

Von H. Klein, Stuttgart

1. Einleitung

Hilfsdaten finden für zwei verschiedene Aufgaben Verwendung - erstens unabhängig von der Ausgleichung zur Gewinnung von Näherungswerten, d.h. zur Abkürzung des Rechenprozesses, zweitens als zusätzliche Information in der Ausgleichung. Die Entwicklung immer leistungsfähigerer Computer führte zur Entwicklung immer allgemeinerer Rechenprogramme. Die Anzahl möglicher Operationen ist für die meisten praktischen Anwendungen keine unüberwindliche Schranke mehr. Die Verwendung der Hilfsdaten für die Blockausgleichung verlagert sich damit immer mehr auf den zweiten Fall. Zusätzliche Information in der Blockausgleichung führt zu erhöhter Genauigkeit und dies bedeutet entweder bessere Wirtschaftlichkeit durch Einsparung anderer teurerer Information oder aber einen erweiterten Anwendungsbereich durch nun erfüllbare Genauigkeitsforderungen.

Mit den neueren Entwicklungen von Blockausgleichungsverfahren - rein analytisch oder mit unabhängigen Modellen - sind simultane Ausgleichungen großer Blöcke, sogar sehr großer Blöcke mit mehreren tausend Modellen möglich. Für die Lagegenauigkeit gelten die bekannten sehr günstigen Genauigkeitseigenschaften. Selbst bei Blöcken mit 100 000 qkm und mehr genügen bereits wenige Lage-

paßpunkte am Blockrand, um die geforderte Genauigkeit für kleinere und mittlere Maßstäbe bei der Kartenherstellung zu erhalten. Damit verliert das Problem der Lagepaßpunkte für die kleinmaßstäbige Kartierung an Bedeutung.

Die Situation ist jedoch völlig verschieden, wenn wir die Höhenpaßpunkte betrachten. Mit der Blockausgleichung können wir zwar auch Paßpunkte für die Höhe einsparen, doch längst nicht im selben Verhältnis wie in der Lage. Dies gilt auch noch für die wesentlich günstigeren Bedingungen bei 60 % Querüberdeckung. In der Praxis erfolgen jedoch die meisten Befliegungen für kleinere Maßstäbe mit ungefähr 20 % Querüberdeckung. Besonders bei 10 bis 25 m Höhenlinien benötigt man eine beträchtliche Dichte von Paßpunkten. Die Beschaffung von Höhenpaßpunkten für große und wenig erschlossene Gebiete bleibt selbst mit dem Einsatz von Hubschraubern ein wirtschaftliches und technisches Problem.

Es scheint, daß zur Zeit die Verwendung von Hilfsdaten - insbesondere von Statoskop- oder APR-Messungen - die einzige praktikable Möglichkeit ist, sich die benötigte Höheninformation wirtschaftlich zu beschaffen. In der Tat werden APR-Daten in allen den Ländern in großem Umfang verwendet, in denen Kartierungsprojekte für weite und unerschlossene Gebiete vorliegen. APR-Profile erhält man entweder zusammen mit dem Bildflug oder durch getrennte APR-Tiefbefliegungen. Für die APR-Profile gelten die gleichen Anforderungen wie für die Höhenpaßpunktverteilung. Zu bevorzugen sind deshalb APR-Profile entlang des seitlichen Oberdeckungsgebietes benachbarter Streifen und zusätzliche Querprofile.

Die Ausgleichung von APR-Profilen und ihre Verwendung für die Aerotriangulation erfolgt normalerweise sehr vereinfacht. Die Profile, die über bekannten Höhen beginnen und enden, werden linear ausgeglichen. Aus den ausgeglichenen Profilen werden Höhenpaßpunkte für die übliche Streifen- oder Blockausgleichung entnommen. Für 25 m oder 50 m Höhenlinien scheinen diese Verfahren ausreichend genau zu sein. Wenn jedoch die isobare Fläche örtlich instabil ist oder andere Unstetigkeiten auftreten ist mit beträchtlichen Schwierigkeiten zu rechnen. Die dann auftretenden Unregelmäßigkeiten sind schwer zu erkennen. Die Abschlußfehler am Ende von APR-Profilen nach der Henry-Korrektur sind kein Beweis für die Genauigkeit. Obwohl diese Erscheinungen bekannt sind wurde bisher in Veröffentlichungen nicht viel darüber geschrieben.

Diese Verfahren in zwei aufeinanderfolgenden Schritten - d.h. die getrennte Ausgleichung von APR-Daten und danach ihre Verwendung als Höhenpaßpunkte - vernachlässigen wesentliche Genauigkeitseigenschaften des kombinierten Systems. Es ist zu erwarten, daß die simultane Ausgleichung von APR-Daten und photogrammetrischen Blockdaten bedeutende Vorteile gegenüber den zur Zeit angewendeten Methoden bringt.

- Die mittlere absolute Höhengenaugigkeit der Aerotriangulation wird auch bei großen Blöcken mit wenig oder gar keinen Höhenpaßpunkten auf 2 m gesteigert werden, vorausgesetzt, daß ausreichend viele APR-Querlinien bei der Ausgleichung zur Verfügung stehen. Ebenso wird die Notwendigkeit, die APR-Linien über bekannten Höhen abzuschließen, reduziert.
- Die Probleme, die im Zusammenhang mit lokalen Unregelmäßigkeiten oder Unstetigkeiten der isobaren Fläche auftreten, können gelöst werden. Durch Verwendung von

geeigneten Gewichten wird über kurze Distanzen bei der guten Nachbarschaftsgenauigkeit der Photogrammetrie jede Unstetigkeit in den APR-Daten durch große Verbesserungen aufgedeckt und damit lokalisiert.

Die kombinierte Ausgleichung wird die Eigenschaften der Methode der kleinsten Quadrate und Möglichkeiten elektronischer Rechnung voll ausschöpfen.

Eine weitere Möglichkeit Höhenpaßpunkte einzusparen, bietet sich durch die Verwendung von Punkten auf Uferlinien von Seen an. Da sich alle diese Punkte auf die gleiche Höhe z beziehen, bewirken sie eine Horizontierung der Modelle.

Ein kombiniertes APR-Blockprogramm mit Verwendung der Seen-Information wird im Laufe dieses Jahres entwickelt werden. Die Grundlage dazu bildet das Blockprogramm PAT-M-43 für räumliche Ausgleichung nach dem Prinzip der unabhängigen Modelle.

2. Das Blockprogramm PAT-M-43

2.1 Bei der Ausgleichung nach der Methode der unabhängigen Modelle wird jedes Modell einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation unterworfen. Sowohl gemessene Modellpunkte als auch die Paßpunkte werden als Beobachtungen behandelt. Damit ergeben sich nichtlineare Fehlergleichungen als Beziehungen zwischen dem terrestrischen Punkt i und der dazugehörigen Messung ij im Modell j :

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_{ij} = -\lambda_j R_j \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ij} - \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i \quad (1a)$$

mit folgenden Bedeutungen:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T_{ij} &= \text{Vektor der Modellkoordinaten von Punkt } i \\ &\quad \text{im Modell } j \\ \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T_i &= \text{Vektor der unbekanntem Geländekoordinaten} \\ &\quad \text{von Punkt } i \\ \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T_{ij} &= \text{Verbesserungsvektor für den Punkt } i \text{ im} \\ &\quad \text{Modell } j \\ \begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & Z_0 \end{bmatrix}^T_j &= \text{Koordinatenursprung des Modellkoordinaten-} \\ &\quad \text{systems } j \text{ im Geländesystem} \\ \lambda_j &= \text{Maßstabsfaktor für Modell } j \\ R_j &= \text{Orthogonalmatrix für Modell } j \end{aligned}$$

Als Orthogonalmatrix R_j benutzen wir eine modifizierte Form der Rodriguez-Matrix:

$$R = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{4}(a^2 - b^2 - c^2) & -c + \frac{1}{2}ab & b + \frac{1}{2}ac \\ c + \frac{1}{2}ab & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 + b^2 - c^2) & -a + \frac{1}{2}bc \\ -b + \frac{1}{2}ac & a + \frac{1}{2}bc & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 - b^2 + c^2) \end{bmatrix} \quad (1b)$$

$$\text{mit } k = 1 + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2);$$

Für kleine Drehungen entsprechen die Parameter a , b und c den üblichen Winkeln ω , φ , K . Wir erhalten also 2 Gruppen von Unbekannten, für jedes Modell 7 unbekanntem Transformationsparameter: a_j , b_j , c_j , λ_j , X_{0j} , Y_{0j} , Z_{0j} , und für jeden Punkt die unbekanntem terrestrischen Koordinaten X_i , Y_i , Z_i .

Für Paßpunkte, wir nennen die Paßpunktliste deshalb auch das Null-Modell, ist $a_j = b_j = c_j = X_{0j} = Y_{0j} = Z_{0j} = 0$ und $\lambda_j = 1$.

Damit erhalten wir

$$\begin{bmatrix} v_x^p \\ v_y^p \\ v_z^p \end{bmatrix}_i = - \begin{bmatrix} x^p \\ y^p \\ z^p \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_i \quad (2)$$

d.h. Paßpunkte werden als Beobachtungen behandelt, jedoch nicht transformiert.

2.2 Die Verbesserungsgleichungen (1a) sind nichtlinear und werden deshalb linearisiert. Dies erfolgt durch Reihenentwicklung um die Näherungswerte $a_0 = b_0 = c_0 = 0$ und $\lambda_0 = 1$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y & -x \\ z & 0 & -x & -y \\ -y & x & 0 & -z \end{bmatrix}_{ij} \cdot \begin{bmatrix} da \\ db \\ dc \\ d\lambda \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ij} \quad (3)$$

wobei da, db, dc, dλ die Änderungen der Näherungswerte a_0 , b_0 , c_0 und λ_0 sind. Wegen der Linearisierung muß iteriert werden, wobei bei jedem Iterationsschritt die zuletzt transformierten Koordinaten als Beobachtungen behandelt werden. Die Version des Programmpakets PAT-M, welche das Gleichungssystem (3) benutzt, hat den Namen PAT-M-7 (Programm für Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen und Z Parametern). Diese Version wurde aber zugunsten einer anderen räumlichen Version vorläufig nicht vollständig fertiggestellt. Statt dessen wurde die Version PAT-M-43 verwirklicht, welche mit getrennter Lage- und Höhenausgleichung arbeitet und iteriert.

Die Version wurde gewählt, weil sie mit vergleichbar geringem Rechenaufwand auskommt, denn anstelle des Systems mit 7 Parametern wird in 2 Schritten mit 4 bzw. 3 Parametern gearbeitet. Der Rechenaufwand reduziert sich damit etwa um den Faktor 3.

2.3 Für die Lageausgleichung wird eine ebene Ähnlichkeitstransformation verwendet.

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{ij} = - \begin{bmatrix} r & -s \\ s & r \end{bmatrix}_j \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{ij} - \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i$$

Durch andere Schreibweise des Matrizenprodukts erhält man für die Modellpunkte:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{ij} = - \begin{bmatrix} x & -y \\ y & x \end{bmatrix}_{ij} \cdot \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i \quad (4a)$$

und mit $r = 1$ und $s = 0$ für die Paßpunkte:

$$\begin{bmatrix} V_x^p \\ V_y^p \end{bmatrix}_i = - \begin{bmatrix} X^p \\ Y^p \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i \quad (4b)$$

r und s sind die unbekanntenen Orientierungs-Parameter.

Projektionszentren werden bei der Lageausgleichung nicht mitverwendet, da sie wegen der Neigung der Modelle und ihrer relativ großen z -Koordinate die Lageausgleichung verschlechtern würden. Die Gleichungen (4a) und (4b)

sind linear in den Unbekannten. Linearisierungen und Näherungswerte sind für die Lageausgleichung also nicht notwendig. Wurden die Modelle bereits ausreichend horizontalisiert, kann die Lageausgleichung allein ohne Iterationsschritte als PAT-M-4 Version verwendet werden. Gleichung (4a) erhält man übrigens auch aus Gleichung (3), wenn man dort $da = db = 0$ setzt und nur die ersten beiden Verbesserungsgleichungen verwendet.

2.4 Die linearisierten Verbesserungsgleichungen für die Höhenausgleichung erhält man aus (3):

mit $dc = d\lambda = 0$ folgt aus der 3. Gleichung für die Modellpunkte:

$$\begin{bmatrix} v_z \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} -y & x \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} da \\ db \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} dZ_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} z \end{bmatrix}_{ij} \quad (5a)$$

und mit $dc = d\lambda = 0$ und $dX_0 = dY_0 = 0$ für die Projektionszentren:

$$\begin{bmatrix} v_x^{pc} \\ v_y^{pc} \\ v_z^{pc} \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -z \\ z & 0 \\ -y & x \end{bmatrix}_{ij} \cdot \begin{bmatrix} da \\ db \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ij} \quad (5b)$$

Aus (2) folgt für die Höhenpaßpunkte:

$$\begin{bmatrix} v_z^p \end{bmatrix}_i = - \begin{bmatrix} Z^p \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_i \quad (5c)$$

2.5 Allen Punkten können, da sie als Beobachtungen behandelt werden, in der Ausgleichung Gewichte bzw. Gewichtsmatrizen zugeordnet werden. In der räumlichen Ausgleichung mit 7 Parametern wird jedem Punkt eine (3×3) - Gewichtsmatrix zugeordnet, in der Version

PAT-M-43 gilt dies nur für die Projektionszentren. Für Modellpunkte und Paßpunkte sind wegen der getrennten Lage- und Höhenausgleichung Korrelationen zwischen Lagekoordinaten und Höhenkoordinaten nicht möglich. Für diese Punkte sind die Gewichte für Lage und Höhe völlig unabhängig voneinander.

Gewichtsmatrizen $Q_{(ij)}(ij)$ für die Blockausgleichung:

$$\begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xz} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{yz} \\ Q_{zx} & Q_{zy} & Q_{zz} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{cc|c} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{yx} & Q_{yy} & 0 \\ \hline 0 & 0 & Q_{zz} \end{array}$$

Die Punkte untereinander werden als unkorreliert betrachtet.

Es scheint nicht sinnvoll, allen Punkten verschiedene Gewichtsmatrizen zuzuordnen. Das Programm erlaubt einen Satz von Gewichtskoeffizienten für alle die Modellpunkte, einen anderen für alle Projektionszentren. Für die Paßpunkte können mehrere Gewichtsmatrizen entsprechend den verschiedenen Genauigkeitsverhältnissen ihrer terrestrischen Koordinaten eingeführt werden. Kontrollpunkte können als Paßpunkte mit der Gewichtsmatrix 0 behandelt werden.

2.6 Das Programm PAT-M-43 beginnt immer mit einer Lage-Ausgleichung (nach 4a und b) welche keine Näherungswerte benötigt. Beginnend mit den gegebenen Modellkoordinaten werden die Transformationsparameter r, s, X_0, Y_0 gemeinsam berechnet. Anschließend werden die Lagekoordinaten transformiert und an den Höhen die entsprechenden Maßstabskorrekturen angebracht. Die transformierten Modellkoordinaten werden danach als

Beobachtungen für die Höhenausgleichung (nach 5a und b) betrachtet. Die Incremente da , db , dZ_0 der entsprechenden Transformationsparameter werden simultan bestimmt, und die Modellkoordinaten einer strengen räumlichen Ähnlichkeitstransformation unterzogen. Die Folge Lage-Höhenausgleichung wird wiederholt bis die gewünschte Genauigkeit der transformierten Koordinaten erreicht wird. Normalerweise reichen 3 Lage- Höhen-Iterationen. Nach dem letzten Iterationsschritt werden die ausgeglichenen Koordinaten und die Verbesserungen für die Verknüpfungs- und Paßpunkte berechnet.

Das Programm erlaubt 2 verschiedene Versionen für die Paßpunktverknüpfungen. In der ersten Version werden die Höhen von Lagepaßpunkten und die Lagekoordinaten von Höhenpaßpunkten als Verknüpfungskordinaten behandelt, in der zweiten Version werden die Nicht-Paßpunktkoordinaten von Teilpaßpunkten wie Koordinaten von Einzelpunkten behandelt, d.h. sie verknüpfen nicht. Diese Version ist für die Katasterphotogrammetrie interessant.

2.7 Um das Computerprogramm besonders wirtschaftlich und allgemein zu machen wurden große Anstrengungen unternommen.

Um den Rechenaufwand für jeden Iterationsschritt sowohl für die Aufstellung als auch für die Lösung der Normalgleichungen so gering wie möglich zu halten, werden die auf die unbekanntem Transformationsparameter reduzierten Normalgleichungen direkt aufgestellt und mit einem für Submatrizen modifizierten Cholesky-Verfahren gelöst.

Da der Rechenaufwand für die Lösung eines linearen Gleichungssystems proportional dem Quadrat der Bandbreite ist, wird die Bandbreite minimalisiert. Dies

geschieht durch Sortierung der Modelle in eine optimale Reihenfolge.

Sowohl die Modelldaten als auch die Koeffizienten des Gleichungssystems sind jeweils nur zum Teil im Kernspeicher der Rechanlage. Sie werden, unterteilt in Records, auf dem externen Speicher abgelegt und je nach Bedarf wieder gelesen. Die Recordgröße ist variabel und die Anzahl der Records nicht beschränkt. Dies bedeutet: Das Programm kann einerseits an die Kernspeicherkapazität verschiedener Rechanlagen angepaßt werden, andererseits bestehen fast keine Beschränkungen für die Punkt- und Modellanzahl. Praktische Grenzen werden nur durch die Rechenzeit gesetzt, welche von den einzelnen Rechanlagen abhängt.

Die Verknüpfungen zwischen den verschiedenen photogrammetrischen Modellen einerseits und den Modellen und Paßpunkten andererseits werden vom Programm automatisch gefunden. Es ist kein spezielles Nummerierungsschema für Punkte oder Modelle notwendig.

Das Programm benötigt ohne Arbeitsspeicher für die größeren Datenmengen eine Kernspeicherkapazität von etwa 110 K-bytes. Diese Zahl ist weitgehend konstant für alle Rechanlagen. Das Programm wurde bereits an den verschiedensten Rechanlagen installiert. Anhand eines praktischen räumlichen Blocks mit 3 Lage-Höhen-Iterationen, 72 Modellen und 1341 Punkten (19 Punkte je Modell), der an allen diesen Anlagen gerechnet wurde, sind Rechenzeitenvergleiche und damit Kostenabschätzungen möglich:

Rechenanlage	CPU-Zeit in sec	CPU-Zeit/Modell
CDC 6600	61	0.85
CDC 6400	231	3.21
IBM 360/65	365	5.07
IBM 360/85	68	0.94
IBM 370/145	450	6.25
IBM 370/155	271	3.76
IBM 370/165	78	1.08
UNIVAC 1106	203	2.82
UNIVAC 1108	108	1.36

Ein anderer Testblock mit 33 Modellen, 4373 Punkten (133 Punkte je Modell) benötigte eine Rechenzeit von 55 CPU sec auf der CDC 6600 und damit 1.66 CPU sec je Modell. Die 7-fache Anzahl von Punkten je Modell bedeutet somit nur eine Verdoppelung der Rechenzeit. Die Rechenzeiten für ein Modell sind für normale Blöcke bis zu mehreren hundert Modellen fast konstant. Nach anfänglichen Schwierigkeiten macht die Installation des Programms an einer Rechenanlage keine Schwierigkeiten mehr. Die Zeit für die Installation an einer Rechenanlage schwankt zwischen einem Tag im extrem günstigen Fall und fünf Wochen.

3. Ausgleichung von Statoskop- und APR-Daten

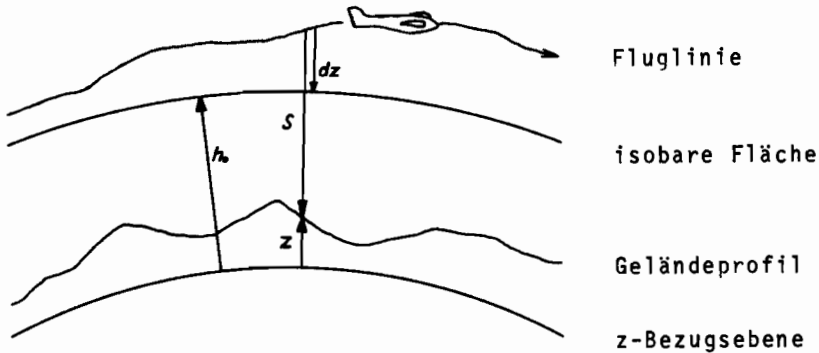
Zur Beschreibung des Verfahrens, welches die Ausgleichung von Statoskop- oder APR-Daten und die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen kombiniert, scheint es notwendig die grundlegenden Beziehungen zwischen diesen Beobachtungen zu erläutern.

3.1 APR-Daten bestehen im wesentlichen aus 2 verschiedenen Gruppen von kontinuierlich registrierten Messungen.

A: "Clearance" $s =$

Radarhöhenmessung zwischen augenblicklichem Standpunkt des Flugzeugs und dem Gelände in vertikaler Richtung.

B: Differentielle Hypsometermessungen dz der Abweichung des augenblicklichen Kamerastandpunktes von einer unbekanntem isobaren Fläche mit Statoskop oder Hypsometer.



Die Differenz dieser zwei unabhängigen Messungen dz und s wird laufend zu einer konstanten h_0 (dem Näherungswert der Flughöhe) addiert. Bei kontinuierlicher Registrierung erhält man so ein APR-Geländeprofil, welches in erster Näherung dem wahren Geländeprofil entspricht.

$$z^{APR} = h_0 + dz^{stat} - s \quad (6)$$

Normalerweise werden sowohl die Hypsometerregistrierungen als auch das Geländeprofil zusammen mit dem Belichtungszeitpunkt der Luftbildkamera im sogenannten APR-Diagramm

aufgezeichnet. In kurzen Zeitabschnitten macht eine 35 mm-Kleinbildkamera, deren Achse parallel zum Radarstrahl ausgerichtet ist, zusätzliche Aufnahmen. Damit kann eine Anzahl von Punkten des APR-Geländeprofils identifiziert, auf das Luftbild übertragen und dort photogrammetrisch gemessen werden. Die "clearance" s kann, wenn sie benötigt wird, aus dem APR-Diagramm hergeleitet werden, indem das Hypsometerprofil und die Konstante h_0 vom Geländeprofil subtrahiert werden. Dies ist jedoch nur dann von photogrammetrischer Bedeutung, wenn sich die "clearance" s auf den Aufnahmestandpunkt der Luftbildkamera bezieht.

3.2 Wenn die APR-Messungen simultan mit dem Bildflug gemacht werden, liefern sie eine Information über den Maßstab. Bezieht sich die APR-clearance s^{APR} auf den Aufnahmestandpunkt eines Luftbildes, so kann sie mit dem in den entsprechenden Modellen gemessenen z-Koordinaten der Projektionszentren verglichen werden. Der Quotient ergibt den Maßstabsfaktor des photogrammetrischen Modells.

$$\lambda^{APR} = s^{APR} / s^{Mod} \quad (7)$$

λ^{APR} ist Näherungswert des wahren Maßstabsfaktors λ des photogrammetrischen Modells und kann deshalb als abgeleitete Beobachtung behandelt werden. Werden sowohl s^{APR} als auch s^{Mod} als unabhängige Beobachtungen mit bekannten mittleren Fehlern betrachtet und wird das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf (7) angewendet, so kann der Gewichtskoeffizient für λ^{APR} abgeleitet werden.

Ist $\hat{\lambda}_j$ Maßstabsfaktor von Modell j, so erhält man mit dem "beobachteten" Maßstabsfaktor λ_j^{APR} die folgende Verbesserungsgleichung:

$$v_j \hat{\lambda} = \lambda_j - \lambda_j^{APR} \quad (8a)$$

oder

$$v_j \hat{\lambda} = d \lambda_j - \lambda_j^{APR} + \lambda_j^0 \quad (8b)$$

Obwohl sich jedes Modell auf 2 Aufnahmestandpunkte bezieht, ist es sicher hinreichend genau, wenn man den Mittelwert der beiden Maßstabsfaktoren als unabhängige Beobachtungen betrachtet und mit dem Modellmaßstab vergleicht. Die Gleichungen (8a,b) sind vom selben Typ wie die Gleichungen (2). Ihre Behandlung als zusätzliche Verbesserungsgleichungen in der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ist kein besonderes Problem. Insbesondere bleibt die Struktur der reduzierten Normalgleichungsmatrix erhalten. Es bleibt die Frage ob eine zusätzliche gemeinsame Konstante $d \lambda$ addiert werden sollte, um mögliche konstante Maßstabsfehler oder Registrierungsfehler zu berücksichtigen.

Die Verbesserungsgleichungen (8b) können direkt in der räumlichen Blockausgleichung nach Methode (3) verwendet werden. Kombiniert man (8a) mit der Programmversion PAT-M-43, so scheint es zulässig zu sein, die Maßstabsinformation nur bei der Lageblockausgleichung nach (4a) zu benutzen. Der Maßstabsfaktor tritt dort jedoch nicht explizit auf, sondern nur $r = \hat{\lambda} \cdot \cos K$ und $s = \hat{\lambda} \cdot \sin K$, wobei K die Azimutdrehung bedeutet. Aus (8a) ergibt sich jedoch:

$$v_j \hat{\lambda} \cos K_j = \lambda_j \cos K_j - \lambda_j^{APR} \cos K_j \quad (9a)$$

oder

$$v_j^r = r_j - \lambda_j^{\text{APR}} \cos \kappa_j \quad (9b)$$

Ist $\kappa \approx 0$, so ergibt sich

$$v_j^r = r_j - \lambda_j^{\text{APR}} \quad (9c)$$

Selbst bei sehr großen κ -Anfangsdrehungen ist es grundsätzlich möglich, die Verbesserungsgleichungen in Verbindung mit Lage- Höhen-Iterationen zu verwenden, denn die Näherung ist zumindest für die 2. Iteration ausreichend genau.

3.3 Statoskopmessungen beziehen sich auf die Höhen (z-Koordinaten) der Aufnahmestandpunkte der Luftbilder. Die Statoskopdaten können in gewisser Hinsicht als Höhenpaßpunkte beschränkter Genauigkeit betrachtet und deshalb entsprechend den Gleichungen (2) oder (5c) behandelt werden. Ein bedeutender Unterschied ist jedoch in Betracht zu ziehen: Die isobare Fläche, auf die sich die Statoskopangaben beziehen, ist unbekannt.

Deshalb werden für jeden Flugstreifen zusätzliche unbekannte Parameter benötigt um die Orientierung und vielleicht auch die Form der isobaren Bezugspunkte entlang der Fluglinie zu beschreiben. Es scheint ausreichend nur Konstanten und lineare Glieder in Betracht zu ziehen und quadratische Glieder nur bei sehr langen Streifen zu berücksichtigen. Die ursprünglichen Statoskopangaben, verändert durch die willkürliche Konstante h_0 (die auch Null sein kann) wird als zu verbessernder Schätzwert der Höhen des Kamerastandpunktes (Projektionszentrum) betrachtet:

$$z^{\text{stat}} = \bar{h}_0 + dz^{\text{stat}} \quad (10a)$$

Gleichung (10a) zusammen mit den unbekanntem Parametern der isobaren Bezugsfläche führen für den Aufnahmezustandpunkt i in Streifen k zu der folgenden Verbesserungsgleichung:

$$(V_z)_{ik}^{\text{stat}} = - Z_{ik}^{\text{stat}} - (a_k + b_k t_{ik}) + Z_i^{\text{DC}} \quad (10b)$$

Das Glied $(a_k + b_k \cdot t_{ik})$ verursacht eine konstante Verschiebung und eine Neigungskorrektur der isobaren Fläche entlang der Fluglinie k . Der Koeffizient t_{ik} beschreibt die Entfernung des Aufnahmezustandpunktes i von einem willkürlichen Beginn auf der isobaren Bezugsebene von Flug k . Da die Entfernung jedoch nicht wirklich verfügbar ist, wird der Zeitunterschied benutzt. Dieser kann vom APR-Diagramm abgelesen werden. Da die Statoskopangaben als unkorreliert behandelt werden können, ist es möglich, ihnen ein konstantes Gewicht abhängig von der Flughöhe zu geben.

3.4 APR-Geländeprofile können im wesentlichen auf dieselbe Weise als Beobachtungen für die gemeinsame Ausgleichung verwendet werden wie die Statoskopdaten in (3.3). Die gemessenen Höhen ausgewählter Punkte eines APR-Geländeprofils werden als zusätzliche Höhenpaßpunkte mit geeignetem Gewicht behandelt und zwar unabhängig davon, ob sie als unabhängige APR-Tiefbefliegung, möglicherweise mit Laser-APR, oder gleichzeitig mit dem Bildflug gemessen wurden. Zusätzlich müssen auch hier Orientierungsparameter für die isobare Fläche eingeführt werden.

Ähnlich wie in (10b) kann für die APR-Höhe eines Punktes i aus einem APR-Geländeprofil des Fluges k die Verbesserungsgleichung formuliert werden:

$$(V_z)_{ik}^{\text{APR}} = - Z_{ik}^{\text{APR}} - (a_k + b_k t_{ik}) + Z_i \quad (11a)$$

Die APR-Höhen werden als unkorreliert betrachtet. Sie erhalten ein konstantes Gewicht, welches auf Grund von Gleichung (6) geschätzt wird. Die ausgewählten APR-Punkte sollten wenn möglich gleiche Genauigkeit haben. Eine unregelmäßige Punktfolge aufgrund ausgelassener schlechter Punkte kann wegen der simultanen Ausgleichung akzeptiert werden.

Ein APR-Flug kann, falls es nötig sein sollte, in zwei oder mehr Teilflüge zerlegt werden, die rechnerisch getrennt behandelt werden. Es ist möglich (z.B. bei Wasseroberflächen), daß sich APR-Höhen direkt auf Höhenpaßpunkte beziehen. Wir erhalten dann zu (11a) eine weitere Verbesserungsgleichung, welche die Beziehung zum Paßpunkt herstellt:

$$(v_z^p)_i = -z_i^p + Z_i \quad (11b)$$

wobei z_i^p die Koordinate des Höhenpaßpunktes ist.

Der wesentliche Unterschied gegenüber der identischen Gleichung (5c) ist die Tatsache, daß der Punkt i nicht notwendig in einem photogrammetrischen Modell gemessen sein muß. Mit den Gleichungen (11a - b) können APR-Profile mit Höhenpaßpunkten verknüpft werden, die außerhalb des photogrammetrischen Blockes liegen.

4. Höheninformation aus Uferlinien von Seen

Willkürliche Punkte von Uferlinien eines Sees, die in einem oder mehreren photogrammetrischen Modellen gemessen werden, können für die Blockausgleichung vorteilhaft genutzt werden, selbst wenn die absolute Höhe der Wasseroberfläche nicht bekannt ist. Um diese Seeninformation zur besseren Horzizontierung der Modelle zu verwenden gibt es mehrere Möglichkeiten. Die folgende Herleitung bringt einen unmittelbaren Zusammenhang mit der Methode der unabhängigen Modelle.

Die Horizontierung von Seen liefert nur einen Beitrag zur Höhenausgleichung. Wir können uns deshalb auf die Verbesserungsgleichungen (5a) beziehen und erhalten, wenn i ein Punkt im Modell j an der Uferlinie von See 1 ist:

$$\begin{bmatrix} v_z \end{bmatrix}_{ij1} = \begin{bmatrix} -y & x \end{bmatrix}_{ij1} \begin{bmatrix} da \\ db \end{bmatrix}_j - [dZ_0]_j + [Z]_1 - [z]_{ij1} \quad (12a)$$

Die dreifache Indizierung bezieht sich auf die verschiedene Bedeutung von Punkten der Uferlinie für die Lage und Höhe. In der Lage sind sie verschiedene Punkte ohne besonderen Zusammenhang, ihre Höhen beziehen sich jedoch alle auf die gemeinsame Seehöhe z_1 . Behandeln wir z_1 als eine einzige Unbekannte je See, so haben wir sowohl einen Orientierungs- als auch einen Verknüpfungseffekt der Seen in der Ausgleichung. Formal spielt es keine Rolle, über wieviel Modelle sich dieser See erstreckt. Ist die absolute Seehöhe z_1^C bekannt, so wirkt der See zusätzlich als Höhenpaßpunkt. Damit muß man Gleichung (5c) für die Paßpunkthöhe zusätzlich berücksichtigen:

$$\begin{bmatrix} v_z^p \end{bmatrix}_1 = - [z^p]_1 + [Z]_1 \quad (12b)$$

Im Prinzip macht es keine Schwierigkeiten, den Beobachtungen in (12a) Gewichte zu geben. Es muß jedoch noch empirisch getestet werden, ob man den Punkten an Uferlinien dasselbe Gewicht in z geben kann wie normalen Modellpunkten.

5. Das Programm für die gemeinsame Ausgleichung

5.1 Obwohl die modernen Rechenanlagen die üblichen Überlegungen und Regeln über den zulässigen Rechenaufwand beträchtlich verringert haben, sind eben diese Überlegungen

für große Ausgleichungsprobleme noch notwendig. Auch heute noch müssen Leistungsfähigkeit und Wirtschaftlichkeit sorgfältig beachtet werden, wenn es sich um Programme handelt, die für große und sehr große Blockausgleichungen bestimmt sind.

Das vorliegende Problem der gemeinsamen Ausgleichung von APR-Daten und photogrammetrischen Modellen in Großblöcken könnte direkt auf der Grundlage der Verbesserungsgleichungen, wie sie in Abschnitt 3 und 4 abgeleitet wurden, behandelt werden. Dies gilt besonders für die Gleichungen (9c), (10b), (11) und (12) in Verbindung mit dem Programm PAT-M 43, welches durch die Gleichungen (4) und (5) definiert ist. Rechenaufwandsbetrachtungen legen jedoch einige Änderungen nahe, die den Rechenaufwand in angemessenen Grenzen halten, der Strenge der Ausgleichung jedoch genügend Rechnung tragen. Das kombinierte Ausgleichungsprogramm, welches entwickelt wird, läßt Rechenaufwandsbetrachtungen nicht außeracht, einige von ihnen sollen nun kurz erläutert werden:

5.2 Unter den strengeren und direkten Methoden für die dreidimensionale Blockausgleichung hat die Methode von Lage-Höhen-Iterationen mit unabhängigen Modellen einen besonders günstigen Rechenaufwand. Das kombinierte Ausgleichungsprogramm wird deshalb auf der Grundlage der PAT-M-43-Version der Blockausgleichung entwickelt.

5.3 Theoretische und praktische Untersuchungen haben überraschend gute Genauigkeitseigenschaften von ebenen Blockausgleichungen gezeigt, auch wenn nur Randpaßpunkte vorliegen. Es ist zu erwarten, daß für Blöcke mit 100 000 qkm und mehr Lagepaßpunkte am Blockrand ausreichen, deren Abstand je nach den gestellten Genauigkeitsanforderungen zwischen 25 und 50 km beträgt. Im Vergleich dazu wird die Mitverwendung von APR-Daten für die Maßstabsinformation,

im Hinblick auf die geringe Genauigkeit der "clearance" aus großen Höhen, nur eine geringe Wirkung für die Lageausgleichung haben. Eine bedeutende Reduzierung der wenigen Lagepaßpunkte ist nicht zu erwarten. Trotz der Überlegungen in Abschnitt 3.2 ist deshalb bis jetzt nicht beabsichtigt, die Verbesserungsgleichungen (9c) zu verwenden, d.h. der planimetrische Teil der Blockausgleichung wird nicht um die APR-Maßstabsinformation erweitert.

5.4 Die Ausgleichung von Höhen aus APR-Geländeprofilen wird mit der Höhenausgleichung von PAT-M-43 zusammengefaßt. Das erweiterte Höhenausgleichungsprogramm verwendet unmittelbar die Verbesserungsgleichungen (11a, b) in Verbindung mit (5a-c). Es macht keine besonderen Schwierigkeiten, die reduzierten Normalgleichungen direkt aus den gemeinsamen Verbesserungsgleichungen (5) und (11) aufzubauen. Die wohlbekannte Bandstruktur der Koeffizientenmatrix für die Orientierungsparameter der Modelle wird dabei nicht zerstört.

Die zusätzlichen Orientierungsparameter a_k , b_k für die APR-Profile werden ebenfalls als Unbekannte behandelt. Eingehende Untersuchungen werden zeigen ob es notwendig ist, die Orientierungsparameter auch als Beobachtungen einzuführen. Sie werden als besondere Gruppe am Ende der Liste der unbekanntem Orientierungsparameter eingeordnet. Durch diese Maßnahme werden auch die Koeffizienten dieser zusätzlichen Orientierungsparameter am rechten Rand der Koeffizientenmatrix des reduzierten Normalgleichungssystems zusammengefaßt (banded-bordered-matrix). Die Breite dieses zusätzlichen Bandes am seitlichen Rand der Koeffizientenmatrix wird jedoch nicht besonders groß. Die Anzahl der zusätzlichen Unbekanntem wird selten größer als 100 werden. Die Lösung der reduzierten Normalgleichungen durch das Lösungsprogramm HYCHOL verursacht keine besonderen Schwierigkeiten, denn das Programm HYCHOL ist auch für die Lösung dieser banded-bordered-matrix sehr leistungsfähig.

Die oben beschriebene Methode für die gemeinsame Blockausgleichung mit APR-Geländeprofilen ist besonders für willkürliche APR-Profilnetze geeignet. Das System verknüpft automatisch die sich kreuzenden Profile über die photogrammetrischen Modelle. Das Programm ist damit in der Lage, sowohl Daten von zusätzlichen APR-Flügen als auch APR-Daten von Bildflügen gemeinsam auszugleichen. Der Abschluß von APR-Profilen außerhalb des photogrammetrischen Blocks über Flüssen und Seen usw. mit bekannter Höhe wird ebenfalls berücksichtigt. Von den APR-INPUT-Daten wird eine Henry-Korrektur vorausgesetzt.

Die dem APR-Profil entnommenen Koordinaten und Zeiten werden zusammen mit der Punktnummer nach den Listen der Lage- und Höhenpaßpunkte als APR-Punktliste eingelesen. Anhand der Punktnummern aus dieser Liste werden die APR-Punkte in den photogrammetrischen Modellen identifiziert. Eine besondere Kennzeichnung ist nicht notwendig. Entsprechend den Paßpunkten können verschiedenen APR-Punkten verschiedene Gewichte zugeordnet werden.

Ein APR-Punkt kann in verschiedenen Modellen gemessen werden, d.h. er kann zusätzlich Modellverknüpfungspunkt sein.

5.5 Statoskop-Daten werden ebenfalls im Höhenblock ausgeglichen. Die Verbesserungsgleichungen (10b) werden gemeinsam mit (5a-c) behandelt.

Die Verbesserungsgleichungen für Statoskop-Daten sind dieselben wie die Gleichungen (11a) für die Höhen aus APR-Geländeprofilen mit der Einschränkung, daß sie sich nur auf die Projektionszentren beziehen. Da die Projektionszentren in der räumlichen Blockausgleichung verwendet werden, ist es möglich, Statoskopdaten im kombinierten APR-Blockprogramm auszugleichen. Etwas andere Gewichte werden jedoch notwendig sein. Das Programm könnte im Prinzip APR-Profile und Statoskopdaten vom selben Flug ausgleichen, ohne die gegenseitige Korrelation zu berücksichtigen. Es ist jedoch zu erwarten, daß

systematische Unstimmigkeiten zwischen beiden Daten-
gruppen auftreten, die auf Kalibrierungsprobleme zu-
rückzuführen sind und zusätzliche Parameter erfordern.
Bis zu weiteren empirischen Untersuchungen ist es nicht
vorgesehen solche Parameter im Programm einzuführen. Es
ist deshalb vorläufig nicht möglich, sowohl Statoskop-
daten als auch APR-Profildaten vom selben Flug simultan
auszugleichen.

5.6 Das Programm wird den Stabilisierungseffekt von Seen
in der Höhenausgleichung verwenden. Die strenge Methode
kombiniert Verbesserungsgleichung (12a, b) und das System
(5a-c). Diese Methode würde jedoch große Auswirkungen auf
den Rechenaufwand haben, denn Seen können sich über viele
Modelle eines Blockes erstrecken. Wegen der gemeinsamen
Höhe z_1 aller Punkte auf der Uferlinie würden alle be-
troffenen Modelle direkt miteinander in Beziehung gebracht,
was sich in einer wachsenden Bandbreite der reduzierten
Normalgleichungen auswirkt. Die Rechenzeit für die Lösung
eines solchen Systems könnte unzumutbar ansteigen. Es gibt
mehrere Möglichkeiten dieses Problem zu lösen. Wir haben
uns entschieden, die Seen zu teilen. Jeder Teil erhält
einen verschiedenen Index l . Auf jeden dieser Teil-Seen
werden die Verbesserungsgleichungen (12) angewendet. Die
Teil-Seen müssen jedoch klein genug gewählt werden um die
Bandstruktur der reduzierten Normalgleichungen nicht merk-
lich zu ändern. Es ist vorgesehen, jedem Modell s einen
eigenen Teil-See zuzuordnen. Vielleicht können später
größere Überlappungseinheiten oder dementsprechende Be-
dingungen in Betracht gezogen werden.

Die einzelnen Teil-Seen werden durch gewöhnliche Verknüpfungs-
punkte zusammengehalten. Die Verknüpfungen können durch zu-
sätzliche Verknüpfungspunkte an der Uferlinie verstärkt
werden. Damit erhält man eine Lösung, die, ohne zuviel
theoretische Strenge aufzugeben, den praktischen Bedürfnissen
genügt und dennoch einen wirtschaftlichen Rechenaufwand
garantiert.

Die Seenpunkte müssen, da sie nicht wie die Paßpunkte oder APR-Punkte zusätzlich in einer weiteren Liste eingelesen werden, durch ihre Reihenfolge innerhalb der Modellpunkte oder durch Kennziffern in der Punktnummer identifiziert werden. Ebenso muß der zu einem Punkt gehörige See eindeutig identifiziert sein. Das Programm verlangt deshalb Identifizierungsnummer und Seenummer als Teil der Punktnummer.

Seenpunkte dürfen im Programm weder Verknüpfungspunkte noch Paßpunkte oder Projektionszentren sein. Auch ist es nicht möglich einen Seenpunkt gleichzeitig als APR-Punkt zu verwenden.

6. Rechenzeiten des kombinierten Blockprogrammes

Bei der Verwendung der Seen-Information in der modifizierten Form mit Teilseen ändert sich die Struktur der reduzierten Normalgleichungen überhaupt nicht, ein Mehraufwand entsteht nur im Organisationsteil des Programms und bei der Aufstellung der reduzierten Normalgleichungen, jedoch nicht bei deren Lösung.

Mit Annahme, daß eine sinnvolle Anzahl von APR-Profilen nicht größer als die Quadratwurzel aus der Anzahl der Modelle ist, wird die Bandbreite der zusätzlichen nicht verschwindenden Koeffizienten der Orientierungsparameter in der Koeffizientenmatrix der reduzierten Normalgleichungen nicht größer als die Hälfte der Bandbreite des ursprünglichen Systems. Dies bedeutet etwa eine Verdoppelung der Rechenzeit bei der Lösung des Gleichungssystems. Da die Lageausgleichung jedoch unverändert bleibt, wird die gesamte Rechenzeit für die kombinierte Ausgleichung, selbst unter Berücksichtigung eines Mehraufwandes im Organisationsteil höchstens um den Faktor 1.5 anwachsen. Dies ergibt z.B. für Blöcke mit mehreren 100 Modellen folgende CPU-Zeiten je Modell:

Rechenanlage	CPU-Zeit / Modell in sec
CDC 6600	1.3
CDC 6400	4.8
IBM 360/65	7.6
IBM 360/85	1.4
IBM 370/145	9.4
IBM 370/155	5.6
IBM 370/165	1.6
UNIVAC 1106	4.2
UNIVAC 1108	2.0

7. Schlußbemerkungen

Wir hoffen, daß dieses Rechenprogramm für die Ausglei-
 chung nach der Methode der unabhängigen Modelle mit Statoskop-
 und APR-Daten sowie mit Horizontierungsbedingungen für
 Seen sehr leistungsfähig und ökonomisch sein wird, auch
 für Blöcke mit mehreren 1000 Modellen und einigen 10 000
 Punkten. Die Genauigkeitseigenschaften werden gut genug
 sein, um die Anzahl der Lage- und Höhenpaßpunkte sehr zu
 verringern und dennoch den Genauigkeitsanforderungen für
 die Kartenherstellung zu entsprechen.

Das Programm für die kombinierte Ausglei-
 chung wird ab Sommer 1973 zur Verfügung stehen.

