΔX , ΔY und die 2 Drehparameter a und b , die den Maßstab und die Drehung implizit enthalten.

Die Verschiebungen ΔX , ΔY des Bildkoordinatensystems, wie sie aus der Anblockausgleichung anfallen, werden direkt als die X-, Y-Koordinaten der Projektionszentren eingeführt. Aus den a_i , b_i ergeben sich der Maßstabsfaktor m_i ($m_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$) und die Drehung α_i jedes Bildes i . m_i wird mit der entsprechenden Kammerkonstante multipliziert und liefert eine mittlere Flughöhe über Grund. a_i und b_i stellen, wie sich bei praktischen Berechnungen bestätigte, sehr gute Approximationen des endgültigen Kappa-Wertes der Bilder ($a/b = \tan \alpha$).

Das quadratische Mittel aus allen Geländehöhen der Paßpunkte wird als gemeinsame vorläufige Z-Koordinate der Geländepunkte genommen. Diese vorläufigen Höhen könnten durch eine Rückrechnung über die Bildpunkte und vorläufigen Näherungswerte (X_0 , Y_0 , Z_0 und Kappa, $\Phi = \Omega = 0^g$) noch verbessert werden, da bei starken Höhenunterschieden im Block die Näherungswerte für die Höhen der Bodenpunkte noch nicht so gut sind (x-Parallaxen), daß die gesamte Ausgleichung schon nach nur einer Iteration beendet werden kann. Vorläufig ist dies aber als hinreichend belassen worden.

Die Eigenschaften dieses Programmabschnittes bestehen vor allem darin, daß überhaupt keine Näherungswerte eingelesen werden müssen (vgl. dagegen z.B. [5], [6]). Oberdies ist diese Methode der Näherungswertbeschaffung nicht beschränkt hinsichtlich der Größedes Blocks, der Oberdeckungsverhältnisse im Block und der Paßpunktverteilung und es besteht keine Notwendigkeit einer vorangehenden Streifenausgleichung. Die Obereinstimmung der Näherungskordinaten mit den endgültigen ausgeglichenen Koordinaten hängt nur von der Größe der Höhendifferenzen innerhalb des Blocks und den Neigungen der Bilder ab.

Der Programmteil PAT-BG ermöglicht es überdies, schon in diesem Stadium grobe Fehler, falsch identifizierte oder nummerierte Punkte vor Eingang in die Bündelausgleichung zu lokalisieren und zu eliminieren.

2.4 Sortierung

Jene Programmteile, welche die Sortierung und Organisation der Daten sowie die Lösung der Normalgleichungen beinhalten, sind besonders optimiert worden. Die Sortierung der Daten wird im gesamten Iterationsprozeß zwar nur einmal benötigt, ist aber sehr aufwendig (siehe Klein [8], 1971). Die Lösung der Normalgleichungen erfolgt einmal beim Anblock für die Näherungswerte sowie für jede Ausgleichung. Beide Teile nehmen zusammen über 80 % der gesamten Rechenzeit in Anspruch und rechtfertigen auch dadurch ihren hohen Programmieraufwand zur Optimierung (siehe auch Tabelle 1).

Nach dem Einlesen der Daten, der formalen Richtigkeitsüberprüfung und etwaiger Fehlermeldungen werden sämtliche Daten extern in Recordform abgespeichert, wobei die Bildpunkte bildweise nach aufsteigenden Punktnummern geordnet werden.

Aufgrund einer ersten einzulesenden Bildgruppe werden sodann mittels logarithmischen Suchprozesses alle weiteren mit dieser verknüpfenden Bilder gefunden und neusortiert abgespeichert. Das heißt, zu jeder neuen Bildgruppe werden die nachverknüpfenden Bilder aufgesucht. Dabei werden nicht nur die Punkte-records neusortiert abgespeichert, sondern auch die Bilder zusammen mit ihrer jeweiligen Kammerkonstanten und den mit ihnen vorverknüpfenden Bildnummern. Diese Informationen sind bekanntlich wegen der Symmetrie der Normalgleichungsmatrix ausreichend für das Aufstellen der teilreduzierten Normalgleichungen.

Mag man auf den ersten Blick gegen den hier großen programmtechnischen Aufwand wiederum einwenden, daß in der Praxis vorwiegend stark regelmäßige Blöcke auftreten und dieser Programmteil daher gekürzt und vereinfacht, also Rechenzeit gespart werden könnte, so sollte man dabei nicht außer Acht lassen, daß eine solche Beschränkung die universelle Gesamtkonzeption in Frage stellen würde. Zudem fällt der zusätzliche Rechenaufwand bei der Sortierung gegenüber der Rechenzeit für die Normalgleichungslösungen und der Gesamtrechenzeit mit weniger als 1/10 praktisch nicht ins Gewicht. Darüberhinaus gewinnt man an Komfort in der Programmbedienung und -eingabe und bleibt auch bei unregelmäßiger Blöcken leistungsfähig.

Voraussetzung ist, daß idente Punkte in verschiedenen Bildern ein und dieselbe Punktnummer aufweisen, und daß die Bildnummern der ersten Bildgruppe, die natürlich auch aus nur einem Bild bestehen kann, eingelesen wird. Die Gleichungslösung erfolgt wie schon in PAT-M mit der Subroutine HYCHOL, also direkte Lösung nach Cholesky, angewendet auf Submatrizen.

2.5 Ein- und Ausgabe

Die Dateneingabe unterliegt nur wenigen formalen Bedingungen.

- a) Die auf den Hauptpunkt reduzierten und eventuell wegen Verzerrung, Erdkrümmung, Refraktion und Filmschrumpfung zuvor korrigierten Bildkoordinaten werden bildweise in beliebiger Reihenfolge eingelesen. Die Dimension der Bildkoordinaten ist Mikron.
- b) Die Paßpunktkoordinaten sind in Metern zusammen mit den entsprechenden Gewichtskoeffizientenmatrizen getrennt nach Lage- (sie bilden das erste Nullmodell) und Höhenkoordinaten (als zweites Nullmodell) einzulesen.
- c) Kammerkonstante. Es kann für jedes Bild eine eigene Kammerkonstante (z.B. reduzierte Brennweite) eingelesen werden.
- d) Kriterien für Abbruch des Iterationsprozesses.
- e) Bildnummern der ersten Bildgruppe. Auf Grund dieser Bildnummern werden sukzessive die Verknüpfungen gesucht und somit die Bilder des gesamten Blocks umsortiert.

Nach der Berechnung der verbesserten Geländekoordinaten aus den neuen Transformationsparametern wird bei Erreichen eines der Abbruchkriterien die Fehlerrechnung durchgeführt.

Dabei werden getrennt ausgewiesen:

Die Geländekoordinaten in Metern und für jeden Bildpunkt die Bildkoordinatenverbesserungen in Mikron, die Punktart und die Vielfachheit; die quadratischen Mittelwerte aller Bildkoordinatenverbesserungen sowie der Paßpunkte und der Kontrollpunkte; weiters die quadratischen Mittelwerte aller Bildkoordinaten welche Paßpunkte sind und Sigmanull für den Bündelblock. Zusätzlich sind zu jedem Bild die 6 Orientierungselemente und die zugehörige Kammerkonstante aufgelistet.

Anschließend werden alle ausgeglichenen Koordinaten im Landeskoordinatensystem am Schnelldrucker "kartiert" (Figur 2). Die Faktoren der dreifachen mittleren Koordinatenfehler erscheinen an entsprechender Stelle in der Kartierung. Für die Fehlersuche, insbesondere beim Vorliegen verschieden großer Fehler in verschiedenen Teilen des Blockes erwies sich dies von großer praktischer Bedeutung. Es wird dadurch möglich, mehrere Fehler zugleich zu lokalisieren und zu eliminieren.

Ein Beispiel ist in Figur 2 dargestellt. Die Verbesserungen werden nach X und Y getrennt, da auch die quadratischen Mittelwerte unterschiedlicher Größenordnung sind. In der "Blockübersicht für Fehlerverteilung in Y" erkennt man zum Beispiel drei relative Maxima. Aufgrund ihrer ungefähren Koordinierungen lassen sich die Bilder auffinden, in welchen dann die Detailanalyse die fehlerhaften Punkte aufdecken kann.

2.6 Programmsegmentierung

Aus Speicherplatzgründen wurde das Bündelprogramm PAT-B segmentiert in sechs Teile. Sie werden hintereinander gestartet und beim Auftreten formaler Fehler wird nach dem entsprechenden Programmteil unterbrochen. Nach Fehlerberichtigung kann an derselben Stelle fortgesetzt werden.

PATBA: Einlesen der Bildnummern der ersten Bildgruppe sowie aller Bild- und Paßpunktkoordinaten und Ablegen auf die Platte.

PATBB: Sortierung aller Bilder und Punkte entsprechend der ersten Bildgruppe. Die Rechenzeit wächst hier linear zu der Anzahl der Bilder.

PATBC: Mit den Lagepaßpunkten werden für die Anblockausgleichung die Normalgleichungen aufgestellt und gelöst. Die transformierten Bildkoordinaten (z.B im Landeskoordinatensystem) werden extern gespeichert.

PATBD: Berechnung der ausgeglichenen ebenen Bildkoordinaten und der Verbesserungen an den Lagepaßpunkten. Diese Verbesserungen sind zum Aufdecken fehlerhafter Paßpunkte wertvoll.

PATBE: Die Anblocktransformationsparameter für jedes Bild werden dazu verwendet, Näherungswerte für die eigentliche Bündelausgleichung zu berechnen. Erweiterung der Bild- und Punktrecords und Abspeichern der Näherungswerte in den Bild- und Punktrecords.

PATB6: BONDELAUSGLEICHUNG

Der Programmablauf, wie er in Figur 3 dargestellt ist, besteht aus einem Iterationsprozeß, während dem jedesmal die teilreduzierten Normalgleichungen bild- und punkte-weise aufgestellt und mit HYCHOL [2] gelöst werden.

Der Iterationsprozeß der Bündelausgleichung beginnt mit den Näherungswerten aus Teil 5 (PATBE) und wird solange fortgesetzt, bis mindestens eines der folgenden Kriterien erreicht ist:

a) $ITER = MAXIMO$

Die Anzahl der Iterationen (ITER) hat die eingelesene Maximalanzahl (MAXIMO) erreicht.

b) $MAX \leq FS$

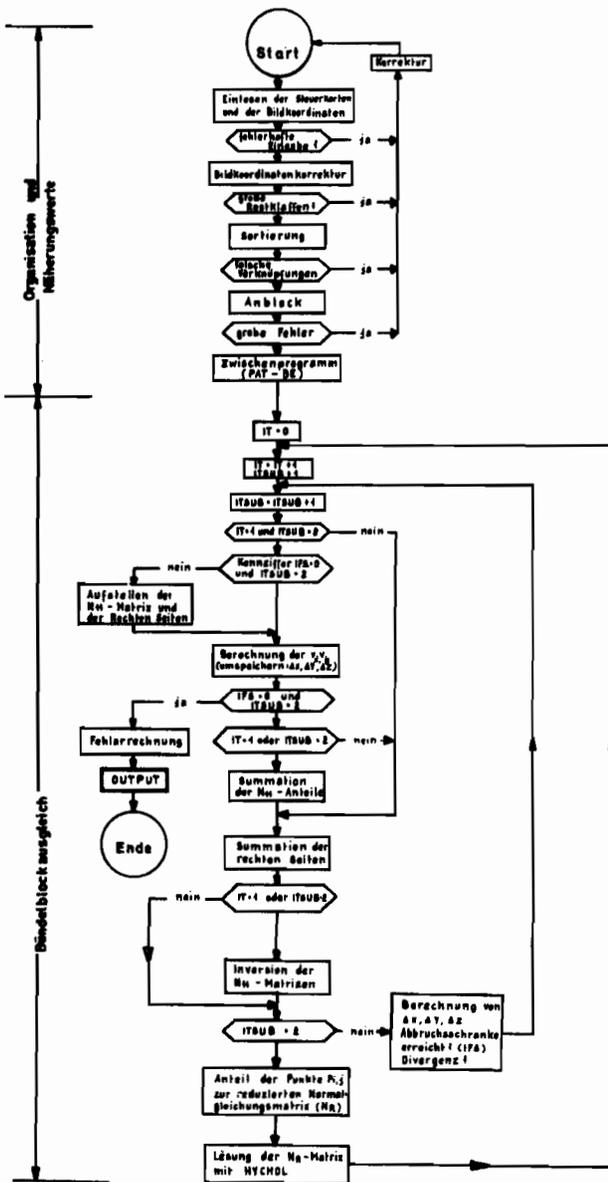
Die maximale Änderung der Koordinaten (MAX) zwischen zwei Iterationen ist kleiner - gleich dem eingelesenen Wert (FS).

c) $QMV(i) > QMV(i-1)$

Ist der quadratische Mittelwert der Verbesserungen nach der i-ten Iteration (QMV(i)) größer als der entsprechende Wert der Iteration zuvor (QMV(i-1)), so haben wir den Fall der Divergenz vorliegen. Das Programm bricht die Berechnungen ab.

2.7 Spezielle Programmeigenschaften:

Der Speicherbedarf des Programms PAT-B ist etwa 40 K Worte à 60 bit, weswegen mindestens ein Mittelcomputer erforderlich ist. Wegen der Lageblockausgleichung zur Bestimmung von Näherungswerten ist es nun nicht mehr notwendig, Anfangsnäherungen für die Transformationsparameter manuell einzugeben. Es besteht keine Begrenzung bezüglich Anzahl und Verteilung der Paßpunkte, so lange nur das System definiert ist (vergleiche dagegen auch [6]).



Figur 3:

Ablaufdiagramm von PAT-B

IT Anzahl der Iterationen

ITSUB Anzahl der Subiterationen innerhalb einer Iteration

IFS Bool'sche Variable

Abgesehen von den Rechenzeiten bei Blöcken mit einigen 1000 Bildern gibt es prinzipiell weder Einschränkungen bezüglich Form noch Größe des Blockes solange Großcomputer zur Verfügung stehen.

Die Möglichkeit, verschiedene Gewichtskoeffizientenmatrizen für die Geländekoordinaten zu wählen, erlaubt es, z.B. aus APR-Messungen abgeleitete, trigonometrische, und/oder nivelliert Höhenpaßpunkte als auch Aerodist, astronomische und trigonometrische Lagepaßpunkte mit den entsprechenden Gewichten gemeinsam in einem Guß streng auszugleichen. Darüberhinaus können Paßpunktgewichte Null gesetzt werden. Alle Paßpunkte mit diesem Gewicht Null nehmen zwar nicht effektiv an der Ausgleichung teil sie werden aber als Kontroll- bzw. (Check-) Punkte behandelt und erhalten Verbesserungen. Für Genauigkeitsuntersuchungen sind diese interessant, da das aus den Verbesserungen gebildete quadratische Mittel bei geeigneter Kontrollpunktverteilung ein signifikantes Maß ist für die erzielte Absolutgenauigkeit.

Es ist weiters möglich, jedem Bild eine eigene Kammerkonstante zuzuteilen. Dies sowie die Unabhängigkeit von speziellen Bildformaten soll dem Programm eine universelle Anwendbarkeit für die verschiedensten Projekte geben.

2.8 Für ein operationelles Rechenprogramm wie das Programm PAT-B ist es wirtschaftlich von entscheidender Bedeutung wie gut die Konvergenzeigenschaften und wie hoch die Rechenzeiten sind. An ein paar zum Teil extrem verschiedenen Beispielen soll gezeigt werden, was mit diesem Bündelprogramm bisher bereits erreichbar ist.

Konvergenz:

Vorweg kann man sagen, daß in allen praktischen Bündelblockausgleichungen mit PAT-B die Konvergenz äußerst zufriedenstellend war. Für nicht außergewöhnliche Höhendifferenzen und $\varphi, \omega \leq \pm 6^\circ$ waren in den meisten Fällen 1-2 Iterationen ausreichend. Praktische Testblockberechnungen ergaben, daß auch dann ohne Schwierigkeiten Konvergenz erreicht wird, wenn die Bilder Neigungen bis 50° aufweisen.

Figur 4 zeigt die Abnahme der quadratischen Mittelwerte der Verbesserungen vor jeder Iteration.

Die römischen Indizes bedeuten:

I = Streifen mit 8 Bildern (Anfangswert für Kappa = 0^g),
(Oberweitwinkel = SWW)

II = Künstlicher 10-Bilderblock (Weitwinkel) mit Höhen-
differenzen bis zu 75 % der Flughöhe,
 $\varphi, \omega = \pm 20^g, \alpha = \pm 40^g$.

III = 208 Bilderblock (Weitwinkel) Bildmaßstab 1:28 000,
2700 km², 8 Streifen, OEEPE-Testblock, Oberschwaben.

IV = Streifen mit 26 Bildern (WW)

V = Divergenzfall

VI = Streifen mit "Halb"-Bildern (20 Photos)(SWW)
(Jedes Bild besteht aus zwei unabhängig ausgemessenen
Halbbildern).

Der quadratische Mittelwert der Verbesserungen (QMV) vor der
Ausgleichung war:

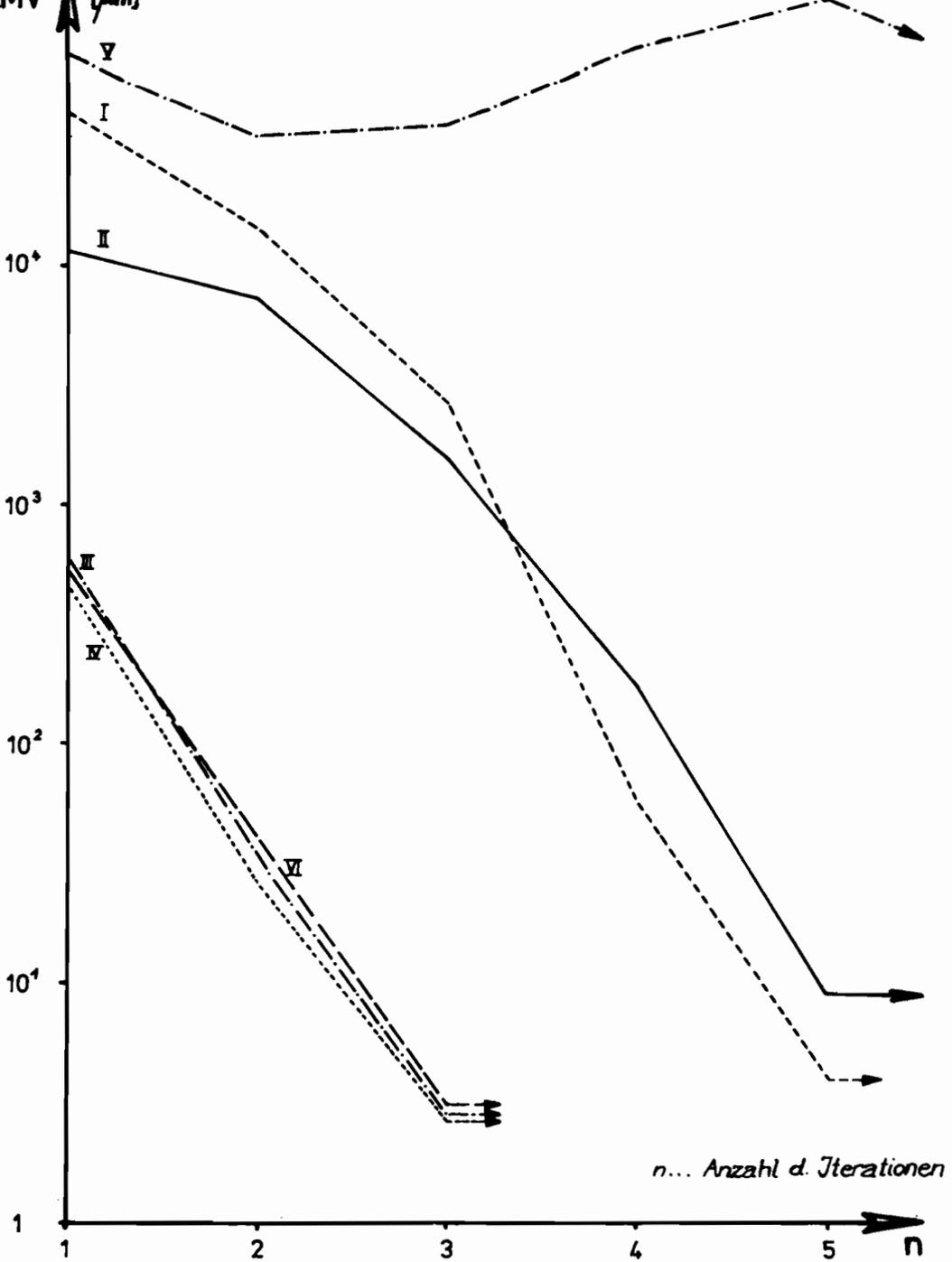
Fall II $\approx 10\ 000\ \mu\text{m}$ ($\approx 40\ 000\ \mu\text{m}$, bei Ausgangswert $\alpha = 0^g$)

Fall III $\approx 600\ \mu\text{m}$

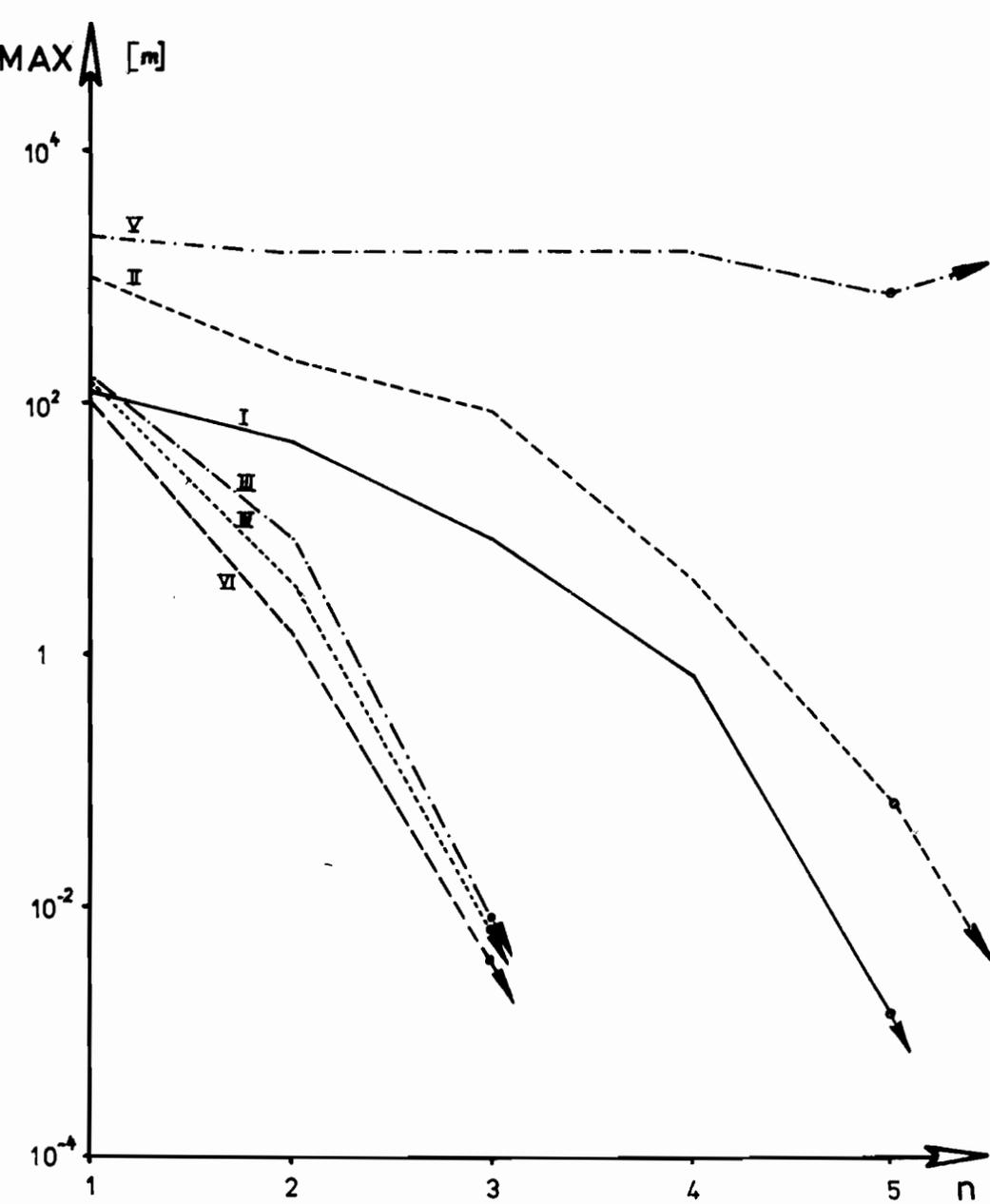
Es war im Fall a) nach 5 Iterationen (6 Iterationen bei
 $\alpha = 0^g$), im Fall b) nach 2 Iterationen die maximale Koordi-
natenänderung kleiner als 0.01 p.m. der Flughöhe.

Es wurde bestätigt, daß verschiedene Gewichtsannahmen und ver-
schiedene Anzahl von Paßpunkten die Anzahl der Iterationen und
somit die Konvergenz nicht beeinflussten.

Man stützt sich im allgemeinen bei der Wahl des Iterationsab-
bruches erfolgreich auf das Verhalten der Änderungen der Transfor-
mationselemente oder des quadratischen Mittelwertes der Bildko-
ordinatenverbesserungen. In der bisherigen Rechenpraxis jedoch
scheint sich ein Konvergenz-Indikator herauszukristallisieren,
der nahezu unabhängig von den Näherungswerten ist und der es
ermöglicht, eine Iteration einzusparen. Danach gilt: änderten
sich die maximalen Koordinatendifferenzen zwischen 2 Iterationen
um mehr als den Faktor 15 und war $\text{QMV}(i) \leq 2$ p.m. der Flughöhe,
so bringt die nächste Iteration nur die Bestätigung dafür, daß
die stabile Lösung erreicht ist und der Iterationsprozeß abge-
brochen werden kann. Die Figuren 4, 5 und 6 illustrieren die Be-
ziehungen zwischen QMV und der Anzahl der Iterationen. In allen
drei Figuren ist die Ordinatenachse logarithmisch.

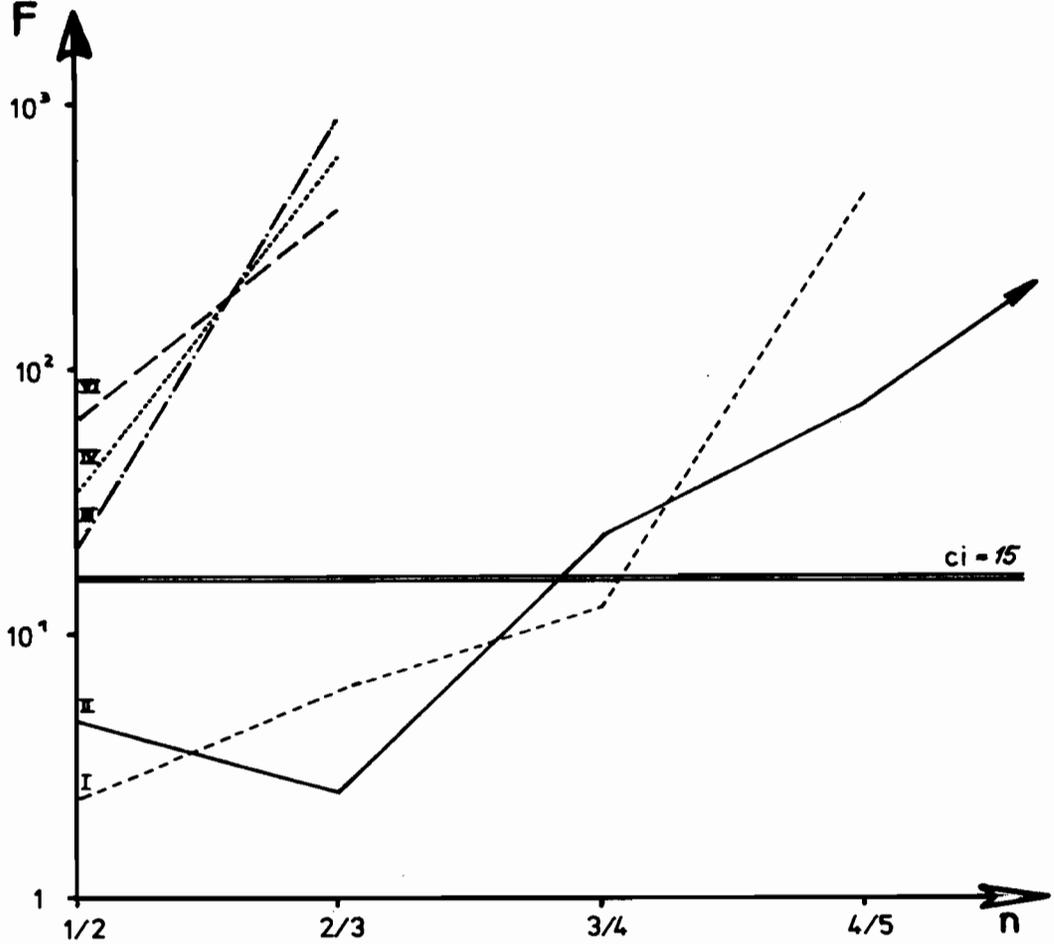


Figur 4:
 Quadratischer Mittelwert der Bildkoordinatenverbesserungen
 (QMV) im Verlauf der Iterationen



Figur 5:

ΔX_{\max} , ΔY_{\max} , ΔZ_{\max} im Verlauf der Iterationen



Figur 6:
 Verhältnis der maximalen Koordinatendifferenzen
 zwischen zwei Iterationen

Darin erkennt man, daß für I und II bei $n = 5$, für III, IV und VI bei $n = 3$ der quadratische Mittelwert der Verbesserungen der Bildkoordinaten (vor der Ausgleichung) einen Wert erreicht hat, der von diesem Punkt an konstant bleibt (stabile Lösung). Zum Beispiel ist QMV für VI vor der 3. Iteration ca. 5 Mikron.

In Figur 5 sind die maximalen Koordinatenänderungen in Abhängigkeit von der Iterationszahl dargestellt. Man sieht, daß bei III, IV und VI sich die Koordinaten der Geländepunkte im Maximum um weniger als 1 cm ab der 3. Iteration änderten. Da die Fälle I und II von schlechteren Näherungswerten ausgingen, benötigen sie ca. 5 Iterationen, um unter die Zentimetermarke (10^{-2}) zu fallen.

In Figur 6 ist der Anstieg der Koordinatenänderung gegenüber zwei aufeinanderfolgenden Iterationen aufgetragen. Fall I und II überschreiten den Wert $F = 15$ ("Konvergenzindikator") wegen der schlechteren Ausgangswerte später als III, IV und VI. Der Fall mit Divergenz liegt hier immer weit unter c_i .

Der Anstieg der Kurve der Abnahme der maximalen Koordinatendifferenzen zwischen 2 Iterationen stellt einen wie es scheint brauchbaren "Konvergenzindikator" dar.

2.9 Rechenzeiten

Tabelle 1 zeigt die Rechenzeiten an der CDC 6600 für die gesamte Ausgleichung eines Streifens mit 26 Bildern und eines Blockes mit 208 Bildern. Es wird dabei nach Central Processor (CP) und Input-Output (IO)-Zeit unterschieden. Unterschieden wird ferner nach den Rechenzeiten für die drei Hauptteile des Programms: Sortierteil, Näherungswertberechnung und Bündelausgleichung.

	Streifen			Block		
	CP	IO	SS	CP	IO	SS
a) Sortieraufwand	2	10	5	50	190	105
b) Näherungswerte (Anblock)	17	30	26	128	68	153
c) Bündelausgleichung (2 Iterationen)	45	61	70	716	104	800
Summe	64	101	101	894	362	1058
SS / pro Bild [sek.]			39			5'1
R (Quotient) = $b : (a+c)$			1:3			1:7

Tabelle 1:

Empirische Rechenzeiten (in Sekunden an der CDC 6600) für eine Streifenausgleichung mit 26 Bildern und für eine Blockausgleichung mit 208 Bildern; 2 Iterationen für die Bündelausgleichung sind ausreichend.

R ist der Quotient von zusätzlich benötigter Rechenzeit für die Näherungswerte und der Bündelausgleichung.

2.10 Erweiterter Ansatz

Sind die Rechenzeiten und die Konvergenz auch ausreichend gut, so lagen die Genauigkeitsergebnisse von Bündelblockausgleichungen des Testfeldes Oberschwaben mitunter sogar ein wenig schlechter als die Ergebnisse, die mit der Modellausgleichung erzielt worden sind [4]. Der Grund dafür dürfte im Einfluß systematischer Fehler im Block liegen. Auch theoretische Untersuchungen von Kubik haben deutlich gemacht, wie wichtig es wäre, diese systematischen Fehler simultan gerade bei Bündelblöcken zu berücksichtigen [9].

Um zu erreichen, daß einerseits die systematischen Bildfehler kompensiert werden und andererseits dabei nicht gleichzeitig die Kondition der Normalgleichungsmatrix geschwächt wird, soll ein erweiterter Ansatz abweichend von Müller [5] in der vorliegenden Form erörtert werden.

Die linearisierten Fehlergleichungen (3) werden dazu nicht nur um die zusätzlichen Parameter, sondern um weitere Fehlergleichungen erweitert. In der Bezeichnung von Formel (3) ergibt sich das gesamte System der linearisierten Fehlergleichungen (4):

$$\begin{aligned}
 v_{i,j} &= K_{i,j} \cdot dk_j + L_{i,j} \cdot dt_{z,i} + M_{i,j} \cdot dz_i - f_{i,j} \\
 v_{o,j} &= \quad \quad \quad dk_j \quad \quad \quad - f_{o,j} \\
 v_{z,i} &= \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad dz_i - f_{z,i} (\cdot G_z)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

- $M_{i,j}$... Koeffizientenmatrix der unbekannt Parameter
- dz_i ... unbekannt Parameter
- $f_{z,i}$... "Erwartungswerte" für die unbekannt Parameter (z.B. auch Null)

Je nach Kenntnis der Größe der $f_{z,i}$ und somit der zusätzlichen Parameter wird die Gewichtswahl dafür getroffen (G_z). So würde ein geringes Gewicht für ein bestimmtes dz_i bewirken, daß die Endresultate nicht durch dieses unsichere dz_i verfälscht werden.

Die Parameter werden im gesamten Bildmaterial gleich gewählt, so daß alle Bilder über diese zusätzlichen Unbekannten "verknüpfen".

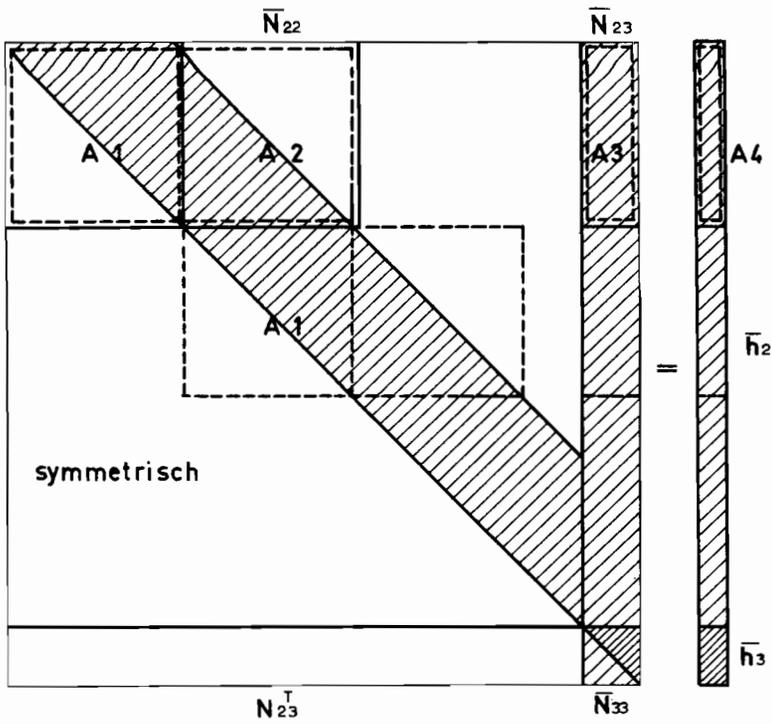
Die ursprünglichen Normalgleichungen lauten:

$$\begin{aligned}
 N_{11} \cdot x + N_{12} \cdot y + N_{13} \cdot z &= h_1 \\
 N_{12}^T \cdot x + N_{22} \cdot y + N_{23} \cdot z &= h_2 \\
 N_{13}^T \cdot x + N_{23}^T \cdot y + N_{33} \cdot z &= h_3
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Reduzieren wir die Gleichungen (5) auf die unbekannt Parameter und die Orientierungsunbekannt, so sehen die reduzierten Normalgleichungen nach Elimination der unbekannt Geländekoordinaten wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
 (N_{22} - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{12}) \cdot y + (N_{23} - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{13}) \cdot z &= \\
 = h_2 - N_{12}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot h_1 & \\
 (N_{23} - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{12}) \cdot y + (N_{33} - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot N_{13}) \cdot z &= \\
 = h_3 - N_{13}^T \cdot N_{11}^{-1} \cdot h_1 &
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Die "banded-bordered"-Matrix hat dann folgende Struktur (vgl. Figur 7):



Figur 7:

Schema der auf die unbekanntes Orientierungs- und zusätzlichen Parameter reduzierten Normalgleichungen.

- ... Submatrizen
- ... Submatrizen, die gleichzeitig im Kern des Computers bearbeitet werden
- A_1 ... Diagonaldreiecksmatrizen
- A_2 ... "volle" Matrix
- A_3 ... Matrix mit Anteilen der zusätzlichen Parameter
- A_4 ... Rechte Seiten

$$\begin{aligned} \bar{N}_{22} \cdot y + \bar{N}_{23} \cdot z &= \bar{h}_2 \\ \bar{N}_{23}^T \cdot y + \bar{N}_{33} \cdot z &= \bar{h}_3 \end{aligned} \quad (7)$$

Die Lösung kann wie auch bisher submatrizenweise im Kern erfolgen.

Abschätzung des Mehraufwandes an Rechenzeit für die Auflösung der Normalgleichungen (vgl. [10]). Unter der Annahme, daß 5 bzw. 10 zusätzliche Parameter sich als sinnvoll erweisen, ergeben sich bei optimaler Auslastung des 56K-Kerns der CDC 6600 die Werte nach Tabelle 2.

Anzahl der Parameter	zusätzliche Rechenzeit	wegen IO	wegen CP
5	+ 18 %	+ 13 %	+ 5 %
10	+ 22 %	+ 13 %	+ 9 %

Tabelle 2:

Abschätzung des zusätzlichen Rechenaufwandes.

Beispiel:

10 Streifen à 20 Bilder ... 200 Bilder
 20 % Querüberdeckung
 60 % Längsüberdeckung

2.11 Zusammenfassung

Man darf somit behaupten, daß die Entwicklung des Bündelausgleichungsprogramms zur Zeit einen Stand erreicht hat, wo mit durchaus noch wirtschaftlich erscheinenden Rechenzeiten auch Großblöcke ausgeglichen werden können. Die bisher vorliegenden praktischen Genauigkeitsergebnisse der Blockausgleichung Oberschwaben [4] zeigen die Notwendigkeit einer Erweiterung des mathematischen Ansatzes. Die Programm-Organisation ist für diese Erweiterung bereits in PAT-B konzipiert und bedarf geringer Programm-Änderungen. Die guten Genauigkeitsergebnisse der Bündelblockausgleichungen (vgl. [4]), die rasche Konvergenz und die günstigen Rechenzeiten mit dem Programm PAT-B lassen erwarten, daß diese Methode in vermehrtem Maße in der Praxis angewendet werden wird.

- [1] Kraus, K.: Die Katasterphotogrammetrie im praktischen Einsatz, AVN Heft 4/1973.
- [2] Ackermann, F., Ebner, H., Klein, H.: Ein Programmpaket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen, BuL 38, 218 - 224, 1970.
- [3] Jordan, Eggert, Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde, Band IIIa/3, Photogrammetrie, 1972.
- [4] Meixner, H.: Programmentwicklung und Genauigkeitsuntersuchungen zur Bündelmethode der Aerotriangulation, Dissertation erscheint demnächst.
- [5] Müller, J.: Blocktriangulation mit Verbesserung der Inneren Orientierung. BuL 39/3, 107 - 122, 1971.
- [6] Schenk, T.: Numerische Untersuchungen zur photogrammetrischen Blocktriangulation nach der Bündelmethode. Dissertation Zürich, 1972.
- [7] Stark, E.: Die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell. Dissertation Stuttgart, 1973.
- [8] Klein, H.: Das Rechenprogramm HYCHOL für die Lösung symmetrischer positiv definiter linearer Gleichungssysteme. Conference International sur les Methodes de l'Informatique en Géodésie, Sofia 1971.
- [9] Kubik, K.: The Effect of Systematic Image Errors in Block Triangulation. ITC-Publications and Invited Paper to Commission III, ISP-Ottawa 1972.
- [10] Ebner, H.: Methoden der räumlichen Blocktriangulation und ihr numerischer Aufwand. ÜZfV 59/5, 1971