

DIE THEORETISCHE GENAUIGKEITSLEISTUNG DER RÄUMLICHEN BLOCKAUSGLEICHUNG

Von H. Ebner, Stuttgart

1. Vorbemerkungen

Die leistungsfähigsten Methoden der Aerotriangulation sind heute die Bündelblockausgleichung und die räumliche Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen. Obwohl diese Methoden einen hohen Aufwand sowohl in der Programmierung als auch von seiten der Rechnung erfordern, nimmt ihre praktische Anwendung laufend zu. Der Grund dafür liegt vor allem in den schnellen Computern, die heute verfügbar sind und die eine wirtschaftliche Anwendung möglich machen.

Um das Genauigkeitspotential dieser allgemeinen Methoden in der Praxis voll ausschöpfen zu können, sind Untersuchungen ihrer Genauigkeitseigenschaften notwendig. Das Ziel dieser Untersuchungen sind Genauigkeitsmodelle, welche die zu erwartenden Streuungen der ausgeglichenen Blockkoordinaten als Funktion der Blockparameter darstellen. Die wichtigsten Blockparameter sind: die Genauigkeit im Einzelbild oder im Einzelmodell, die Blockgröße und -Form, die Paßpunkt-Verteilung und -Genauigkeit in Lage und Höhe, die Querüberdeckung und der Bildwinkel.

Die Genauigkeitsuntersuchungen lassen sich auf theoretischem Weg durchführen, indem man zweckmäßig schematisierte Blöcke zugrundelegt und hinreichend realistische Annahmen für die Genauigkeit im Einzelbild oder Einzelmodell trifft.

Die Bündeltriangulation geht von gemessenen Bildkoordinaten aus, während der Blocktriangulation mit unabhängigen Modellen gemessene Modellkoordinaten zugrundeliegen. In beiden Fällen sind die Beobachtungen erfahrungsgemäß mit zufälligen und mit systematischen Fehlern behaftet. Dementsprechend sind theoretische Genauigkeitsuntersuchungen auf der Basis zufälliger und systematischer Fehler notwendig.

Im ersten Teil meines Vortrages werde ich den Einfluß zufälliger Fehler behandeln. Die Untersuchungen haben hier einen Stand erreicht, der es erlaubt, theoretische Genauigkeitsmodelle für die räumliche Blockausgleichung aufzustellen.

Danach werde ich auf die bisherigen Untersuchungen zur Wirkung systematischer Fehler eingehen und abschließend aufzeigen, wie sich der gemeinsame Einfluß zufälliger und systematischer Fehler berücksichtigen läßt.

Inwieweit die theoretischen Ergebnisse das Genauigkeitsverhalten praktischer Blöcke beschreiben, läßt sich durch gezielte empirische Untersuchungen feststellen. Herr Professor Ackermann wird in seinem Vortrag morgen Nachmittag auf diese Frage näher eingehen.

2. Theoretische Genauigkeitsmodelle für die räumliche Blockausgleichung auf der Basis zufälliger Fehler

In den vergangenen Jahren sind sowohl für Blöcke mit unabhängigen Modellen als auch für Bündelblöcke theoretische Genauigkeitsstudien durchgeführt worden [1], [2], [3], [4]. Die gesuchten Streuungen der ausgeglichenen Blockkoordinaten wurden in bekannter Weise aus Inversionen der Normalgleichungsmatrizen erhalten.

Obwohl diese Untersuchungen der Praxis der Aerotriangulation wertvolle Dienste geleistet haben, reichen sie aufgrund ihrer Beschränkungen nicht aus, um allgemeine Genauigkeitsmodelle für die Blocktriangulation aufzustellen.

Um die Beschränkungen in bezug auf Blockgröße, Paßpunkt-Anordnung und -Genauigkeit, sowie Querüberdeckung zu überwinden, haben wir im Rahmen von Diplomarbeiten zwei umfangreiche Studien gestartet. Die Genauigkeitsuntersuchung für räumliche Blöcke mit unabhängigen Modellen wurde von Herrn Schuhmacher durchgeführt und ist abgeschlossen [5].

Die entsprechende Studie für Bündelblöcke ist von Herrn Krack begonnen worden und wird von Herrn Schubert weitergeführt [6].

Für die Inversionen der großen Normalgleichungsmatrizen wurde das hochoptimierte Rechenprogramm HYCHOL verwendet [7].

2.1 Räumliche Blöcke mit unabhängigen Modellen

2.1.1 Um die Genauigkeit im Einzelmodell festzulegen, wurden für die Koordinaten der Modellpunkte und der Projektionszentren unterschiedliche Streuungen unterstellt. Korrelationen wurden nicht eingeführt.

	$\sigma_{xm} = \sigma_{ym}$	σ_{zm}	$\sigma_{xo} = \sigma_{yo}$	σ_{zo}
WW	7 μm	10 μm	26 μm	6 μm
OWW	7 μm	11 μm	16 μm	6 μm

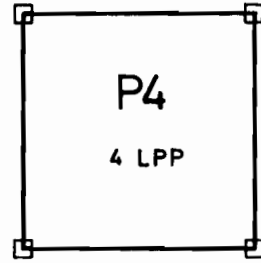
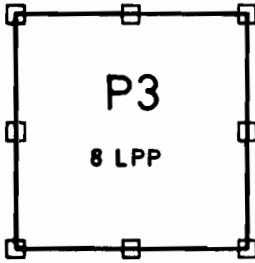
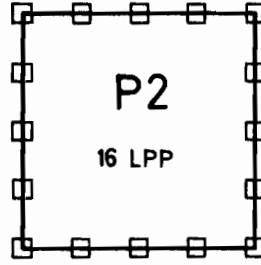
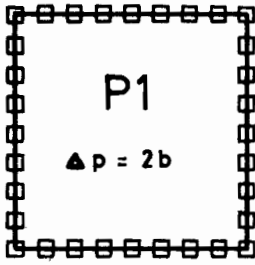
Diese Streuungen sind das Ergebnis einer a posteriori Varianzschätzung, die auf je einen Weit- und Oberweitwinkelstreifen des OEEPE-Testblocks Oberschwaben angewandt worden ist [8]. Alle Streuungen sind auf den Bildmaßstab reduziert.

Ein Vergleich zwischen Weitwinkel und Oberweitwinkel ergibt für die Modellpunkte praktisch die gleiche Genauigkeit. Dies steht in Obereinstimmung mit den Ergebnissen einer empirischen Untersuchung von Dr. Meier [9]. Berücksichtigt man die unterschiedlichen Kammerkonstanten für Weit- und Oberweitwinkel, so stimmen auch die Streuungen der Koordinaten der Projektionszentren gut überein. Daraus läßt sich für beide Bildwinkel annähernd die gleiche Genauigkeit der ausgeglichenen Blockkoordinaten erwarten.

2.1.2 Die Untersuchung erstreckt sich auf 5 verschieden große, quadratische Blöcke mit 10, 20, 30, 40 und 50 Modellen pro Streifen. Die Querüberdeckung beträgt 20% bzw. 60%. Daraus ergeben sich Blockgrößen zwischen 50 und 1640 Modellen. Alle Blöcke sind schematisiert: 60% Längsüberdeckung, konstante Flughöhe, horizontales Gelände und 8 Punkte pro Modell, die beiden Projektionszentren eingeschlossen.

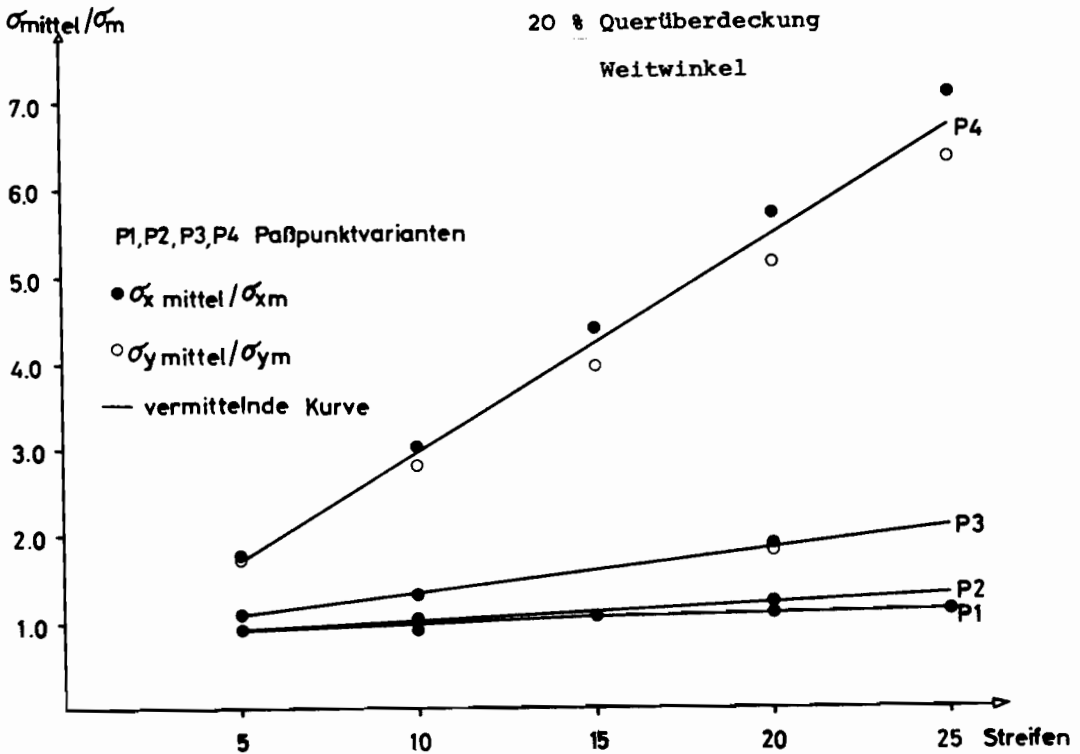
2.1.3 Die Lagegenauigkeit nach der Blockausgleichung hat sich als praktisch unabhängig von der Höhenpaßpunktanordnung erwiesen und analog dazu hat die Lagepaßpunktverteilung nahezu keinen Einfluß auf die Höhengenaugkeit der ausgeglichenen Blockpunkte.

Die vorangegangenen Untersuchungen von Prof. Ackermann zur theoretischen Genauigkeit nach Lageblockausgleichung hatten gezeigt, daß Paßpunkte im Blockinneren praktisch unwirksam sind [10]. Dementsprechend erhalten die 4 Lagepaßpunktanordnungen, die sowohl bei 20% als auch bei 60% Querüberdeckung untersucht wurden, nur Randpunkte.



Das folgende Bild zeigt die Lagegenauigkeit bei einer Querüberdeckung von 20% als Funktion der Streifenanzahl. Für jeden Block wurden die Streuungen σ_x mittel und σ_y mittel als quadratische Mittelwerte der auf den Bildmaßstab reduzierten Streuungen der ausgeglichenen Blockkoordinaten x und y berechnet und danach in Einheiten der Streuungen der x- und y Koordinaten im Einzelmodell ausgedrückt ($\sigma_{xm} = \sigma_{ym} = 7 \mu\text{m}$). Die so erhaltenen Genauigkeitsmaße beschreiben die Fehlerfortpflanzung bei

der Blockausgleichung und sind unabhängig von der Einzelmodell-Genauigkeit, die bekanntlich von der Punktart, von der Qualität der Befliegung, Vorbereitung und Messung und noch von weiteren Faktoren beeinflusst wird.



Für jede der 4 Paßpunktvarianten wurde eine vermittelnde Kurve gerechnet, welche das Genauigkeitsmodell dieser Variante repräsentiert. Aufgrund der geringen Genauigkeitsunterschiede zwischen x und y erscheint für beide Koordinaten jeweils nur eine Kurve.

$$P1 : \sigma_{x \text{ mittel}} / \sigma_{xm} = \sigma_{y \text{ mittel}} / \sigma_{ym} = 0.70 + 0.29 \log n_s$$

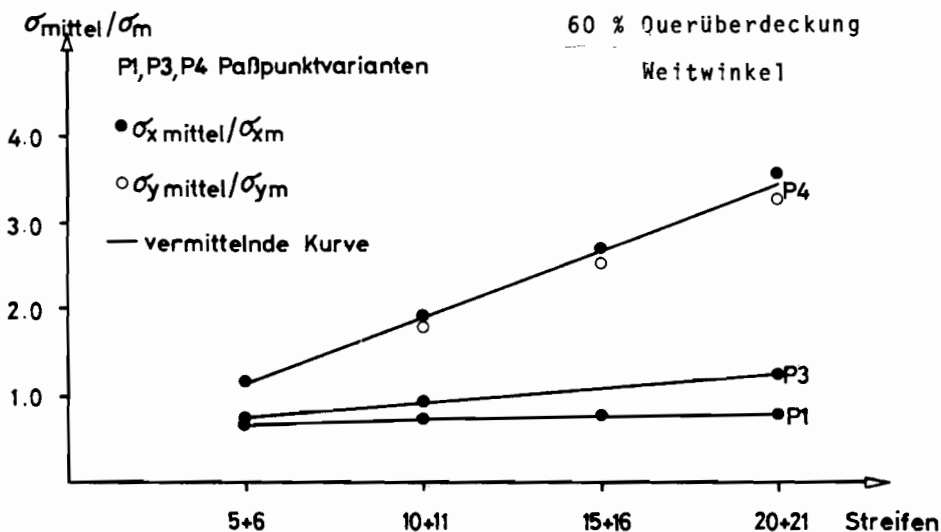
$$P2 : \sigma_{x \text{ mittel}} / \sigma_{xm} = \sigma_{y \text{ mittel}} / \sigma_{ym} = 0.83 + 0.02 n_s$$

$$P3 : \sigma_{x \text{ mittel}} / \sigma_{xm} = \sigma_{y \text{ mittel}} / \sigma_{ym} = 0.83 + 0.05 n_s$$

$$P4 : \sigma_{x \text{ mittel}} / \sigma_{xm} = \sigma_{y \text{ mittel}} / \sigma_{ym} = 0.47 + 0.25 n_s$$

Die Genauigkeitsmodelle sind erfreulich einfach. Im Falle eines dichten Paßpunktrandes (P1) ist die mittlere Streuung eine logarithmische Funktion der Streifenanzahl. In einer vorangegangenen Untersuchung für Lageblöcke mit bis zu 10 000 Modellen [11] hatte ich ebenfalls eine logarithmische Funktion von n_s erhalten. Für die Paßpunktanordnungen P2, P3 und P4 ergibt sich eine lineare Abhängigkeit von n_s .

Bei 60% Querüberdeckung ergeben sich Genauigkeitsmodelle vom gleichen Typ, aber mit kleineren Koeffizienten.



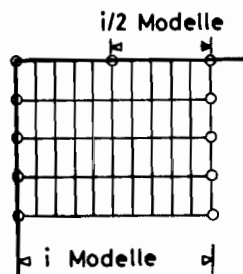
$$P1 : \bar{\sigma}_x \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{xm} = \bar{\sigma}_y \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{ym} = 0.50 + 0.21 \log n_s$$

$$P3 : \bar{\sigma}_x \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{xm} = \bar{\sigma}_y \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{ym} = 0.58 + 0.03 n_s$$

$$P4 : \bar{\sigma}_x \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{xm} = \bar{\sigma}_y \text{ mittel} / \bar{\sigma}_{ym} = 0.34 + 0.15 n_s$$

Das Verhältnis zwischen der maximalen Streuung $\bar{\sigma}_{\max}$ und der mittleren Streuung beträgt im Falle einer dichten Lagepaßpunktbesetzung des Blockrandes etwa 1.1 bis 1.2; die Genauigkeit ist damit im gesamten Block sehr homogen. Bei den anderen Lagepaßpunktvarianten steigt $\bar{\sigma}_{\max} / \bar{\sigma}_{\text{mittel}}$ bis zum Faktor 2 an. Diese Werte gelten sowohl für 20% als auch für 60% Querüberdeckung.

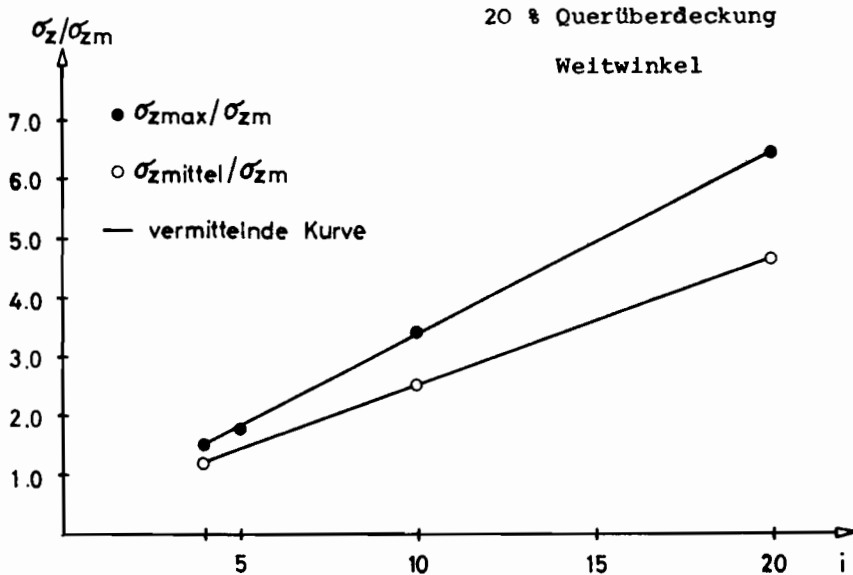
2.1.4 In der Höhe wurden in Blöcken mit 20% Querüberdeckung von jeher schon dichte Paßpunktketten quer zur Streifenrichtung im Abstand von i Modellen angeordnet.



Prof. Jerie hat aufgrund seiner Genauigkeitsstudien für Höhenblöcke mit 20% Querüberdeckung zusätzliche Randpaßpunkte zwischen den Ketten vorgeschlagen; vorwiegend um die maximale Streuung der ausgeglichenen

z-Koordinaten zu verringern [12]. Unsere Untersuchungen haben bestätigt, daß diese Höhenpaßpunktverteilung für 20% Querüberdeckung optimal ist.

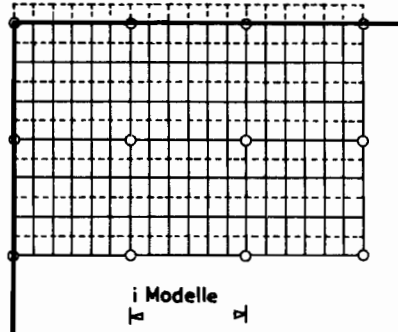
Das folgende Bild zeigt die zugehörige Höhengenaugigkeit in Funktion der Anzahl der überbrückten Modelle i . Sie ist praktisch unabhängig von der Blockgröße. Für jeden Block wurden auf den Bildmaßstab bezogene Streuungen σ_z mittel und σ_z max berechnet und in Einheiten der Streuungen der z-Koordinaten im Einzelmodell ausgedrückt ($\sigma_{zm} = 10 \mu\text{m}$). Sowohl die mittlere als auch die maximale Streuung kann in guter Näherung als lineare Funktion von i approximiert werden.



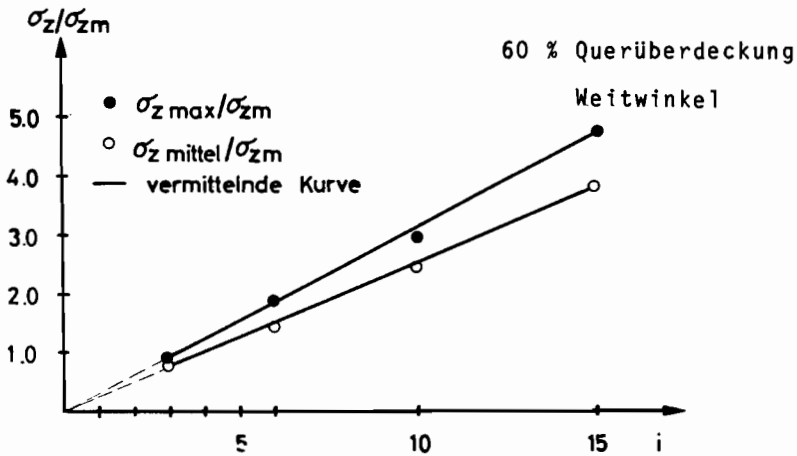
$$H2 : \bar{\sigma}_z \text{ mittel} / \sigma_{zm} = 0.34 + 0.22 i$$

$$\bar{\sigma}_z \text{ max} / \sigma_{zm} = 0.27 + 0.31 i$$

Als günstigste Höhenpaßpunktverteilung für 60% Querüberdeckung hat sich ein quadratisches Paßpunktraster ergeben, das jeweils i Modelle überbrückt.



Die Höhengenaugigkeit ist wieder weitgehend unabhängig von der Blockgröße. Sowohl die mittlere als auch die maximale Streuung steigt annähernd linear mit i an.



$$H4 : \begin{aligned} \sigma_{z \text{ mittel}} / \sigma_{zm} &= 0.25 i \\ \sigma_{z \text{ max}} / \sigma_{zm} &= 0.31 i \end{aligned}$$

Aus dem linearen Genauigkeitsmodell ohne konstantes Glied ergibt sich, daß die auf das Gelände bezogenen Streuungen σ_z mittel und $\sigma_z \max$ nur eine Funktion des Paßpunktabstandes im Gelände sowie der Streuung σ_{zm} im Einzelmodell sind und vom Bildmaßstab nicht beeinflußt werden. Dies gibt ein hohes Maß an Freiheit bei der Planung praktischer Projekte.

2.1.5 Ein Vergleich der entsprechenden Genauigkeitsmodelle zeigt, daß die Erhöhung der Querüberdeckung von 20% auf 60% die Genauigkeit umso mehr verbessert je ungünstiger die Paßpunktanordnung ist.

In der Lage ergibt sich für die untersuchten Blöcke eine Genauigkeitssteigerung um den Faktor 1.4 bis 1.6.

In der Höhe ist der Vorteil von 60% Querüberdeckung gegenüber nur 20% noch erheblich größer:

$\sigma_z \max / \sigma_{zm}$ für $q = 20\%$	Paßpunkteinsparung bei gleicher Höhengenaui- gkeit	Genauigkeitssteigerung bei gleicher Anzahl von Höhenpaßpunkten
1.0	Faktor 2.1	Faktor 1.5
2.0	Faktor 3.6	Faktor 1.9
3.0	Faktor 5.1	Faktor 2.3

Ein weiterer Vorteil der 60%igen Querüberdeckung besteht in der hohen Steifigkeit des Blockverbandes, die im Gegensatz zur 20%igen Querüberdeckung auch quer zur Streifen - richtung gewährleistet ist. Daraus ergibt sich, daß bei der Anordnung der Höhenpaßpunkte nicht auf ihre Lage innerhalb der einzelnen Modelle Rücksicht genommen zu werden braucht, was eine innerhalb der gesteckten Genauigkeitsgrenzen zufällige Verteilung der Höhenpaßpunkte erlaubt. Die bedeutet wieder mehr Freiheit bei der Planung der Blocktriangulation.

Zieht man all diese Vorteile in Betracht, so kann eine stärkere Anwendung der 60%igen Querüberdeckung wirklich empfohlen werden.

2.1.6 Bisher wurden die Paßpunkte als fehlerfrei angenommen. Oft ist diese Annahme aber nicht gerechtfertigt, insbesondere nicht in der kleinmaßstäblichen Aerotriangulation.

Wir haben daher anhand eines Blocks mit 200 Modellen und sehr günstiger Paßpunktverteilung in Lage und Höhe untersucht, in welchem Maße die Genauigkeit der ausgeglichenen Blockkoordinaten durch nicht fehlerfreie Paßpunkte verschlechtert wird.

Nicht fehlerfreie Paßpunkte

$$\text{Version 1 : } \sigma_{xpp} = \sigma_{xm} \quad \sigma_{ypp} = \sigma_{ym} \quad \sigma_{zpp} = \sigma_{zm}$$

$$\text{Version 2 : } \sigma_{xpp} = 5\sigma_{xm} \quad \sigma_{ypp} = 5\sigma_{ym} \quad \sigma_{zpp} = 2\sigma_{zm}$$

Genauigkeitsverluste

	σ_x mittel	σ_y mittel	σ_z mittel	σ_x max	σ_y max	σ_z max
Version 1 :	1.04	1.04	1.17	1.12	1.12	1.14
Version 2 :	1.55	1.58	1.49	2.50	2.40	1.44

Wenn die Paßpunkte die gleiche Genauigkeit haben wie die Photogrammetrie wird die Blockgenauigkeit nur geringfügig reduziert. Im Falle wirklich schlechter Paßpunkte können die mittleren Streuungen und insbesondere die maximalen Streuungen dagegen beträchtlich anwachsen.

2.2 Bündelblöcke

Eine umfangreiche Studie, die analog zu der abgeschlossenen Untersuchung für unabhängige Modelle gegenwärtig durchgeführt wird, hat das Ziel, theoretische Genauigkeitsmodelle für die Bündelblockausgleichung aufzustellen.

Gleichzeitig soll sie einen vollständigen Vergleich der theoretischen Genauigkeit der räumlichen Blockausgleichung mit Bündeln und mit unabhängigen Modellen ermöglichen.

Dazu war es notwendig, die Genauigkeit im Einzelbild aus dem gleichen praktischen Material des Projekts Oberschwaben abzuleiten, das zuvor in der Untersuchung für unabhängige Modelle verwendet wurde (siehe 2.1.1). Aufgrund der getroffenen Annahme unkorrelierter Bildkoordinaten mit dem Gewicht 1 wird die Genauigkeit im Einzelbild durch den mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 vollständig beschrieben.

Zur Bestimmung von σ_0 für Weitwinkel und Oberweiteinkel wurden die beiden Oberschwaben-Streifen einer Bündel- ausgleichung mit dem neuen Rechenprogramm PAT-B unterworfen [13]. Dabei ergab sich sowohl für Weitwinkel als auch für Oberweiteinkel

$$\sigma_0 = 6 \mu\text{m}$$

Die ersten theoretischen Genauigkeitsvergleiche zwischen den beiden Blockausgleichungsverfahren zeigen für Weitwinkel beispielsweise, daß die mittleren Streuungen in x und y in einem Block mit 200 Modellen und dichtem Lagepaßpunktrand um den Faktor 1.6 verbessert werden, wenn die Blockausgleichung statt mit unabhängigen Modellen mit Bündeln durchgeführt wird. Diese Genauigkeitssteigerung gilt sowohl für 20% als auch für 60% Querüberdeckung.

Ein Vergleich der theoretischen Höhengenaugigkeit für Weitwinkel hat gezeigt, daß die Bündelblockausgleichung der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen umso mehr überlegen ist, je mehr Modelle überbrückt werden.

		σ_z mittel	σ_z max
q = 20%	H2: i = 4	Faktor 1.2	Faktor 1.0
	H2: i = 12	Faktor 1.3	Faktor 1.5
q = 60%	H4: i = 3	Faktor 1.1	Faktor 1.0
	H4: i = 7	Faktor 1.3	Faktor 1.1

Für Oberweitwinkelaufnahmen ergibt die Bündelgleichung bei gleichem Bildmaßstab die gleiche theoretische Lagegenauigkeit wie für Weitwinkelbilder, aber eine im Verhältnis der Brennweiten verbesserte Höhengenaugigkeit. Hier besteht ein wesentlicher Unterschied zu den entsprechenden Ergebnissen für unabhängige Modelle, die für beide Bildwinkel annähernd die gleiche Höhengenaugigkeit gezeigt haben. Ob dieser Unterschied realistisch ist, müssen entsprechende empirische Untersuchungen noch zeigen.

3. Systematische Fehler

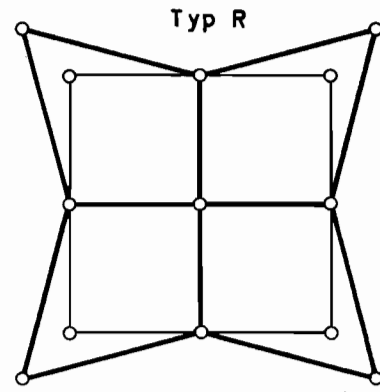
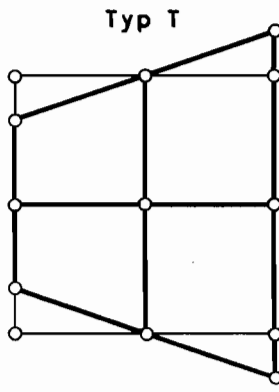
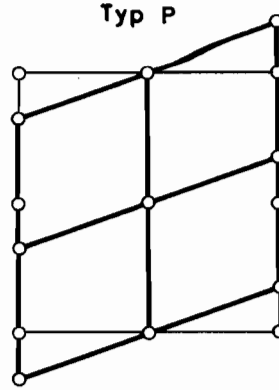
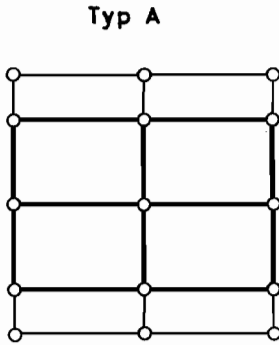
Die Bedeutung systematischer Fehler für die räumliche Blocktriangulation ist in den letzten Jahren stark in das Bewußtsein der Photogrammeter getreten. Dazu hat Dr. Kubik mit seinen Untersuchungen zur Wirkung systematischer Bildfehler in Bündelblöcken wesentlich beigetragen [14].

Das Hauptproblem bei Studien dieser Art besteht in der Wahl hinreichend repräsentativer systematischer Bildfehler. Erschwert wird die Aufgabe noch dadurch, daß die Systematik in der Praxis innerhalb eines Blocks auch noch variieren kann.

Die Durchführung der Untersuchungen ist vergleichsweise einfach, da sich operationelle Rechenprogramme dafür verwenden lassen. Zunächst fehlerfreie, schematische Bildkoordinaten werden mit den systematischen Fehlern überlagert und der Blockausgleichung unterworfen. Die Abweichungen der ausgeglichenen von den fehlerfreien Blockkoordinaten ergeben die systematischen Fehler nach Blockausgleichung, aus denen sich schließlich Maximalwerte und quadratische Mittelwerte für die Koordinaten x , y und z angeben lassen.

3.1 Die Wirkung systematischer Bildfehler in Bündelblöcken

3.1.1 Dr. Kubik hat in seiner Untersuchung aus der Vielzahl möglicher systematischer Bildfehler 4 Typen ausgewählt und weiterhin angenommen, daß alle Bilder des Blocks gleich deformiert sind.



—| 10 μ m

Die Wirkung dieser Bildfehler wird vorwiegend durch die Blockgröße und durch die Paßpunktverteilung in Lage und Höhe beeinflußt. In der folgenden Tabelle sind die Hauptergebnisse für eine Auswahl untersuchter Bündelblöcke zusammengestellt. Die Genauigkeit bezieht sich auf den Bildmaßstab und ist in μ m ausgedrückt. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler, der sich aufgrund der systematischen Bildfehler bei der Bündelblockausgleichung ergibt, ist mit σ_{0s} bezeichnet; σ_{xs} , σ_{ys} , σ_{zs} sind die quadratischen Mittelwerte und e_{xs} , e_{ys} , e_{zs} die Maximalwerte der systematischen Koordinatenfehler der Blockpunkte.

Typ	Modelle	LPP	HPP	σ_{0s}	σ_{xs}	σ_{ys}	σ_{zs}	e_{xs}	e_{ys}	e_{zs}
A	2.4	P1	i=2	4.9	1	6	8	2	15	15
		P4	i=2	2.3	5	7	2	15	15	5
	6.12	P1	i=2	5.7	2	7	9	4	23	28
		P4	i=6	0.8	17	18	3	40	46	7
	8.16	P4	i=8	0.7	22	23	5	52	62	12
P	2.4	P1	i=2	6.0	3	2	2	7	5	4
		P4	i=2	2.4	7	7	3	17	16	7
	6.12	P1	i=2	6.4	3	2	1	11	7	5
		P4	i=6	0.8	18	17	5	43	42	12
	8.16	P4	i=8	0.6	23	22	6	55	55	19
T _b	2.4	P1	i=2	4.9	1	0	3	3	1	6
		P4	i=2	5.3	2	1	3	3	2	8
	6.12	P1	i=2	4.6	1	0	3	4	1	11
		P4	i=6	5.0	6	1	3	7	3	10
R	2.4	P1	i=2	4.2	1	2	10	2	5	17
		P4	i=2	4.2	2	3	12	4	7	20
	6.12	P4	i=6	4.7	7	6	11	14	13	24
		P4	i=8	4.7	9	8	11	18	18	24

3.1.2 Die größten Lagefehler ergeben sich bei Typ A und P. Das bedeutet, daß sich affine Maßstabs- und Winkelfehler auf die Lage besonders auswirken.

Die Fehlerfortpflanzung zeigt zwei Tendenzen. Einerseits nehmen sowohl die Mittelwerte $\bar{\sigma}_s$ als auch die Maxima ρ_s mit der Blockgröße zu und andererseits ergibt die Variante P4 mit nur 4 Lagepaßpunkten weit größere systematische Fehler der Blockkoordinaten als die Variante P1 mit dichtem Lagepaßpunktrand.

Beide Tendenzen gelten prinzipiell auch für zufällige Fehler. Zieht man die Beträge der Mittelwerte und Maxima mit in Betracht, so läßt sich für die Lage sagen, daß die Fortpflanzung systematischer Bildfehler vom Typ A und P der Fortpflanzung zufälliger Fehler annähernd vergleichbar ist.

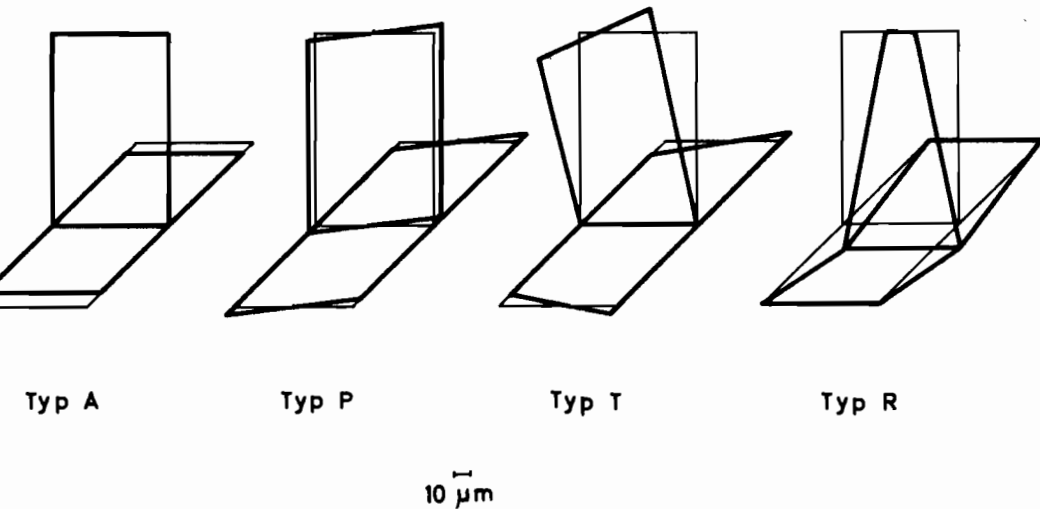
Anders als bei zufälligen Fehlern aber kann $\bar{\sigma}_{0s}$ nicht als Maß für die systematischen Bildfehler verwendet werden.

3.1.3 Die größten Höhenfehler nach der Bündelblockausgleichung ergeben sich bei einer radialen Verzeichnung vom Typ R. Die Beträge selbst sind aber verhältnismäßig klein.

Für die untersuchten systematischen Bildfehler läßt sich daher feststellen, daß sie sich in bezug auf die Höhe günstiger fortpflanzen als zufällige Fehler.

3.2 Die Wirkung systematischer Fehler in räumlichen Blöcken mit unabhängigen Modellen

3.2.1 Das Problem wurde im Rahmen einer weiteren Diplomarbeit von Herrn Werner untersucht [15]. Die systematisch deformierten Einzelmodelle wurden durch relative Orientierung der Bilder vom Deformationstyp A, P, T und R erhalten.



Die räumliche Blockausgleichung ist mit dem Rechenprogramm PAT-M43 durchgeführt worden [7]. Dabei haben wir unterstellt, daß alle Modelle gleich deformiert sind. In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse zusammengestellt. Mit σ_{osl} und σ_{osh} werden die mittleren Gewichtseinheitsfehler der Lageblockausgleichung und der Höhenblockausgleichung bezeichnet, die sich aufgrund der systematischen Modellfehler ergeben. Die mittleren und maximalen systematischen Koordinatenfehler der Blockpunkte sind wieder in μm ausgedrückt und beziehen sich auf den Bildmaßstab.

Typ	Modelle	LPP	σ_{os1}	σ_{xs}	σ_{ys}	e_{xs}	e_{ys}	HPP	σ_{osh}	σ_{zs}	e_{zs}
A	10.20	P1	5.2	1	2	5	6	i= 4	1.2	1	3
		P4	0.6	30	29	75	75	i=10	0.6	0	0
P	10.20	P1	4.7	2	1	5	5	i= 4	1.2	0	1
		P4	0.6	26	26	68	68	i=10	0.6	0	0
T _b	10.20	P1	9.9	2	7	3	11	i= 4	14.9	1	3
		P4	9.8	8	11	23	44	i=10	14.5	1	4
R	10.20	P1	-	-	-	-	-	i= 4	9.1	19	42
		P4	-	-	-	-	-	i=10	9.0	66	123

3.2.2 Wie bei der Bündelblockausgleichung treten die größten Lagefehler bei den Deformationstypen A und P auf. Im Falle eines dichten Lagepaßpunktrandes (P1) ergibt die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen kleinere systematische Fehler der Blockpunkte als die Bündelblockausgleichung. Bei nur 4 Lagepaßpunkten in den Blockecken (P4) liefern beide Verfahren etwa die gleiche Lagegenauigkeit. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_{os1} für die Lage ist auch hier als Maß für die systematischen Fehler im Einzelmodell ungeeignet.

3.2.3 Die Höhe wird praktisch nur im Falle einer radialen, quadratischen Verzeichnung R verfälscht. Mittelwert und Maximum der systematischen Blockfehler sind hier größer als bei der Bündelblockausgleichung und steigen insbesondere mit der Zahl der überbrückten Modelle i stark an. Auch in der Höhe erlaubt der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_{osh} kaum Rückschlüsse auf die Beträge der systematischen Fehler im Einzelmodell.

4. Eine gemeinsame Betrachtung zufälliger und systematischer Fehler

4.1 Liegen die entsprechenden Ergebnisse für den Einfluß zufälliger und systematischer Fehler auf die räumliche Blockausgleichung vor, so ist es möglich, die gemeinsame Wirkung beider Fehlertypen anzugeben.

Wir führen ein Genauigkeitsmaß μ ein als zu erwartende mittlere quadratische Abweichung der mit zufälligen und systematischen Fehlern behafteten ausgeglichenen Blockkoordinaten x, y oder z von ihren Sollwerten.

$$\mu^2 = E \left[\sum \Delta^2 / n \right] \quad (1)$$

Δ bezeichnet eine einzelne Koordinatenabweichung vom Sollwert. Ihren zufälligen Anteil nennen wir Δ_z und ihren systematischen Anteil Δ_s .

$$\Delta = \Delta_z + \Delta_s \quad (2)$$

Wir bestimmen zuerst den Summenausdruck in (1) und danach seinen Erwartungswert.

$$\sum \Delta^2/n = \sum \Delta_z^2/n + \sum \Delta_s^2/n + 2 \sum \Delta_z \Delta_s/n \quad (3)$$

$$\mu^2 = E[\sum \Delta^2/n] = \sum E[\Delta_z^2]/n + \sum E[\Delta_s^2]/n + 2 \sum E[\Delta_z \Delta_s]/n \quad (4)$$

Definitionsgemäß gilt für die zufällige Abweichung Δ_z

$$E[\Delta_z] = 0 \quad (5)$$

Daraus folgt:

$$E[\Delta_z^2] = \sigma_{\Delta_z}^2 \quad (6)$$

Die systematischen Abweichungen Δ_s sind Konstante.

Daher gilt:

$$E[\Delta_s^2] = \Delta_s^2 \quad (7)$$

Für μ^2 und μ selbst ergibt sich damit:

$$\mu^2 = \left[\sigma_{\Delta_z}^2/n + \Delta_s^2/n \right] = \sigma_{\text{mittel}}^2 + \sigma_s^2 \quad (8)$$

$$\mu = (\sigma_{\text{mittel}}^2 + \sigma_s^2)^{1/2} \quad (9)$$

Das gesuchte Genauigkeitsmaß μ ergibt sich somit in einfacher Weise aus der mittleren Streuung σ_{mittel} aufgrund der zufälligen Fehler und aus dem quadratischen Mittelwert σ_s der systematischen Fehler der Blockkoordinaten.

Beziehen wir μ auf die einzelnen Koordinaten x , y und z so ergibt sich schließlich

$$\mu_x = (\sigma_{x \text{ mittel}}^2 + \sigma_{x_s}^2)^{1/2} \quad (10 \text{ a})$$

$$\mu_y = (\sigma_{y \text{ mittel}}^2 + \sigma_{y_s}^2)^{1/2} \quad (10 \text{ b})$$

$$\mu_z = (\sigma_{z \text{ mittel}}^2 + \sigma_{z_s}^2)^{1/2} \quad (10 \text{ c})$$

4.2 Wir suchen weiterhin den mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 , der sich aufgrund der vorhandenen zufälligen und systematischen Fehler bei der Blockausgleichung erwarten läßt. Da σ_0 eine zufällige Veränderliche ist, fragen wir ganz konkret nach dem Erwartungswert des Varianzfaktors σ_0^2 .

Ich habe dieses Problem schon in einer früheren Untersuchung behandelt [16]. Die Anwendung auf unseren Fall ergibt

$$E[\sigma_0^2] = \sigma_{oz}^2 + \sigma_{os}^2 \quad (11)$$

σ_{oz} ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler aufgrund der zufälligen Fehler. Da wir von Bild- oder Modellfehlern bekannter Größe ausgegangen sind, ist dieser a priori bekannt. σ_{os} bedeutet den mittleren Gewichtseinheitsfehler der Blockausgleichung, der sich aufgrund der systematischen Fehler allein ergibt.

4.3 Ähnlich wie zuvor bei zufälligen Fehlern können wir nun auch die mittleren Abweichungen μ_x , μ_y und μ_z in Einheiten von $(E[\sigma_o^2])^{1/2}$ ausdrücken.

Die so erhaltenen Größen

$$\mu_x / (E[\sigma_o^2])^{1/2} = ((\sigma_x^2 \text{ mittel} + \sigma_{xs}^2) / (\sigma_{oz}^2 + \sigma_{os}^2))^{1/2} \quad (12a)$$

$$\mu_y / (E[\sigma_o^2])^{1/2} = ((\sigma_y^2 \text{ mittel} + \sigma_{ys}^2) / (\sigma_{oz}^2 + \sigma_{os}^2))^{1/2} \quad (12b)$$

$$\mu_z / (E[\sigma_o^2])^{1/2} = ((\sigma_z^2 \text{ mittel} + \sigma_{zs}^2) / (\sigma_{oz}^2 + \sigma_{os}^2))^{1/2} \quad (12c)$$

sind wieder unabhängig vom mittleren Gewichtseinheitsfehler und beschreiben die gemeinsame Fortpflanzung zufälliger und systematischer Fehler.

Auf dieser allgemeinen Basis lassen sich nun Genauigkeitsmodelle für die räumliche Blockausgleichung aufstellen, welche beiden Fehlerarten Rechnung tragen.

5. Ausblick

Obwohl wir heute schon einen relativ guten Überblick über die Genauigkeitseigenschaften der räumlichen Blockausgleichung haben und einzelne Teilkenntnisse sogar schon sehr gut sind, stehen noch wichtige Aufgaben zur Lösung an:

- Für die Bündelblockausgleichung sind theoretische Genauigkeitsmodelle auf der Basis zufälliger Fehler aufzustellen. Diese Aufgabe wird voraussichtlich bis zum Sommer des Jahres gelöst sein.
- Wir benötigen noch mehr Information über die systematischen Fehler im Einzelbild und im Einzelmodell.

Von Wichtigkeit sind sowohl die häufigsten Typen systematischer Fehler als auch ihre Beträge.

- Die Studien zur Wirkung systematischer Fehler in räumlichen Blöcken mit Bündeln und unabhängigen Modellen sind in erweiterter Form fortzusetzen. Die notwendige Erweiterung bezieht sich sowohl auf die zu untersuchenden Typen systematischer Fehler als auch auf die Blockparameter.
- Schließlich sind die entsprechenden Ergebnisse der einzelnen Untersuchungen in der zuvor aufgezeigten Weise gemeinsam zu verarbeiten. Das Ziel sind allgemeine Genauigkeitsmodelle für die räumliche Blockausgleichung auf der Basis gleichzeitig vorhandener zufälliger und systematischer Fehler.

Literatur

- [1] Kunji, B. : The accuracy of spatially adjusted blocks. Presented paper for commission III, Lausanne 1968.
- [2] Talts, J. : On the theoretical accuracy of rigorous block adjustment in planimetry und elevation. Presented paper for commission III, Lausanne 1968. Geographical Survey Office of Sweden, Stockholm. Repr. from paper No A 37, p. 28, 37 - 46.
- [3] Kilpelä, E. : Paßpunktanordnungen bei der Bündel- ausgleichung der analytischen Photo- grammetrie. The phot. journal of Finland, 5, 1971.
- [4] Gyer, M.S. and J.F. Kenefick : Propagation of Error in Blocks. Phot. Eng. 36, 967-973, 1970.
- [5] Schuhmacher, U. : Die theoretische Genauigkeit der räumlichen Blocktriangulation mit unabhängigen Modellen am Beispiel großer Blöcke mit schwacher Modell- verknüpfung. Selbständige Arbeit und Diplomarbeit Fachbereich Geo- däsie, Universität Stuttgart 1972.
- [6] Krack, K. : Zweckmäßige Höhenpaßpunktanordnung und Genauigkeitserwartung großer Bündelblöcke. Diplomarbeit Fach- bereich Geodäsie, Universität Stuttgart 1971.
- [7] Ackermann, F., Ebner, H. und Klein, H.: Ein Programm-Paket für die Aero- triangulation mit unabhängigen Mo- dellen. Bul 38, 218-224, 1970.
- [8] Ebner, H. : A posteriori Varianzschätzungen für die Koordinaten unabhängiger Mo- delle. Z.f.V. 97, 166-172, 1972.

- [9] Meier, H.K. : Modellvorstellungen zur Luftbild-
Aufnahmedisposition und ihr Vergleich
mit praktischen Testergebnissen.
BuL 38, 50-62, 1970.
- [10] Ackermann, F. : Theoretische Beispiele zur Lagegenauig-
keit ausgeglichener Blöcke. BuL 35,
114-122, 1967.
- [11] Ebner, H. : Die theoretische Lagegenauigkeit ausge-
glichener Blöcke mit bis zu 10 000 un-
abhängigen Modellen. BuL 38, 225-231,
1970.
- [12] Jerie, H.G. : Height Precision after Block Adjustment.
Photogrammetria 19, 500-504, 1962/1964.
- [13] Meixner, H. : A universal computer program for analy-
tical aerotriangulation. AVN, 281-289,
1972.
- [14] Kubik, K. : The effect of systematic image errors
in block triangulation. ITC publication
A 49, 1971.
- [15] Werner, R. : Die Auswirkung systematischer Fehler
der Modellkoordinaten auf die räum-
liche Blockausgleichung. Diplomarbeit
Fachbereich Geodäsie, Universität Stutt-
gart 1973.
- [16] Ebner, H. : Zur Überprüfung der unter vereinfachten
Annahmen erhaltenen Genauigkeit von Aus-
gleichungen mit Hilfe übergeordneter
Modelle. Z.f.V. 94, 264-268, 1969.

