

## AUTOMATISCHE KOMPENSATION SYSTEMATISCHER FEHLER BEI DER BLOCKAUSGLEICHUNG MIT UNABHÄNGIGEN MODELLEN <sup>1)</sup>

Von H. Ebner und W. Schneider, Stuttgart

### VORBEMERKUNGEN

Die Anstrengungen, die Genauigkeit der Blockausgleichung weiter zu verbessern, konzentrieren sich heute auf die Kompensation systematischer Fehler. Diese neue Zielrichtung für die Weiterentwicklung der Aerotriangulation ergibt sich ganz folgerichtig aus der Tatsache, daß die, der Ausgleichung zugrundeliegenden Bild- oder Modellkoordinaten im allgemeinen beträchtliche systematische Fehler aufweisen. Der systematische Anteil am Gesamtfehler ist zumeist gleich groß oder größer als der echt zufällige Anteil (siehe z.B. [1]).

Nicht kompensierte systematische Fehler verschlechtern aber nicht nur die Genauigkeit im Einzelbild oder Einzelmodell, sondern pflanzen sich bei der Blockausgleichung häufig auch sehr ungünstig fort. Auf diese Weise können Phänomene auftreten, die in klarem Widerspruch zu der, auf zufälligen Fehlern beruhenden Genauigkeitstheorie der Blockausgleichung stehen [2]. Typische Phänomene dieser Art sind:

- Die Genauigkeitsabnahme mit wachsender Blockgröße ist ungünstiger als es die Theorie vorhersagt.
- Eine Verringerung der Paßpunktanzahl reduziert die Genauigkeit in höherem Maße als theoretisch zu erwarten ist.
- Eine Erhöhung der Querüberdeckung von 20 % auf 60 % führt zu keiner wesentlichen Genauigkeitssteigerung.
- Ausgehend vom selben Datenmaterial ergibt die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen u.U. eine bessere Genauigkeit als die Bündelblockausgleichung (siehe dazu [3] und [4]).

Unter den Methoden die systematischen Fehler der photogrammetrischen Ausgangsdaten möglichst automatisch zu kompensieren ist die Selbstkalibrierung mit Hilfe zusätzlicher Parameter heute die leistungsfähigste. Dabei sei betont, daß die Selbstkalibrierung hier nicht auf die Kalibrierung des Aufnahmeobjekts beschränkt ist, wie z.B. in [5], sondern als Kalibrierung des gesamten photogrammetrischen Systems in Bezug auf das geodätische Paßpunktsystem verstanden wird.

Bei der Bündelblocktriangulation werden zusätzliche Parameter für die Kompensation systematischer Fehler schon seit einiger Zeit und an mehreren Stellen verwendet [6], [7], [8]. Eine entsprechende Anwendung der Selbstkalibrierung auf die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen ist dagegen bisher nicht bekannt geworden.

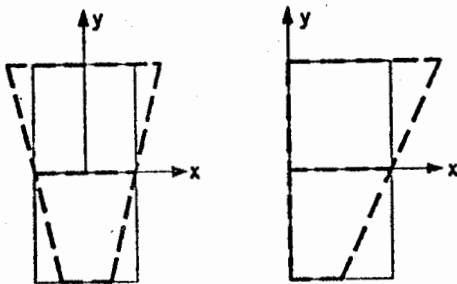
---

<sup>1)</sup> Inhaltlich wesentlich erweiterte Version des gleichnamigen Esslinger Vortrags.

## DAS FUNKTIONALMODELL DER SELBSTKALIBRIERUNG

Der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen wird die bewährte Konzeption der Lage-Höhen-Iteration zugrundegelegt, wie sie im Rechenprogramm PAT-M43 verwirklicht ist [9]. Dieses Funktionalmodell wird erweitert, indem eine Anzahl zweckmäßig ausgewählter zusätzlicher Parameter mit angesetzt wird. Von diesen Parametern wird verlangt, daß sie die, aufgrund der vorhandenen Paß- und Verknüpfungspunkte erkennbaren systematischen Fehler der Modellkoordinaten, die innerhalb des Blocks auch variieren können, möglichst vollständig kompensieren. Im Gegensatz zu den bisherigen Rechenprogrammen mit Selbstkalibrierung, die jeweils blockinvariante zusätzliche Parameter verwenden, wird daher die Möglichkeit geboten, für verschiedene Gruppen von Modellen, für die unterschiedliche systematische Deformationen erwartet werden können auch getrennte Gruppen zusätzlicher Parameter anzusetzen.

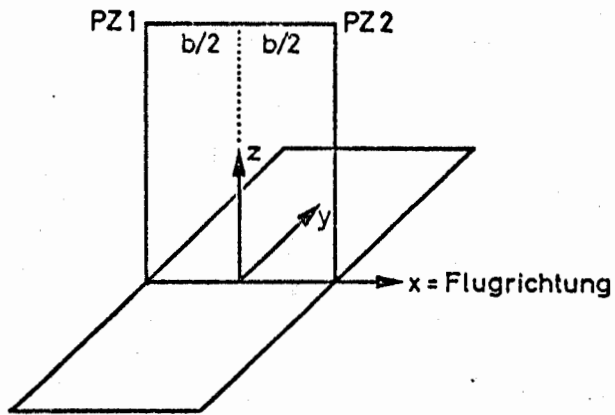
Bei der Formulierung der Kompensation identischer Deformationen in verschiedenen Modellen ergibt sich ein Problem, das daraus folgt, daß jedes Modell einen beliebigen Koordinatenursprung hat. Korrigiert man beispielsweise mehrere Modelle einheitlich nach  $\Delta x = axy$  und  $\Delta y = 0$ , so ergeben sich in den einzelnen Modellen ganz unterschiedliche Wirkungen, die von der Lage des Koordinatenursprungs im jeweiligen Modell abhängen (siehe Figur 1). Das Problem tritt bei der Bündelblockausgleichung mit Selbstkalibrierung nicht auf, da hier durch die Rahmenmarken ein einheitliches Koordinatensystem für alle Bilder definiert ist.



Figur 1

In einer vorangegangenen Arbeit der Verfasser wurde dieses Problem gelöst indem nur solche zusätzliche Parameter verwendet wurden, die invariant gegenüber Verschiebungen des Koordinatensystems sind [10]. Diese Bedingung führt zu 4 Lageparametern und zu 6 Höhenparametern die eine Kompensation der gefährlichsten Streifen bzw. Blockdeformationen erlauben, die auch Schut in [11] anführt.

Trotz der Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes besteht aber der Wunsch zu einer noch weiter reichenden Kompensation systematischer Fehler. Dies setzt allerdings einen einheitlichen Koordinatenursprung der Modelle voraus. Darüberhinaus empfiehlt es sich, auch die Koordinatenrichtungen für alle Modelle einheitlich anzunehmen, indem man etwa die positive x-Achse in Flugrichtung weisen läßt. Praktisch kann dies verwirklicht werden, indem den Projektionszentren als Punktnummern die Bildnummern der Befliegung zugeordnet werden und die positive x-Achse als jene Richtung definiert wird, die von der kleineren PZ Nr. zur größeren weist. Figur 2 zeigt das spezielle Modellkoordinatensystem, das der vorliegenden Arbeit zugrundeliegt.



Figur 2

Zur Kompensation der systematischen Fehler der x, y und z Modellkoordinaten werden Polynome in x und y angesetzt. Auf eine Abhängigkeit von der z Koordinate wird verzichtet. Dies ist sicher gerechtfertigt solange das Gelände nicht ausgesprochen gebirgigen Charakter hat. Bei der Auswahl der Polynomglieder kann von dem in Figur 2 dargestellten schematischen Standardmodell ausgegangen werden. Dabei zeigt sich, daß in x Richtung 2, in y Richtung aber 3 Stützpunkte vorliegen. Dementsprechend wird der Polynomgrad in x zu 1 und in y zu 2 gewählt.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & y & y^2 \\ x & xy & xy^2 \end{bmatrix}$$

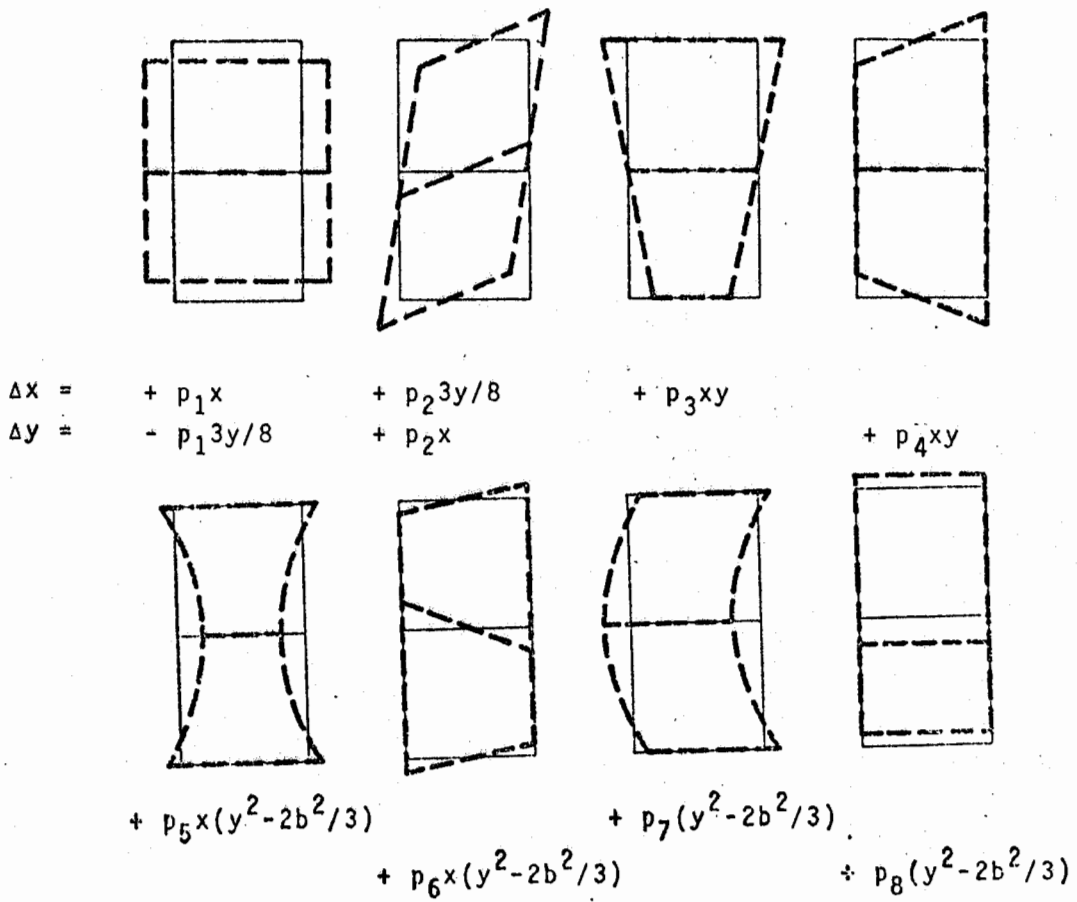
Figur 3

Figur 3 zeigt die 6 Polynomglieder, die sich auf diese Weise für die x, y und z Koordinaten der Modellpunkte ergeben. Dazu kommen noch 3 Glieder, welche die systematischen Fehler der Projektionszentren in x, y und z Richtung kompensieren. Von diesen  $3 \cdot 6 + 3 = 21$  Gliedern werden 7 schon von der räumlichen Ähnlichkeitstransformation erfaßt, die der Blockausgleichung

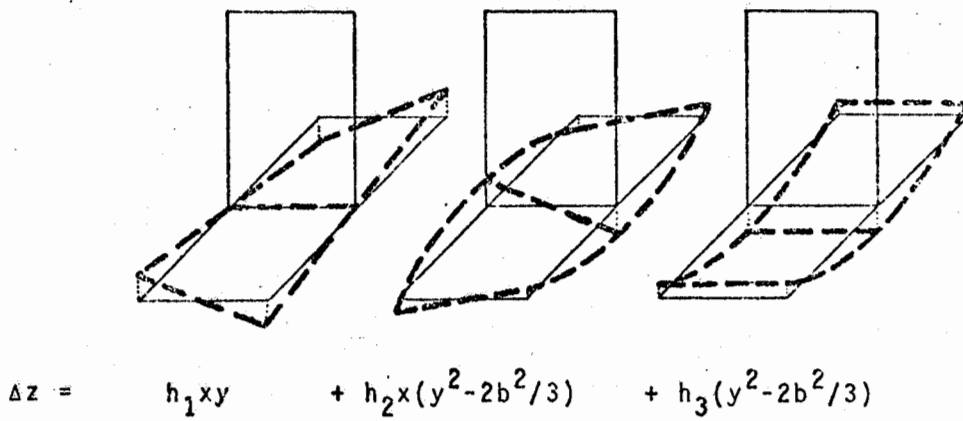
mit unabhängigen Modellen zugrundeliegt. Die verbleibenden  $21 - 7 = 14$  Polynomglieder können sodann als zusätzliche Parameter der Blockausgleichung behandelt werden. Im Falle von 6 Punkten pro Modell - dem Standardfall der Aerotriangulation - erlauben sie eine vollständige Kompensation der systematischen Fehler der x, y und z Koordinaten.

In Figur 4 und Figur 5 sind die Wirkungsfiguren der 14 zusätzlichen Parameter dargestellt. Die Figur 4 bezieht sich auf die Lageblockausgleichung mit den zusätzlichen Parameter  $p_1$  bis  $p_8$  und die Figur 5 auf die Höhenblockausgleichung, bei der die zusätzlichen Parameter  $h_1$  bis  $h_6$  verwendet werden.

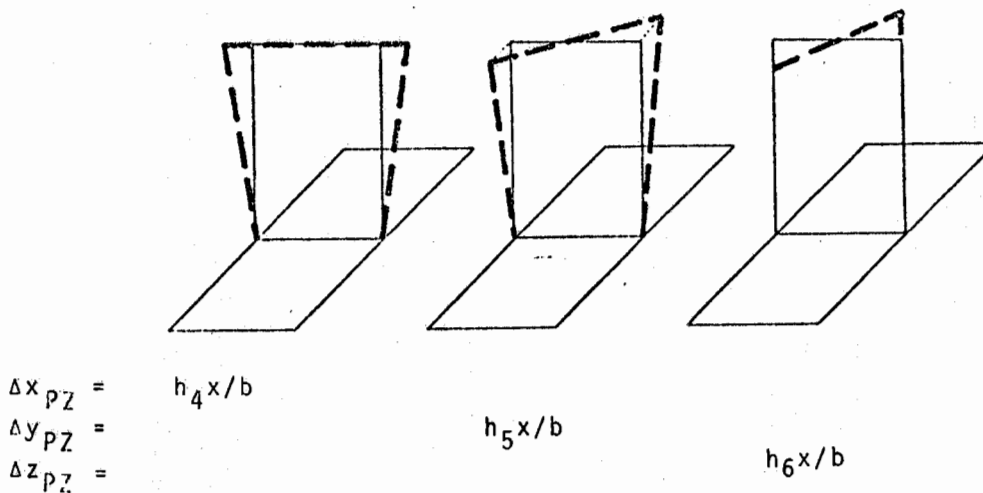
Wesentlich dabei ist, daß die Parameter  $p_1$  bis  $p_8$  mit den 4 Transformationsparametern der Lageblockausgleichung ein System annähernd orthogonaler Parameter bilden. Dasselbe gilt auch für  $h_1$  bis  $h_6$  und die 3 Transformationsparameter der Höhenblockausgleichung. Dies führt zu besonders gut konditionierten Normalgleichungsmatrizen und erlaubt eine getrennte statistische Beurteilung der Beträge der einzelnen zusätzlichen Parameter, auf die später noch näher eingegangen wird.



Figur 4



Figur 5



Da die Fehlergleichungen der Blockausgleichung auf das System der Geländekoordinaten bezogen sind, die Auswirkungen  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  und  $\Delta z$  der zusätzlichen Parameter sich aber auf das jeweilige lokale Modellkoordinatensystem beziehen, ist noch die folgende Transformation auszuführen:

$$\begin{aligned} \Delta x_G &= \Delta x \cos \alpha + \Delta y \sin \alpha \\ \Delta y_G &= -\Delta x \sin \alpha + \Delta y \cos \alpha \\ \Delta z_G &= \Delta z \end{aligned} \quad (1)$$

wobei  $\alpha$  den Drehwinkel zwischen den beiden Koordinatensystemen bezeichnet. Die auf das Geländesystem bezogenen Größen  $\Delta x_G$ ,  $\Delta y_G$  und  $\Delta z_G$  repräsentieren dann die Beiträge der zusätzlichen Parameter zu den Fehlergleichungen.

Die hier vorgestellte Auswahl zusätzlicher Parameter reicht sicherlich für die meisten Anwendungen der Blockausgleichung aus, wenngleich im Falle wesentlich stärkerer Modellverknüpfungen auch noch weitergehende Parameteransätze denkbar sind. Ein Schritt in diese Richtung wäre eine Erweiterung um  $x^2$  und  $x^2y$  Glieder.

#### DAS STOCHASTISCHE MODELL DER SELBSTKALIBRIERUNG

Es liegt zunächst nahe die zusätzlichen Parameter in der Blockausgleichung als freie Unbekannte anzusetzen wie dies auch in [6] und [8] geschieht. Dabei wird allerdings die a priori vorhandene Kenntnis ignoriert, daß die systematischen Modelldeformationen i.A. nur die Größenordnung der zufälligen Fehler erreichen und die zusätzlichen Parameter daher entsprechend kleine Größen sind. Es erscheint daher als angemessen die Modelldeformationen als Signal im Sinne der Statistik aufzufassen und die Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern als K o l l o k a t i o n s a u f g a b e zu behandeln [12]. Dazu formulieren wir zunächst das Funktionalmodell der Blockausgleichung als:

$$A\bar{x} - \bar{f} = 0 \quad (2)$$

$x$  sei der Vektor der Unbekannten und  $f$  der Beobachtungsvektor. Gleichung (2) verknüpft die Modellkoordinaten (bzw. Paßpunktkoordinaten) mit den unbekanntem Geländekoordinaten und Transformationsparametern. Unter  $\bar{x}$  und  $\bar{f}$  verstehen wir die theoretischen Werte von  $x$  und  $f$ .  $Ax$  wird als Trend bezeichnet.

Das mathematische Modell der Kollokation geht nun davon aus, daß sich der Beobachtungsvektor  $f$  vom theoretischen Vektor  $\bar{f}$  aufgrund zweier, i.A. nicht miteinander korrelierter Zufallsvektoren mit den Erwartungen Null unterscheidet.

$$f = \bar{f} + r + s \quad (3)$$

$$E[r] = 0 \quad (4)$$

$$E[s] = 0 \quad (5)$$

wobei  $r$  als Rauschen oder unkorrelierter Anteil und  $s$  als Signal oder korrelierter Anteil von  $f$  bezeichnet wird. Dementsprechend hat die Kovarianzmatrix  $K_{rr}$  des Rauschens i.A. Diagonalstruktur, während die Signalkovarianzmatrix  $K_{ss}$  mehr oder weniger voll besetzt ist.

Das Signal  $s$  fassen wir nun als Auswirkung der zusätzlichen Parameter  $p$  auf die Modellkoordinaten auf:

$$s = Bp \quad (6)$$

Die zusätzlichen Parameter  $p$  selbst betrachten wir als Zufallsvariable mit der Erwartung Null.

$$E [p] = 0 \quad (7)$$

Das Signal (6) erfüllt damit die Voraussetzung (5). Bezeichnen wir die Kovarianzmatrix der zusätzlichen Parameter  $p$  mit  $K_{pp}$  so ergibt sich die Signalkovarianzmatrix  $K_{ss}$  aufgrund von (6) zu:

$$K_{ss} = BK_{pp}B^T \quad (8)$$

Die Lösung der Aufgabe entspricht sodann ganz der vertrauten Konzeption der kleinsten Quadrate Ausgleichung, indem den Beobachtungen  $r$  und  $p$  die Verbesserungen  $v_1$  und  $v_2$  zugeordnet werden. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung von (3) und (6):

$$\begin{aligned} Ax - (\bar{f} + (r + v_1) + B(p + v_2)) &= \\ Ax - v_1 - Bv_2 - f &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Die Schätzung der Unbekannten  $x$  erfolgt aufgrund der Minimumsbedingung:

$$v_1^T K_{rr}^{-1} v_1 + v_2^T K_{pp}^{-1} v_2 = \min \quad (10)$$

Die Beziehung (9) repräsentiert eine bedingte Ausgleichung mit Unbekannten. Zu diesem Ansatz läßt sich unter Beibehaltung der Minimumsbedingung (10) aber auch ein äquivalenter Alternativansatz nach vermittelnden Beobachtungen formulieren:

$$v_1 = Ax - By - f \quad (11a)$$

$$v_2 = y - 0 \quad (11b)$$

Die zusätzlichen Parameter werden in (11a) zunächst als Unbekannte  $y$  angesetzt und in (11b) sodann wieder als Beobachtungen behandelt. Die Null in (11b) steht für den Beobachtungsvektor, der betraglich zwar verschwindet, aber die Genauigkeitseigenschaften der zusätzlichen Parameter  $p$  trägt.

Die Äquivalenz der beiden Ausgleichungsansätze läßt sich zeigen indem man (11b) in (11a) einsetzt, wodurch sich unmittelbar (9) ergibt. Aus den Voraussetzungen (2), (4) und (7) folgt ferner, daß die Ausgleichung (9) bzw. (11) erwartungstreue Unbekannte  $x$  liefert. Es gilt:

$$E [x] = \bar{x} \quad (12)$$

Für den vorliegenden Anwendungsfall der Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern, die jeweils vielen Modellen zugeordnet sind, ist der Ansatz (11) besser geeignet als der Ansatz (9), da er zu besser konditionierten und günstiger strukturierten Normalgleichungsmatrizen (geränderte Bandstruktur) und damit zu kürzeren Rechenzeiten führt (siehe dazu [13]).

Die Substitution von Unbekannten durch Beobachtungen entspricht einer allgemeinen Ausgleichungskonzeption, für die Schmid die Bezeichnung *Generalized Least Squares* eingeführt hat [14]. Die in (11) angewandte Behandlung einzelner Parameter als Unbekannte und Beobachtungen geht dagegen auf Brown zurück, der diesen Ansatz auch bei der Bündelblockausgleichung mit Selbstkalibrierung anwendet (siehe [7]).

Bei der Behandlung der zusätzlichen Parameter als Beobachtungen wird auf die Einführung von Korrelationen verzichtet ( $K_{pp}$  = Diagonalmatrix). Die Festlegung der einzelnen Varianzen  $\sigma_{p_i}^2$  ist wenig kritisch. Es reicht beispielsweise aus sie so zu wählen, daß sie in den Modellecken einer Standardabweichung von 10  $\mu\text{m}$  bis 20  $\mu\text{m}$  im Bildmaßstab entsprechen.

Die Formulierung der verallgemeinerten Blockausgleichung nach (11) bietet aber auch die Möglichkeit, aus Kalibrierungen erhaltene Beträge  $p$  der zusätzlichen Parameter streng mitzuverarbeiten. Dazu wird (11b) einfach ersetzt durch:

$$v_2 = y - p \quad (11c)$$

Die Varianzen der zusätzlichen Parameter lassen sich in diesem Falle aus der Genauigkeit der Kalibrierung abschätzen.

Das hier verwendete stochastische Modell bietet mit der Behandlung der zusätzlichen Parameter als Beobachtungen mehrere Vorteile. Zunächst ergibt sich gegenüber einem Ansatz mit zusätzlichen Unbekannten ein gewisser Genauigkeitserfolg, der i.A. aber vernachlässigbar klein ist. Sehr wesentlich dagegen sind die folgenden beiden Vorteile:

1. Der gewählte Ansatz ist vollkommen universell, da Beobachtungen den Allgemeinfall von Parametern verkörpern. Freie Unbekannte bzw. Konstante sind Sonderfälle und lassen sich durch die Varianzen  $\sigma_{p_i}^2 = \infty$  ( $10^{20}$ ) bzw.  $\sigma_{p_i}^2 = 0$  problemlos realisieren.
2. Wenn die zusätzlichen Parameter als freie Unbekannte angesetzt werden und einige der Parameter aufgrund der Überdeckungsverhältnisse oder der geringen Paßpunktanzahl geometrisch nahezu unbestimmt sind, so ergeben sich sehr schlecht konditionierte Normalgleichungen. Im Extremfall wird das System sogar singulär, was bedeutet, daß die Minimumsbedingung (10) von jedem beliebigen Wert der entsprechenden Unbekannten  $y_i$  befriedigt wird. Die Blockausgleichung liefert in diesem Fall überhaupt keine Lösung.

Wenn die zusätzlichen Parameter aber als Beobachtungen behandelt werden so haben sie über die Verbesserungen  $v_2$  Einfluß auf die Minimumsbedingung (10) und es ergibt sich immer eine eindeutige und sichere Lösung für die Unbekannten  $y$ . Die geometrisch schwach bestimmten Parameter  $y_i$  ergeben sich dann als betraglich nicht signifikant und können durch entsprechende statistische Tests aufgedeckt werden (siehe nächstes Kapitel).

#### OPERATIONELLE GESICHTSPUNKTE

Ein leistungsfähiges mathematisches Modell schafft zunächst die Voraussetzungen für eine befriedigende simultane Kompensation systematischer Fehler. Ein allgemeines Programm für die Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung muß aber darüber hinaus eine sichere und bequeme Handhabung garantieren.

Die zusätzliche Belastung, die sich für den Programmbenutzer aus der Selbstkalibrierung ergibt, soll sich daher auf die Eingabe der Information beschränken welche Gruppe zusätzlicher Parameter für das jeweilige photogrammetrische Modell angesetzt werden soll. Dies läßt sich zweckmäßig organisieren indem man für die Parametergruppen Kennziffern vergibt und den einzelnen Modellnummern jeweils die entsprechende Kennziffer zuordnet.

Bei der Festlegung der Parametergruppen kann davon ausgegangen werden, daß sich die systematischen Modelldeformationen nur ändern, wenn eine entsprechende Änderung bei den Projektparametern eintritt (siehe [1]). Zu diesen zählen vor allem die Kammer und ihr Einbau im Flugzeug, der Film und seine Verarbeitung, sowie das Auswertegerät und die Auswerterichtung. Eine Änderung der Befliegungsrichtung verändert die systematischen Modelldeformationen dagegen nicht, da das zugrundegelegte Modellkoordinatensystem flugrichtungsbezogen ist. Eine neue Parametergruppe braucht somit nur angesetzt zu werden wenn sich mindestens einer der Projektparameter geändert hat. Dies bedingt, daß i.A. einige wenige Gruppen zusätzlicher Parameter ausreichen werden.

Nach der Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung müssen die erhaltenen Beträge der zusätzlichen Parameter einer kritischen statistischen Beurteilung unterworfen werden. Dafür wird die Kovarianzmatrix der zusätzlichen Unbekannten  $y$  benötigt, was auf eine wenig aufwendige Teilinversion der Normalgleichungsmatrix hinausläuft. Die statistische Beurteilung erfolgt in zwei aufeinanderfolgenden Schritten.

Zunächst wird geprüft ob sich die entsprechenden Parameter verschiedener Parametergruppen signifikant voneinander unterscheiden. Ist dies nicht der Fall so werden diese Parameter zu einem Parameter zusammengefaßt. Der Vorgang kann für die einzelnen Parametertypen getrennt erfolgen, da sie sich aufgrund des genähert orthogonalen Ansatzes gegenseitig praktisch nicht beeinflussen. Mit den entsprechend zusammengefaßten Parametern wird die Blockausgleichung danach wiederholt.

Im zweiten Schritt wird statistisch geprüft welche der verbliebenen Parameter signifikant sind und den nicht signifikanten Parametern wird die Varianz  $\sigma_{p_i}^2 = 0$  zugeordnet. Ein letzter Wiederholungslauf der Blockausgleichung liefert sodann die endgültigen Ergebnisse.

Diese Strategie ist für einen allgemeinen Selbstkalibrierungsansatz ganz wesentlich, da zusätzliche Parameter, die sich nicht signifikant voneinander unterscheiden bzw. selbst nicht signifikant sind, die Genauigkeit der ausgeglichenen Blockkoordinaten u.U. empfindlich beeinträchtigen können.

Beide Schritte dieser Strategie lassen sich aber programmintern automatisch durchführen, so daß der Benutzer mit der statistischen Beurteilung und den entsprechenden Konsequenzen nicht belastet wird. Damit ist auch die operationelle Anforderung, daß die Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung komfortabel sein soll, voll erfüllt.

Die hier vorgestellte Konzeption erübrigt gleichzeitig auch alle a priori Überlegungen hinsichtlich der Bestimmbarkeit der angesetzten zusätzlichen Parameter, da sich die geometrisch schwach oder überhaupt nicht bestimmten Parameter als nicht signifikant ergeben und daher automatisch eliminiert werden.

Der Mehraufwand der Blockausgleichung aufgrund der Selbstkalibrierung kann trotz der zuvor erwähnten Wiederholungsläufe als vergleichsweise niedrig erwartet werden, da man die zusätzlichen Parameter erst mitansetzen wird sobald das Datenmaterial von groben Fehlern bereinigt ist.



## DAS TESTPROJEKT

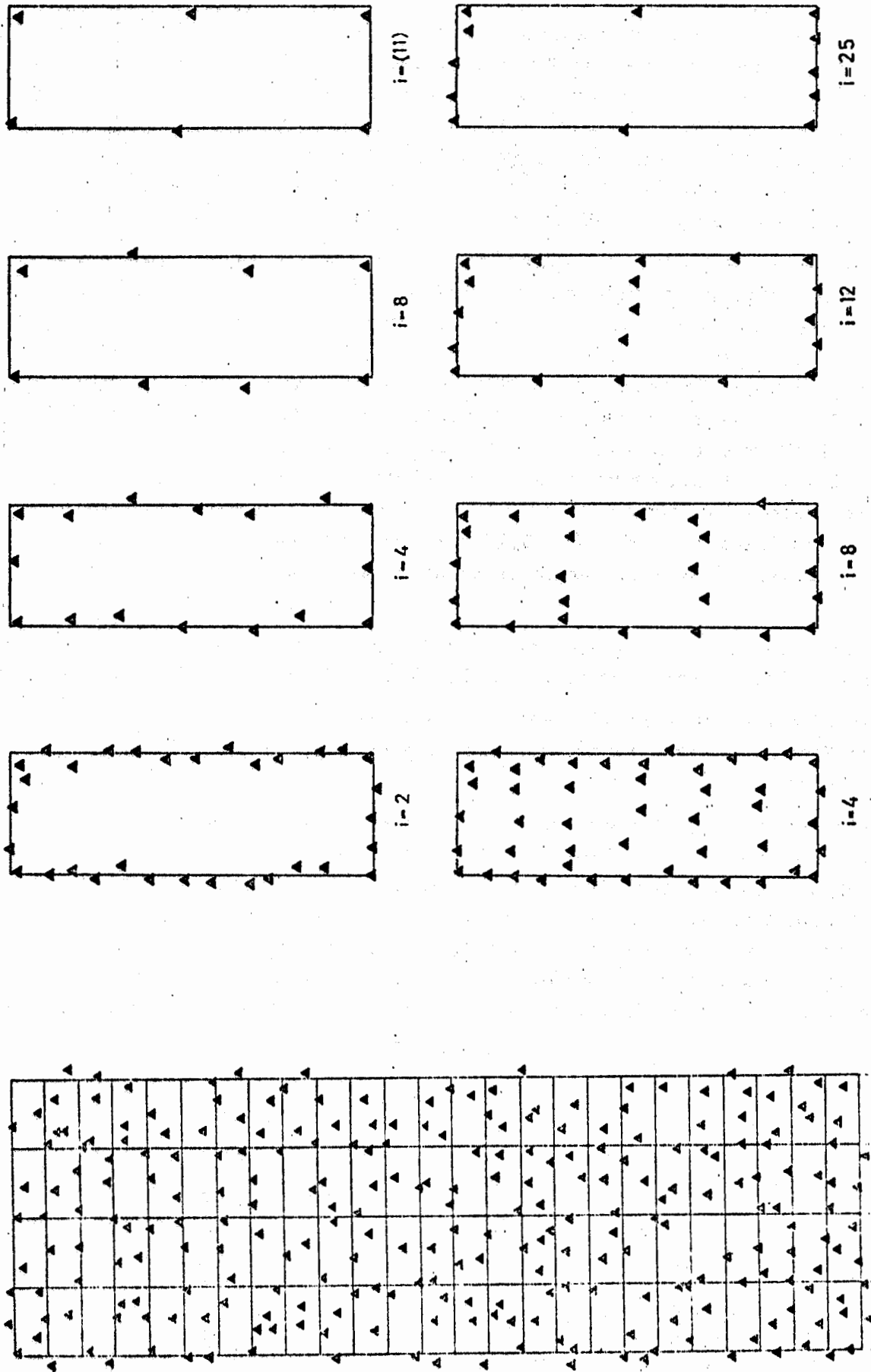
Um die hier vorgestellte Konzeption der Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung praktisch erproben zu können wurde vom zweiten Verfasser ein entsprechendes, operationelles Rechenprogramm in Fortran geschrieben. Es erlaubt, die zusätzlichen Parameter der Figur 4 bzw. der Figur 5 jeweils einer beliebigen Gruppe von Modellen oder auch allen Modellen des Blocks gemeinsam zuzuordnen. Das Gewicht eines jeden Parameters kann dabei zwischen 0 und  $\infty$  ( $10^{20}$ ) frei variiert werden. Zu einem späteren Zeitpunkt soll dieses Programm durch eine entsprechend verallgemeinerte Version des Programm-Pakets PAT-M abgelöst werden.

Mit dem Material des OEEPE Projekts Oberschwaben standen für das Testprojekt geeignete praktische Testdaten zur Verfügung. Der ausgewählte Weitwinkel-Testblock wird aus den Streifen 5, 7, 9 und 11 des Blocks Frankfurt gebildet. Der Oberweitwinkel-Testblock besteht aus den entsprechenden 4 Streifen des Blocks Den Haag und überdeckt denselben Geländebereich, der ca. 250 Paßpunkte enthält (siehe Figur 6). Jeder der beiden Testblöcke hat 100 Modelle und weist eine Größe von 20 km x 62.5 km auf. Alle Paß- und Verknüpfungspunkte waren signalisiert. Die Weitwinkelaufnahmen wurden mit einer Zeiss RMK A 15/23 Kammer geflogen, die Oberweitwinkelbilder mit einer Zeiss RMK A 8.5/23. In beiden Fällen war der Bildmaßstab 1:28 000. Die Bildkoordinatenmessung erfolgte an zwei verschiedenen Zeiss PSK Stereokomparatoren, die Modelle wurden rechnerisch gebildet.

In der Lage werden 4 verschiedene Paßpunktverteilungen untersucht (siehe Figur 7). Der mittlere Abstand der Randpaßpunkte beträgt 2, 4, 8 und 11 Basislängen.

In der Höhe werden ebenfalls 4 verschiedene Paßpunktverteilungen behandelt (siehe Figur 7). Der Abstand der Höhenpaßpunkt-Ketten beträgt 4, 8, 12 und 25 Basislängen.

Für die 4 Streifen des Testblocks gelten dieselben Projektparameter. Daraus folgt, daß sowohl bei der Lage- als auch bei der Höhen-Blockausgleichung nur eine Gruppe zusätzlicher Parameter anzusetzen ist. Daß es im vorliegenden Fall wirklich gerechtfertigt ist die zusätzlichen Parameter als blockinvariant anzusetzen haben vorangegangene Testausgleichungen mit streifeninvarianten Parametern gezeigt, bei denen sich jeweils nur geringfügige Unterschiede zwischen den entsprechenden zusätzlichen Parametern der verschiedenen Streifen ergaben.



Figur 7

Figur 6

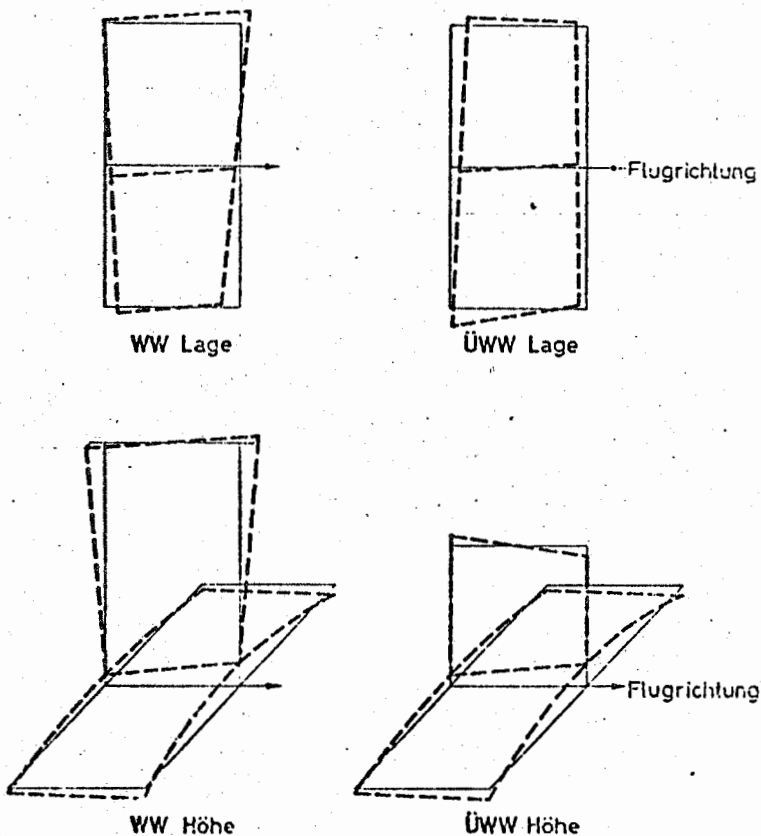
## DARSTELLUNG UND DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Unter Verwendung der in Figur 7 dargestellten Paßpunktvarianten wurde der Testblock in der Weitwinkel- und Oberweitwinkel-Version jeweils ohne und mit Selbstkalibrierung ausgeglichen. In Figur 8 sind zunächst die systematischen Modelldeformationen dargestellt, die sich aufgrund der erhaltenen Beträge der zusätzlichen Parameter rekonstruieren lassen.

Die Deformationen sind für Weitwinkel und Oberweitwinkel annähernd gleich groß und erreichen in der Lage und in der Höhe Beträge bis zu 10  $\mu\text{m}$  im Bildmaßstab. Vergleicht man die beiden Bildwinkel bezüglich der Deformationsform, so zeigt sich in der Lage ein deutlicher Unterschied (vorwiegend eine Verdrehung um  $\pi$ ), bei den Modellhöhen aber eine bemerkenswerte Obereinstimmung. Die systematischen Fehler der Projektionszentren sind dagegen bei Weitwinkel und Oberweitwinkel wieder ganz unterschiedlich.

Die Ergebnisse der Figur 8 entsprechen im Wesentlichen auch den systematischen Deformationen, die Schilcher aufgrund einer Analyse der Verbesserungen der Modellkoordinaten für das gesamte Oberschwaben-Material erhalten hat (siehe [1]).

Wie der Artikel [15] von Meier zeigt, hat die photogrammetrische Geräte-Industrie inzwischen auch begonnen den Ursachen der systematischen Modelldeformationen nachzugehen. Sollte es gelingen die Deformationen in bestimmten Grenzen vorauszusagen, so ließe sich diese a priori Information nach Gleichung (11c) streng mitverarbeiten.



Figur 8

Im folgenden soll nun anhand der einzelnen kontrollierten Blockausgleichungen untersucht werden, in welchem Maße die Genauigkeit durch die Selbstkalibrierung gesteigert wird. Die entsprechenden Ergebnisse sind in den Tabellen 1 bis 4 dargestellt. Alle Genauigkeitsangaben beziehen sich auf den Bildmaßstab.

Wir beginnen mit den Lageergebnissen des Weitwinkelblocks, die in Tabelle 1 enthalten sind und diskutieren zunächst die Beträge des mittleren Gewichtseinheitsfehlers  $\sigma_{oL}$ , der die Standardabweichung der Modellkoordinaten  $x$  bzw.  $y$  verkörpert. Ohne Selbstkalibrierung ist  $\sigma_{oL}$  signifikant von der Paßpunktverteilung abhängig. Dies ist, für sich betrachtet bereits ein deutliches Zeichen für die Existenz systematischer Fehler, die sich in den Verbesserungen und damit in  $\sigma_{oL}$  umso weniger niederschlagen je weniger Paßpunkte verwendet werden. Durch die Selbstkalibrierung geht der mittlere Gewichtseinheitsfehler um den Faktor 1.4 bis 1.5 zurück und seine Abhängigkeit von der Paßpunktanordnung verschwindet praktisch vollständig. Mit  $\sigma_{oL} = 4.3 \mu\text{m}$  ist die Lagegenauigkeit der Modellkoordinaten nahe an der Grenze, die heute photogrammetrisch überhaupt erreichbar ist.

Die Absolutgenauigkeit nach der Blockausgleichung wird in Tabelle 1 durch den quadratischen Mittelwert  $\mu_{xy}$  der Lage-Koordinatenfehler an den Kontrollpunkten repräsentiert. Die Genauigkeitssteigerung durch Selbstkalibrierung ist hier umso höher je ungünstiger die Paßpunktanordnung ist. Bei nur 6 Lagepaßpunkten wird beinahe der Faktor 3 erreicht. Betrachten wir die mit Selbstkalibrierung erhaltenen Beträge  $\mu_{xy}$  für sich, so zeigt sich, daß mit einer leistungsfähigen Blockausgleichung heute eine mittlere absolute Lagegenauigkeit von  $7 \mu\text{m}$  bis  $8 \mu\text{m}$  im Bildmaßstab erreicht werden kann, selbst wenn die Paßpunktbesetzung des Blockrandes entsprechend aufgelockert ist. Oberträgt man die im Falle  $I=8$  und  $I=11$  erhaltene Genauigkeit ins Gelände und vergleicht sie mit dem Paßpunktabstand, so ergibt sich ein Verhältnis, das besser als 1:100 000 ist.

In der Tabelle 2 sind die entsprechenden Resultate für den Oberweitwinkelblock dargestellt. Die Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung verringert auch hier den mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_{oL}$  und beseitigt seine Abhängigkeit von der Paßpunktanordnung nahezu vollständig. Die durch  $\sigma_{oL}$  dargestellte zufällige Genauigkeit ist jedoch um den Faktor 1.6 niedriger als bei Weitwinkel. Da die systematischen Lagefehler für beide Bildwinkel aber annähernd gleich groß sind (siehe Figur 7) folgt daraus, daß die Selbstkalibrierung bei Oberweitwinkel zu einer geringeren Genauigkeitssteigerung führt als bei Weitwinkel. Die entsprechenden Faktoren liegen für  $\sigma_{oL}$  bei 1.1 bis 1.2, steigen für  $\mu_{xy}$  aber immerhin noch bis 2.2 an.

Die Tabelle 3 bezieht sich auf die Höhenergebnisse des Weitwinkelblocks. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_{oH}$ , der hier die Standardabweichung der Modellhöhen repräsentiert, ist schon ohne zusätzliche Parameter praktisch unabhängig von der Paßpunktanordnung und geht durch die Selbstkalibrierung nur um den Faktor 1.1 zurück. Der quadratische Mittelwert  $\mu_z$  der Höhenfehler an den Kontrollpunkten ändert sich bei den ersten drei Paßpunktversionen auch dementsprechend wenig. Bei der extremen Paßpunktanordnung  $I=25$  aber wird die schlechte Genauigkeit  $\mu_z = 65 \mu\text{m}$  durch die zusätzlichen Parameter der Höhenblockausgleichung auf  $27 \mu\text{m}$  verringert, was einer Genauigkeitssteigerung um den Faktor 2.4 entspricht.

EMPIRISCHE LAGEGENAUIGKEIT

Oberschwaben, 1:28000, Weitwinkel  
 Block Frankfurt, 100 Modelle, q = 20 %

Lage- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne Selbstkal.		mit Selbstkal.		Genauigkeitsst.	
			$\sigma_{oL}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oL}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oL}$	$\mu_{xy}$
i=2	32	226	6.8	9.9	4.4	6.3	1.5	1.6
i=4	16	242	6.5	13.4	4.3	6.6	1.5	2.0
i=8	8	250	6.2	20.0	4.3	7.1	1.4	2.8
(i=11)	6	252	6.1	22.1	4.3	7.7	1.4	2.9

Tabelle 1

EMPIRISCHE LAGEGENAUIGKEIT

Oberschwaben, 1:28000, Oberweitwinkel  
 Block Den Haag, 100 Modelle, q = 20 %

Lage- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne Selbstkal.		mit Selbstkal.		Genauigkeitsst.	
			$\sigma_{oL}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oL}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oL}$	$\mu_{xy}$
i=2	32	212	8.6	12.4	6.9	9.3	1.2	1.3
i=4	16	228	8.1	17.1	6.8	10.0	1.2	1.7
i=8	8	236	7.8	23.3	6.8	10.5	1.1	2.2
(i=11)	6	238	7.6	28.1	6.7	14.6	1.1	1.9

Tabelle 2

EMPIRISCHE HÖHENGENAUGIGKEIT

Oberschwaben, 1:28000, Weitwinkel  
 Block Frankfurt, 100 Modelle, q = 20 %

Höhen- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne Selbstkal.		mit Selbstkal.		Genauigkeitsst.	
			$\sigma_{oH}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oH}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oH}$	$\mu_z$
i=4	47	178	8.4	14.7	7.6	14.1	1.1	1.0
i=8	26	199	8.3	19.0	7.6	17.1	1.1	1.1
i=12	19	206	8.3	22.1	7.6	18.9	1.1	1.2
i=25	12	213	8.3	65.0	7.6	26.7	1.1	2.4

Tabelle 3

EMPIRISCHE HÖHENGENAUGIGKEIT

Oberschwaben, 1:28000, Oberweitwinkel  
 Block Den Haag, 100 Modelle, q = 20 %

Höhen- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne Selbstkal.		mit Selbstkal.		Genauigkeitsst.	
			$\sigma_{oH}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oH}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_{oH}$	$\mu_z$
i=4	47	165	7.7	16.1	6.8	15.7	1.1	1.0
i=8	26	186	7.6	22.5	6.6	21.0	1.2	1.1
i=12	19	193	7.5	28.1	6.6	20.8	1.1	1.4
i=25	12	200	7.5	35.1	6.6	32.5	1.1	1.1

Tabelle 4

Die Höhenergebnisse des Überweitwinkelblocks sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Gegenüber den Weitwinkelresultaten ergeben sich nur zwei wesentliche Unterschiede. Einerseits ist die, durch  $\sigma_{OH}$  beschriebene zufällige Genauigkeit etwa um 10 % höher und andererseits tritt die spektakuläre Genauigkeitssteigerung im Falle  $I=25$  nicht auf. Dies ist aber ganz plausibel, da die mittlere Höhen-genauigkeit nach der Blockausgleichung ohne Selbstkalibrierung mit  $\mu_z = 35 \mu m$  schon beinahe doppelt so hoch ist wie bei Weitwinkel.

Die erhaltenen Ergebnisse verdeutlichen, daß die Einführung der Selbstkalibrierung die Genauigkeit von Fall zu Fall unterschiedlich stark verbessert, je nachdem wie groß die systematische Fehlerkomponente im Vergleich zu den zufälligen Fehlern ist. Entscheidend aber ist, daß die, aufgrund der vorhandenen Paß- und Verknüpfungspunkte signifikant erkennbaren systematischen Fehler der Modellkoordinaten in jedem Fall sicher und nahezu vollständig kompensiert werden.

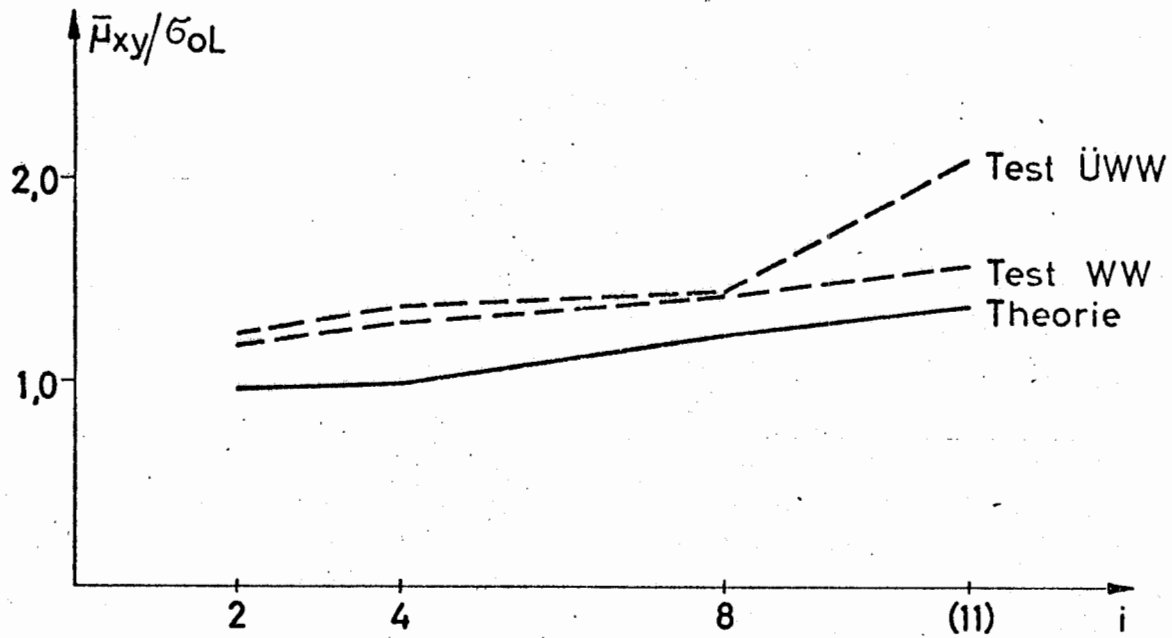
Die Genauigkeit der Blockausgleichung ohne Selbstkalibrierung bleibt hinter den entsprechenden theoretischen Erwartungen, die auf der Fortpflanzung zufälliger Fehler beruhen, deutlich zurück. Zu prüfen ist nun, inwieweit die Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern die Genauigkeitsvorhersagen der Theorie erfüllt. Je besser die vorhandenen systematischen Modelldeformationen kompensiert werden, umso höher wird auch der Grad der Übereinstimmung sein.

Um einen korrekten Vergleich zwischen Theorie und Test zu ermöglichen muß berücksichtigt werden, daß die Genauigkeitsmaße  $\mu_{xy}$  und  $\mu_z$  aus nicht fehlerfreien Kontrollpunkten berechnet worden sind. Sie werden daher durch die, von den zufälligen Fehlern der Kontrollpunkte befreiten Genauigkeitsmaße  $\bar{\mu}_{xy}$  und  $\bar{\mu}_z$  ersetzt. Die Standardabweichungen der Koordinaten der Kontrollpunkte werden dazu mit  $\sigma = 10 \text{ cm}$  in  $x$  und  $y$  und mit  $\sigma = 20 \text{ cm}$  in  $z$  angenommen, was als realistische Schätzung gelten kann. Ausgehend von den korrigierten Beträgen  $\bar{\mu}_{xy}$  und  $\bar{\mu}_z$  werden nun jeweils die Verhältnisse  $\bar{\mu}_{xy}/\sigma_{oL}$  und  $\bar{\mu}_z/\sigma_{oH}$  (Absolutgenauigkeit/Einzelmodellgenauigkeit) berechnet, da für diese Genauigkeitsmaße theoretische Vorhersagen existieren (siehe [2]).

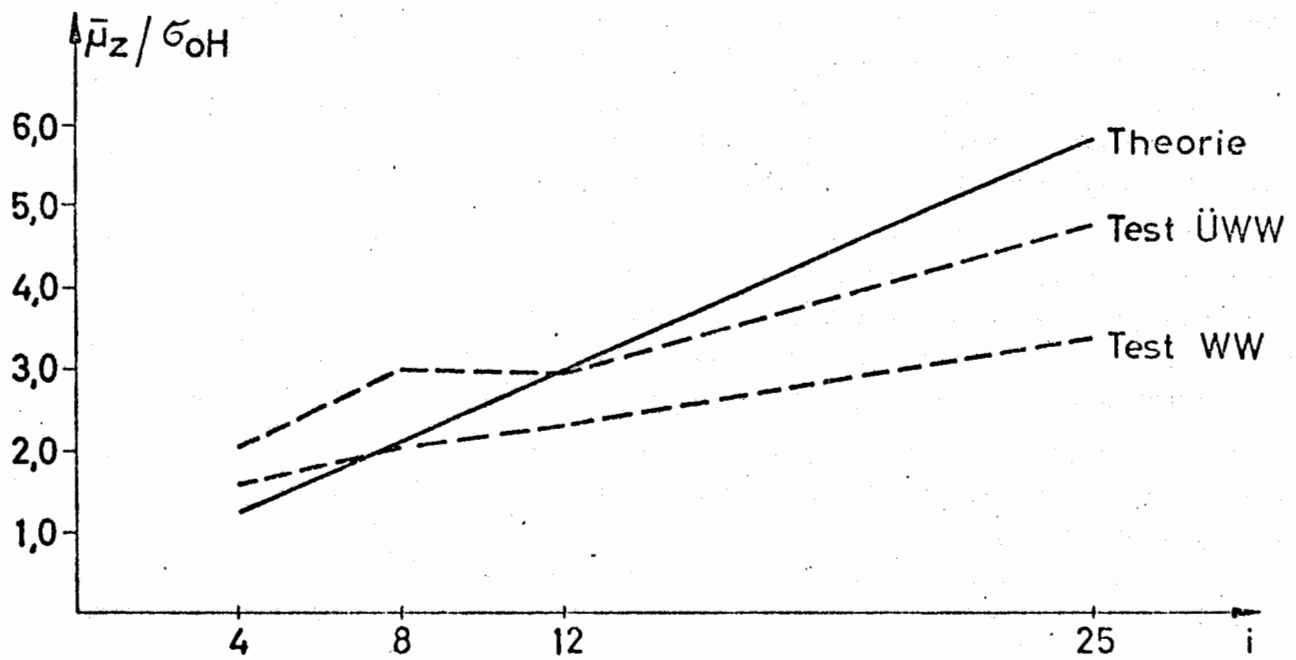
Die entsprechenden Ergebnisse sind in den Figuren 9 und 10 nach Lage und Höhe getrennt dargestellt. Betrachten wir Figur 9 so zeigt sich, daß die empirische Lagegenauigkeit etwa um 10 % bis 40 % hinter der entsprechenden theoretischen Genauigkeit zurückbleibt. Dagegen zeigt die Figur 10, daß die im Test erhaltenen Höhenergebnisse zum Teil sogar genauer sind als es die Theorie vorhersagt.

Bei der Beurteilung dieser Ergebnisse muß allerdings berücksichtigt werden, daß Test und Theorie von anderen Voraussetzungen bezüglich Blockform und Punkt-konfiguration ausgehen und daß die einzelnen Beträge  $\bar{\mu}/\sigma_o$  im Rahmen des Tests auch nur mit begrenzter Genauigkeit bestimmt werden. Dies gilt vor allem für die Fälle mit wenigen Paßpunkten.

Aufgrund dieser Gesichtspunkte kann die Übereinstimmung zwischen Test und Theorie als zufriedenstellend angesehen werden.



Figur 9



Figur 10



## SCHLUSS

Die durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, daß die hohe potentielle Genauigkeit der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen durch die Konzeption der Selbstkalibrierung mit zusätzlichen Parametern auch dann praktisch erreicht werden kann, wenn entsprechende systematische Modelldeformationen vorhanden sind. Die angesetzten Parameter haben dabei eine dreifache Wirkung:

- Sie filtern den systematischen Anteil aus den Modellkoordinaten und verbessern dadurch die Genauigkeit im einzelnen Modell.
- Die verbleibenden, weitgehend zufälligen Fehler führen zu einer günstigeren Fehlerfortpflanzung, wodurch die Absolutgenauigkeit verbessert wird.
- Da praktisch nur zufällige Fehler wirksam sind, ist eine hinreichend gute Obereinstimmung zwischen der empirischen und der theoretisch vorhersagbaren Genauigkeit gewährleistet.

## Literatur

- [1] Schilcher, M.: Empirische Analyse und Korrektur systematischer Modellfehler beim OEEPE-Versuch Oberschwaben.  
Lehrgang Numerische Photogrammetrie, Technische Akademie Eßlingen, 1975.
- [2] Ebner, H.: Die theoretische Genauigkeitsleistung der räumlichen Blockausgleichung.  
Sammlung Wichmann, Neue Folge, Band 5, 81-107, 1973.
- [3] Ackermann, F.: Testblock Oberschwaben, Program I.  
Results of Block Adjustment by Independent Models.  
OEEPE, Official Publication No. 8, 87-150, 1973.
- [4] Ebner, H.: Comparison of Different Methods of Block Adjustment.  
OEEPE, Official Publication No. 8, 151-174, 1973.
- [5] Kölbl, O.: Tangential and Asymmetric Lens Distortion,  
Determined by Self Calibration. BuL, 35-42, 1975.
- [6] Bauer, H.: Bundle adjustment with additional parameters - practical experiences. BuL, 220-223, 1974.
- [7] Brown, D.C.: Bundle adjustment with strip- and block-invariant parameters. BuL, 210-220, 1974.
- [8] Salmenperä, H., Anderson, J.M. and Savolainen, A.:  
Efficiency of the extended mathematical model in bundle adjustment. BuL, 229-233, 1974.
- [9] Ackermann, F., Ebner, H. und Klein H.: Ein Programm-Paket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen.  
BuL, 218-224, 1970.
- [10] Ebner, H. und Schneider, W.: Simultaneous Compensation of Systematic Errors with Block Adjustment by Independent Models.  
BuL, 198-203, 1974.
- [11] Schut, G.: On Correction Terms for Systematic Errors in Bundle Adjustment.  
BuL, 223-229, 1974.
- [12] Moritz, H.: Least Squares Collocation. DGK, Reihe A, Heft 75.
- [13] Ebner, H.: Zusätzliche Parameter in Ausgleichungen. ZfV, 385-391, 1973.
- [14] Schmid, H.H. and Schmid, E.: A Generalized Least Squares Solution for Hybrid Measuring Systems.  
The Canadian Surveyor, 27-41, 1965.
- [15] Meier, H.K.: Ober die geometrische Genauigkeit von Luftbildern.  
Photogrammetrische Woche 1975.

