

Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken

Von Prof. Dr.-Ing. F. ACKERMANN, Stuttgart

In Heft 3/1967 dieser Zeitschrift sind ausgewählte theoretische Einzelbeispiele veröffentlicht worden, die in anschaulicher Weise die Lagegenauigkeit ausgeglichener photogrammetrischer Blöcke demonstrieren sollten (siehe [1]). Nachfolgend werden daraus einige allgemeine Gesetzmäßigkeiten abgeleitet, mit denen die absolute Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke wenigstens soweit beschrieben werden kann, als für eine generelle Übersicht bzw. für die Zwecke der Planung von Aerotriangulationen erforderlich ist.

Die Ergebnisse in [1] und die daraus zu ziehenden Folgerungen gelten unter der Voraussetzung, daß die Blockausgleichung jeweils nach der Anblock-Methode (siehe [3], [4]) erfolgt und daß weiterhin das Funktionalsystem und die fehlertheoretischen Annahmen der Anblock-Ausgleichung als Prämissen der Fehlerfortpflanzung hinreichend gültig sind. Mit anderen Worten beziehen sich sämtliche Aussagen auf das mathematische Modell, d. h. das funktionale und das stochastische Modell des Anblock-Systems. Dessen Kennzeichen sind: ebene Ähnlichkeitstransformationen pro Stereomodell mit je 4 Freiheitsgraden, gleiche Genauigkeit und gegenseitige Unabhängigkeit der x- und y-Koordinaten der Meßpunkte in den Stereomodellen, Fehlerfreiheit der terrestrischen Paßpunktkoordinaten, ferner die Annahme, daß sonstige Fehlereinflüsse, z. B. von der Höhenorientierung der Bildpaare herrührend, zu vernachlässigen sind (siehe [2]).

Weiterhin sei daran erinnert, daß sich die Genauigkeitsangaben in [1] nur auf die ausgeglichenen x-y-Koordinaten der idealen Modellverknüpfungspunkte, d. h. der Modellecken, beziehen. Für beliebige sonstige Punkte in den einzelnen Modellen bzw. für die Einpassung der Modelle auf die im Block ausgeglichenen Einpaßpunkte ist also noch ein gewisser Fehlerzuschlag anzusetzen. Dieser Zuschlag ist im einzelnen noch nicht untersucht und bleibt hier unberücksichtigt.

Das mathematische Modell der Anblock-Ausgleichung ist zweifellos ein in mehrfacher Hinsicht sehr zweckmäßiges System für die Berechnung ausgeglichener Koordinaten, wie der große praktische Erfolg demonstriert, der – nach verschiedenen Referaten der letztjährigen Photogrammetrischen Wochen in Karlsruhe zu urteilen – nun auch in Deutschland zum Durchbruch kommt. Trotzdem ist damit zunächst in keiner Weise bewiesen, ob das System nach den Regeln der Ausgleichungsrechnung bzw. der Fehlerfortpflanzung zur Beurteilung seiner eigenen Genauigkeitsleistungen in der Lage ist, wie es z. B. das System der Polynom-Streifenausgleichungen nicht ist.

Wenn im folgenden trotz der offensichtlichen, hier nicht näher auszuführenden Vereinfachungen im stochastischen Ansatz des Anblock-Systems Genauigkeitsaussagen auf der Basis des Anblock-Systems gemacht werden, ist eine kritische Betrachtung über den ungefähren Gültigkeitsbereich der Aussagen angebracht. Man kann dazu etwa folgende Überlegungen anführen:

Es ist primär beabsichtigt, die Genauigkeitseigenschaften von Blöcken im Hinblick auf die Einflüsse von Blockgröße sowie Dichte und Anordnung der Paßpunkte zu ermitteln. Dabei geht es zunächst um die allgemeinen, jeweils ganze Blöcke betreffenden Genauigkeitsstrukturen, wogegen die richtige Detailerfassung der Fehlereigenschaften, z. B. im Bereich eines Stereomodells, von sekundärer Bedeutung ist, deren Aufklärung späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben muß. Es ist zu vermuten, daß das fehlertheoretisch besonders einfache Anblock-System im Sinne der genannten Fragestellung für eine erste Übersicht hinreichende Aussagen ergibt. Einen wichtigen Hinweis dafür, daß diese Erwartung nicht unbegründet ist, gibt die Untersuchung [5] von E. GOTTHARDT, der für trigonometrische Netze Genauigkeitsstrukturen gefunden hat, die mit denen photogrammetrischer Blöcke trotz ganz verschiedener Ansätze im Endergebnis weitgehend übereinstimmen. Danach scheinen bei der Verknüpfung vieler elementarer Einheiten zu einem (Block-) Verband die Genauigkeitseigenschaften der Einheiten von untergeordneter Bedeutung zu sein bzw. scheinen sich auch bei ganz verschiedenartigen Einheiten asymptotisch die gleichen oder mindestens einander sehr ähnliche Genauigkeitsstrukturen zu ergeben. Aus diesem Grund ist zu erwarten, daß die hier zur Diskussion stehenden Genauigkeitseigenschaften von Blöcken auch näherungsweise für Block-

ausgleichungsverfahren gelten, die nicht auf dem Anblock-Prinzip beruhen, sofern sie nur mit einer einigermaßen vergleichbaren Zahl von Freiheitsgraden arbeiten.

Weiterhin sei bemerkt, daß die theoretischen Genauigkeitsstrukturen erst durch den als Eichfaktor wirkenden mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 in (mittlere) Fehlerwerte übersetzt werden und dessen Zahlenwert (siehe unten) aus tatsächlichen praktischen Blockausgleichungen, denen dieselbe Theorie zugrunde liegt, experimentell bestimmt wird. Ein etwaiger Bias im theoretischen Ansatz, z. B. wegen systematischer Modelldeformationen, wird daher durch diese Eichung wenigstens im experimentell erfaßten Bereich weitgehend kompensiert. Die laut [4] empirisch festgestellte Konstanz von σ_0 im Bereich der Bildmaßstäbe 1 : 4000 bis 1 : 12000 ist ein weiterer Hinweis dafür, daß der fehlertheoretische Ansatz als realistisch gelten kann.

Obige Gründe lassen hoffen, daß die hier behandelten theoretischen Genauigkeitsergebnisse für den beabsichtigten Zweck einer ersten allgemeinen Übersicht brauchbar und hinreichend realistisch sind. Trotzdem handelt es sich selbstverständlich fehlertheoretisch um einen vereinfachten Ansatz, der nicht geeignet ist, alle relevanten Genauigkeitsfragen zu beantworten, und dessen tatsächliche Aussagekraft und Begrenzung noch genau untersucht werden muß.

Im folgenden werden diese einschränkenden Voraussetzungen nicht mehr erwähnt werden, d. h. sämtliche Aussagen gelten innerhalb des zugrundegelegten fehlertheoretischen Modells, von dem nach den obigen Ausführungen klar ist, daß es nur in begrenztem Umfang für die Genauigkeit praktischer Blockausgleichungen repräsentativ sein kann. Der Gültigkeitsbereich des Modells dürfte allgemein bei kleinen Blöcken, ferner im Bereich einzelner Modelle und einzelner Modellüberlappungen sowie im Nachbarschaftsbereich einzelner Punkte und Paßpunkte überschritten sein. In diesen Bereichen ist die einfache Fehlertheorie des Anblocksystems nicht leistungsfähig genug, um die Genauigkeitseigenschaften detailliert erfassen und beschreiben zu können.

Aussagen über die absolute Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke

Bei einer allgemeinen Beschreibung der absoluten Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke interessiert in erster Linie die Abhängigkeit der Genauigkeit von Blockform und Blockgröße sowie von Dichte und Anordnung der Paßpunkte.

Aus den in [1] aufgeführten sowie einigen weiteren, nicht veröffentlichten Beispielen lassen sich die nachfolgenden Angaben zusammenstellen. Dabei wird ein Block stets nur durch die Verknüpfungspunkte (d. h. den im Anblocksystem unbekanntem Koordinaten) dargestellt.

Als repräsentative Genauigkeitsmaße werden benutzt:

σ_{\max} = max. mittl. Koordinatenfehler der ausgeglichenen Bindepunkte

σ_m = mittl. Koordinatenfehler des Blockmittelpunktes

μ = quadr. Mittelwert der mittleren Fehler der ausgeglichenen Koordinaten aller Bindepunkte eines Blockes.

Sämtliche Genauigkeitsmaße sind in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers σ_0 ausgedrückt, der – vereinfacht gesagt – der Koordinatenmeßgenauigkeit in den nicht ausgeglichenen Einzelmodellen entspricht.

Zur Vermeidung von Fehlinterpretationen muß besonders darauf hingewiesen werden, daß die in [1] dargestellten Ergebnisse zwar jeweils die mittleren Koordinatenfehler der einzelnen Bindepunkte andeuten, daß aber die gegenseitigen Korrelationen nicht aufgeführt sind, d. h. daß die in der axonometrischen Darstellung hervortretenden „Fehlerflächen“ nichts mit den tatsächlichen oder wahrscheinlichen Deformationen einzelner ausgeglichener Blöcke zu tun haben.

1. Quadratische Blockform

1.1. 4 Paßpunkte an den Blockecken

Bei den in [1] abgebildeten quadratischen Blöcken mit nur 4 Paßpunkten an den Ecken fällt zunächst auf, daß die Genauigkeit mit zunehmender Blockgröße stark abnimmt. Dieser Befund wird durch Bild 1 belegt.

Die funktionale Abhängigkeit der verschiedenen Genauigkeitsmaße von der Blockgröße (ausgedrückt durch die Anzahl n_s der den jeweiligen Block bildenden Streifen) verläuft offensichtlich geringfügig über-linear; die Kurven sind nach oben leicht konkav. Im Bereich der Blockgrößen von $n_s = 2$ (bzw. Zahl der Modelle $n_M = 8$) bis $n_s = 10$ ($n_M = 200$) und in Extrapolation auch noch darüber hinaus können die Zusammenhänge mit hinreichender Genauigkeit durch folgende lineare Funktionen, die Bild 1 entnommen sind, ausgedrückt werden:

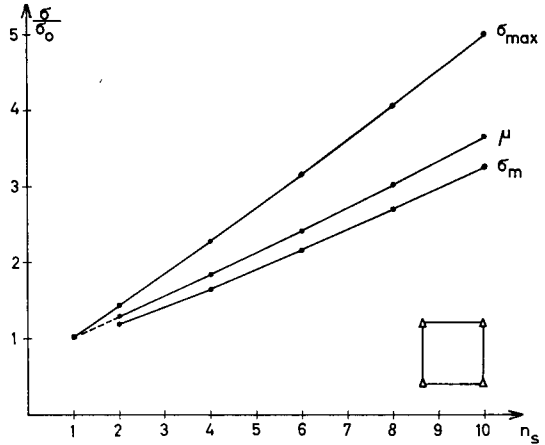


Bild 1
Abhängigkeit zwischen Genauigkeit und Blockgröße

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\max} &= (0,52 + 0,45 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\max} = (0,52 + 0,32 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\
 \mu &= (0,70 + 0,30 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \mu = (0,70 + 0,21 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\
 \sigma_m &= (0,65 + 0,26 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_m = (0,65 + 0,18 \sqrt{n_M}) \sigma_0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Die Beispiele in [1] zeigen weiterhin ganz allgemein, daß die Lagegenauigkeit eines beliebigen Punktes im Block von seinem Ort im Block abhängt. Die maximalen mittleren Koordinatenfehler treten jeweils an den Mitten der freien Blockränder auf, während der Innenbereich der Blöcke über einen beträchtlichen Teil der Gesamtfläche recht gleichmäßige Genauigkeitsverhältnisse aufweist. Abgesehen von der unmittelbaren Nachbarschaft der Paßpunkte, die als fehlerfrei angenommen sind, liegt am Blockmittelpunkt ein Fehlerminimum, $\sigma_m = \sigma_{\min}$. Allerdings wächst der Betrag des Minimums mit zunehmender Blockgröße ebenso wie die anderen Fehlermaße rasch an. Bemerkenswert ist außerdem, daß die maximalen Fehlerwerte nicht an den Punkten auftreten, die den größten Abstand von den Paßpunkten haben. Bei früheren Untersuchungen über die Genauigkeit von slotted-templet-Blöcken ist diese Tatsache offenbar nicht erkannt worden.

Die rasche Zunahme der Fehlergrößen mit der Blockgröße wird außerdem in ungünstigem Sinne von einem zunehmenden Unterschied der mittleren Fehler von Blockrand und Blockmitte begleitet, wie aus Bild 1 ersichtlich ist und durch Tab. 1 genauer belegt wird. Im gleichen Zusammenhang verschlechtert sich auch das Verhältnis zwischen σ_{\max} und μ .

(Zu beachten: Es handelt sich hier um die Unterschiede zwischen mittleren Fehlern; der mittlere Fehler der Differenz zwischen Rand und Mitte eines Blockes ist wegen der Korrelation der ausgeglichenen Koordinaten etwas ganz anderes).

Tabelle 1
Divergenz der Genauigkeitsmaße

n_s	σ_{\max}	μ	σ_m	$\sigma_{\max} - \sigma_m$	$\frac{\sigma_{\max}}{\mu}$
				σ_{\max}	μ
(Einheit σ_0)					
2	1,44	1,31	1,20	17 %	1,10
4	2,28	1,85	1,66	27 %	1,23
6	3,16	2,42	2,17	31 %	1,30
8	4,08	3,02	2,71	34 %	1,35
10	5,04	3,65	3,28	35 %	1,38

ausgleichungsverfahren gelten, die nicht auf dem Anblock-Prinzip beruhen, sofern sie nur mit einer einigermaßen vergleichbaren Zahl von Freiheitsgraden arbeiten.

Weiterhin sei bemerkt, daß die theoretischen Genauigkeitsstrukturen erst durch den als Eichfaktor wirkenden mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 in (mittlere) Fehlerwerte übersetzt werden und dessen Zahlenwert (siehe unten) aus tatsächlichen praktischen Blockausgleichungen, denen dieselbe Theorie zugrunde liegt, experimentell bestimmt wird. Ein etwaiger Bias im theoretischen Ansatz, z. B. wegen systematischer Modelldeformationen, wird daher durch diese Eichung wenigstens im experimentell erfaßten Bereich weitgehend kompensiert. Die laut [4] empirisch festgestellte Konstanz von σ_0 im Bereich der Bildmaßstäbe 1 : 4000 bis 1 : 12000 ist ein weiterer Hinweis dafür, daß der fehlertheoretische Ansatz als realistisch gelten kann.

Obige Gründe lassen hoffen, daß die hier behandelten theoretischen Genauigkeitsergebnisse für den beabsichtigten Zweck einer ersten allgemeinen Übersicht brauchbar und hinreichend realistisch sind. Trotzdem handelt es sich selbstverständlich fehlertheoretisch um einen vereinfachten Ansatz, der nicht geeignet ist, alle relevanten Genauigkeitsfragen zu beantworten, und dessen tatsächliche Aussagekraft und Begrenzung noch genau untersucht werden muß.

Im folgenden werden diese einschränkenden Voraussetzungen nicht mehr erwähnt werden, d. h. sämtliche Aussagen gelten innerhalb des zugrundegelegten fehlertheoretischen Modells, von dem nach den obigen Ausführungen klar ist, daß es nur in begrenztem Umfang für die Genauigkeit praktischer Blockausgleichungen repräsentativ sein kann. Der Gültigkeitsbereich des Modells dürfte allgemein bei kleinen Blöcken, ferner im Bereich einzelner Modelle und einzelner Modellüberlappungen sowie im Nachbarschaftsbereich einzelner Punkte und Paßpunkte überschritten sein. In diesen Bereichen ist die einfache Fehlertheorie des Anblocksystems nicht leistungsfähig genug, um die Genauigkeitseigenschaften detailliert erfassen und beschreiben zu können.

Aussagen über die absolute Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke

Bei einer allgemeinen Beschreibung der absoluten Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke interessiert in erster Linie die Abhängigkeit der Genauigkeit von Blockform und Blockgröße sowie von Dichte und Anordnung der Paßpunkte.

Aus den in [1] aufgeführten sowie einigen weiteren, nicht veröffentlichten Beispielen lassen sich die nachfolgenden Angaben zusammenstellen. Dabei wird ein Block stets nur durch die Verknüpfungspunkte (d. h. den im Anblocksystem unbekanntes Koordinaten) dargestellt.

Als repräsentative Genauigkeitsmaße werden benutzt:

σ_{\max} = max. mittl. Koordinatenfehler der ausgeglichenen Bindepunkte

σ_m = mittl. Koordinatenfehler des Blockmittelpunktes

μ = quadr. Mittelwert der mittleren Fehler der ausgeglichenen Koordinaten aller Bindepunkte eines Blockes.

Sämtliche Genauigkeitsmaße sind in Einheiten des mittleren Gewichtseinheitsfehlers σ_0 ausgedrückt, der – vereinfacht gesagt – der Koordinatenmeßgenauigkeit in den nicht ausgeglichenen Einzelmodellen entspricht.

Zur Vermeidung von Fehlinterpretationen muß besonders darauf hingewiesen werden, daß die in [1] dargestellten Ergebnisse zwar jeweils die mittleren Koordinatenfehler der einzelnen Bindepunkte andeuten, daß aber die gegenseitigen Korrelationen nicht aufgeführt sind, d. h. daß die in der axonometrischen Darstellung hervortretenden „Fehlerflächen“ nichts mit den tatsächlichen oder wahrscheinlichen Deformationen einzelner ausgeglichener Blöcke zu tun haben.

1. Quadratische Blockform

1.1. 4 Paßpunkte an den Blockecken

Bei den in [1] abgebildeten quadratischen Blöcken mit nur 4 Paßpunkten an den Ecken fällt zunächst auf, daß die Genauigkeit mit zunehmender Blockgröße stark abnimmt. Dieser Befund wird durch Bild 1 belegt.

ACKERMANN, Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken

Die funktionale Abhängigkeit der verschiedenen Genauigkeitsmaße von der Blockgröße (ausgedrückt durch die Anzahl n_s der den jeweiligen Block bildenden Streifen) verläuft offensichtlich geringfügig über-linear; die Kurven sind nach oben leicht konkav. Im Bereich der Blockgrößen von $n_s = 2$ (bzw. Zahl der Modelle $n_M = 8$) bis $n_s = 10$ ($n_M = 200$) und in Extrapolation auch noch darüber hinaus können die Zusammenhänge mit hinreichender Genauigkeit durch folgende lineare Funktionen, die Bild 1 entnommen sind, ausgedrückt werden:

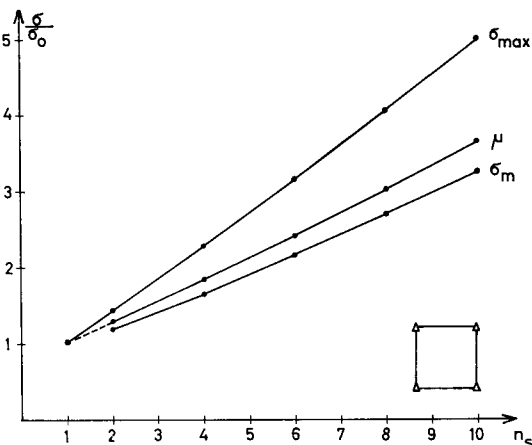


Bild 1

Abhängigkeit zwischen Genauigkeit und Blockgröße

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\max} &= (0,52 + 0,45 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\max} = (0,52 + 0,32 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\
 \mu &= (0,70 + 0,30 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \mu = (0,70 + 0,21 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\
 \sigma_m &= (0,65 + 0,26 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_m = (0,65 + 0,18 \sqrt{n_M}) \sigma_0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Die Beispiele in [1] zeigen weiterhin ganz allgemein, daß die Lagegenauigkeit eines beliebigen Punktes im Block von seinem Ort im Block abhängt. Die maximalen mittleren Koordinatenfehler treten jeweils an den Mitten der freien Blockränder auf, während der Innenbereich der Blöcke über einen beträchtlichen Teil der Gesamtfläche recht gleichmäßige Genauigkeitsverhältnisse aufweist. Abgesehen von der unmittelbaren Nachbarschaft der Paßpunkte, die als fehlerfrei angenommen sind, liegt am Blockmittelpunkt ein Fehlerminimum, $\sigma_m = \sigma_{\min}$. Allerdings wächst der Betrag des Minimums mit zunehmender Blockgröße ebenso wie die anderen Fehlermaße rasch an. Bemerkenswert ist außerdem, daß die maximalen Fehlerwerte nicht an den Punkten auftreten, die den größten Abstand von den Paßpunkten haben. Bei früheren Untersuchungen über die Genauigkeit von slotted-templet-Blöcken ist diese Tatsache offenbar nicht erkannt worden.

Die rasche Zunahme der Fehlergrößen mit der Blockgröße wird außerdem in ungünstigem Sinne von einem zunehmenden Unterschied der mittleren Fehler von Blockrand und Blockmitte begleitet, wie aus Bild 1 ersichtlich ist und durch Tab. 1 genauer belegt wird. Im gleichen Zusammenhang verschlechtert sich auch das Verhältnis zwischen σ_{\max} und μ .

(Zu beachten: Es handelt sich hier um die Unterschiede zwischen mittleren Fehlern; der mittlere Fehler der Differenz zwischen Rand und Mitte eines Blockes ist wegen der Korrelation der ausgleichenen Koordinaten etwas ganz anderes).

Tabelle 1
Divergenz der Genauigkeitsmaße

n_s	σ_{\max}	μ	σ_m	$\sigma_{\max} - \sigma_m$	$\frac{\sigma_{\max}}{\mu}$
				σ_{\max}	μ
	(Einheit σ_0)				
2	1,44	1,31	1,20	17%	1,10
4	2,28	1,85	1,66	27%	1,23
6	3,16	2,42	2,17	31%	1,30
8	4,08	3,02	2,71	34%	1,35
10	5,04	3,65	3,28	35%	1,38

Tabelle 2
Asymmetrie der Genauigkeitsmaße

n_s	σ_{\max} Längsseite	σ'_{\max} Stirnseite	$\frac{\sigma_{\max} - \sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}}$
	(Einheiten σ_0)		
2	1,44	1,40	2,8 %
4	2,28	2,25	1,3 %
6	3,16	3,14	0,6 %
8	4,08	4,06	0,5 %
10	5,04	5,02	0,4 %

Die Asymmetrie der Genauigkeit ist bei quadratischen Blöcken wenig ausgeprägt. In Tab. 2 sind die Unterschiede zwischen den an der Stirnseite und an den Längsseiten (in bezug auf die Streifenrichtung) der Blöcke auftretenden Maxima der mittleren Fehlerwerte zusammengestellt. Offenbar streben die relativen Unterschiede bei unendlich großen Blöcken gegen 0, was übrigens die eingangs erläuterte Ansicht stützt, bei großen Verbänden sei die Genauigkeitsstruktur unabhängig von der Art der Elementareinheiten.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß Blöcke mit Paßpunktkontrolle an den Ecken einem ungünstigen Fehlergesetz folgen. Die maximalen mittleren Koordinatenfehler an den Blockrändern wachsen mit zunehmender Blockgröße fast ebenso rasch wie bei Streifen vergleichbarer Länge. Die Genauigkeit ist nur bei kleinen Blöcken (bis etwa 8 Modelle) mit der Genauigkeit voll durch Paßpunkte kontrollierter Einzelmodelleinpassungen vergleichbar, wie es bei der Katasterphotogrammetrie z. B. gefordert wird.

Die großen Beträge der mittleren Fehler an den Blockrändern geben zu der Warnung Anlaß, daß dort gelegene Kontrollpunkte mit verhältnismäßig großen Abweichungen nicht ohne weiteres als grob falsch verworfen werden dürfen. Unter Benützung der durchschnittlichen Genauigkeit eines Blockes ist jedenfalls die zur Toleranzfeststellung übliche 3 σ -Regel (hier 3 μ -Regel) nur bei kleinen Blöcken noch näherungsweise brauchbar. Bei größeren Paßpunktabständen (> 10 Basislängen) gilt für die Mitten der Blockränder statt dessen 3 $\sigma_{\max} \approx 4 \mu$.

1.2 Vollständige Paßpunktbesetzung der Blockränder

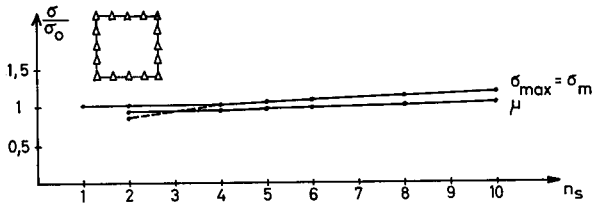
Der Fall der dichten Paßpunktbesetzung der Blockränder erweist sich als besonders interessant und für die Praxis wichtig. Unter dichter Paßpunktbesetzung werden hier, des Schemas wegen, Paßpunkte im Abstand von 2 Basislängen verstanden.

Die Beispiele in [1] zeigen deutlich, daß die Genauigkeitsverhältnisse derartiger Blöcke sehr gleichmäßig sind. Am Blockmittelpunkt tritt – abgesehen von den kleinen Blöcken – ein schwach ausgeprägtes Fehlermaximum auf, $\sigma_m = \sigma_{\max}$. Die Beträge der mittleren Koordinatenfehler unterscheiden sich kaum von dem mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 , sind also bemerkenswert klein. Die Genauigkeit auch sehr großer Blöcke bleibt mit der voll kontrollierter Einzelmodelle unmittelbar vergleichbar.

Die Fehlermaße nehmen mit zunehmender Blockgröße nur ganz schwach zu. Eine gegenseitige Abhängigkeit zwischen Genauigkeit und Blockgröße ist also kaum vorhanden. Aus dieser wichtigen Eigenschaft werden sich bemerkenswerte Folgerungen ziehen lassen. Bild 2 veranschaulicht diese Zusammenhänge zwischen Genauigkeit und Blockgröße, die im erfaßten Bereich für alle praktischen Zwecke als linear gelten können. Aus Bild 2 lassen sich folgende Beziehungen ablesen:

Bild 2

Abhängigkeit zwischen Genauigkeit und Blockgröße



$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_m &= (1,00 + 0,019 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\max} = \sigma_m = (1,00 + 0,013 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\ \mu &= (0,91 + 0,015 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \mu = (0,91 + 0,011 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \end{aligned} \quad (2a)$$

Diese Beziehungen sind für den Bereich $1 \leq n_s \leq 10$ bzw. $2 \leq n_M \leq 200$ abgeleitet, erfassen also die in der Praxis normalerweise vorkommenden Blockgrößen. Eine gewisse Extrapolation in Richtung noch größerer Blöcke ist ohne merkliche Fehler zulässig. Allerdings sind zur Extrapolation bis in den Bereich von $n_s = 15$ und mit etwas geringerer Zuverlässigkeit noch weiter die Beziehungen

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= (0,92 + 0,027 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\max} = (0,92 + 0,019 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \\ \mu &= (0,88 + 0,018 n_s) \sigma_0 \quad \text{bzw.} \quad \mu = (0,88 + 0,013 \sqrt{n_M}) \sigma_0 \end{aligned} \quad (2b)$$

geeigneter. Sie sind aus Bild 2 unter Berücksichtigung der durch $n_s \geq 5$ ($n_M \geq 50$) gekennzeichneten Funktionsbereiche abgeleitet¹⁾.

Welcher der Beziehungen (2a) oder (2b) man auch den Vorzug geben mag, sie geben in jedem Falle die Zusammenhänge in Bild 2 bis auf wenige Prozent genau wieder. Bei der besonders schwachen Abhängigkeit der Genauigkeit von der Blockgröße wird es sogar für viele Genauigkeitsabschätzungen vollauf genügen, die Fehlergrößen in hinreichender Näherung als konstant zu betrachten und etwa zu setzen

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_m &\approx 1,05 \sigma_0 \quad (1 \leq n_s \leq 6) \\ \sigma_{\max} = \sigma_m &\approx 1,15 \sigma_0 \quad (6 < n_s \leq 10) \\ \mu &\approx 1,0 \sigma_0 \quad (1 \leq n_s \leq 10) \end{aligned} \quad (2c)$$

Als weitere Bestätigung der günstigen Fehlereigenschaften der an den Rändern voll kontrollierten Blöcke sei in Tab. 3 die Gleichmäßigkeit der Genauigkeitsverhältnisse über die Blockflächen aufgezeigt.

Tabelle 3
Günstige Verhältnisse der Genauigkeit

n_s	σ_{\max}	μ	$\frac{\sigma_{\max}}{\mu}$
	(Einheit σ_0)		
2	1,01	0,94	1,07
4	1,02	0,95	1,07
6	1,10	1,00	1,10
8	1,15	1,03	1,12
10	1,19	1,06	1,12

1.3. Lockere Paßpunktbesetzung der Blockränder

Die in [1] dargestellten Fälle d2, f4, g2, g4 sind Beispiele für die weniger dichte Besetzung der Ränder quadratischer Blöcke mit Paßpunkten. Ein Vergleich mit den entsprechenden Fällen mit vollständiger Randbesetzung (d3, f3, g3) läßt zwei charakteristische Eigenschaften erkennen:

Der wichtigste und unmittelbar auffallende Einfluß der Vergrößerung der Paßpunktabstände zeigt sich an den Blockrändern selber. Bei Erhöhung der Paßpunktabstände an den Blockrändern auf

¹⁾ In [7] ist eine Beziehung mit geringfügig abweichenden Koeffizienten angegeben. Sie wurde damals noch ohne die Daten der großen Blöcke und vorsichtshalber mit einer gewissen Tendenz nach der sicheren Seite abgeleitet.

nur 4 Basislängen treten schon in allen Fällen die maximalen Fehlerwerte mit dem konstanten Betrag $\sigma_{\max} = 1,4 \sigma_0$ an den Blockrändern zwischen den Paßpunkten auf. Dieser Betrag ist offenbar unabhängig von Blockgröße und Blockform (siehe auch die Fälle unter 2.). Ganz entsprechend zeigt Fall g2, daß bei einem Paßpunktabstand $\Delta p = 8b$ der Maximalfehler auf $\sigma_{\max} = 2,10 \sigma_0$ ansteigt. Der entsprechende Wert $\sigma_{\max} = 2,28 \sigma_0$ des vergleichbaren Falles d1, wo Paßpunktabstand = Seitenlänge des Blockes ist, läßt erkennen, daß es wenigstens im praktisch interessierenden Bereich keinen wesentlichen Unterschied macht, ob bei gegebenem Δp eine Blockseite unterteilt ist oder nicht.

Wir können also folgern, daß die Zunahme der Fehlerwerte an den freien Randzonen praktisch nur vom Abstand der betreffenden Paßpunkte abhängig ist. Der Zusammenhang ist in guter Näherung linear und ist bis zum Paßpunktabstand von $\Delta p \approx 8b$ hinreichend genau ($< 10\%$) durch die Funktion für σ_{\max} in Bild 1 bzw. Gleichung (1) dargestellt (wobei n_s durch $\Delta p/2b$ zu ersetzen ist).

Als zweite charakteristische Eigenschaft läßt sich feststellen, daß die Lockerung der Paßpunktdichte und der damit verbundene Fehleranstieg an den Blockrändern die gute Genauigkeit im ausgedehnten inneren Flächenbereich der Blöcke nur geringfügig verschlechtert. Die Zunahme des mittleren Fehlers σ_m im Blockmittelpunkt beträgt bei Vergrößerung der Paßpunktabstände von $\Delta p = 2b$ auf $\Delta p = 4b$ ($b =$ Basislänge, $\Delta p =$ Paßpunktabstand) bei den Fällen d2, f4, g4 ($n_s = 4, 6, 8$) nur 5 %, 3 % bzw. 2 %. Im Falle g2 ($n_s = 8$) mit $\Delta p = 8b$ ist der Betrag von σ_m auch nur um 11 % angestiegen. Die schwache Beeinflussung des Blockinneren vom Blockrand her gilt jedoch dann nicht mehr, wenn der Block nur noch an den Eckpunkten durch Paßpunkte gestützt ist. In diesen Fällen reicht der sonst rasch abklingende Einfluß der großen Fehlerwerte der offenen Blockränder bis zur Blockmitte und bringt auch dort eine beträchtliche Verschlechterung.

Als wichtigste Folgerung aus den bisher aufgezeigten Genauigkeitseigenschaften von Blöcken ist festzustellen, daß für eine gleichmäßige Genauigkeitsverteilung im Block unerlässlich ist, die Blockränder dicht mit Paßpunkten zu besetzen. Dann liegen auch die absoluten Fehlerbeträge in der Größenordnung des Betrages von σ_0 . Die Abstände der Paßpunkte am Blockrand dürfen zur Erfüllung dieser Forderungen die Länge $\Delta p = 4b$ nicht überschreiten.

1.4. Zusätzlicher Paßpunkt in Blockmitte

Die Beispiele d4, d5, f5, f8 in [1] demonstrieren und bestätigen die bekannte Tatsache, daß ein zusätzlicher Paßpunkt in der Mitte eines sonst am Rande gut kontrollierten Blockes nur seine lokale Umgebung beeinflusst, jedoch auf die weitere Umgebung bzw. auf die Genauigkeit des ganzen Blockes ohne nennenswerte Wirkung bleibt. Die Mittelwerte μ sind in den angeführten Beispielen nur um etwa 3 % vermindert. Der zusätzliche Paßpunkt reduziert die mittleren Fehler im Abstand von 2 bis 3 Basislängen vom Blockmittelpunkt nur um etwa 10 %.

1.5. Unregelmäßige Paßpunktverteilung

Die Beispiele d6, d8, f11, f12 in [1] sprechen unmittelbar für sich selbst. Es bestätigt sich, daß eine mehr oder weniger dichte Paßpunktbesetzung im Blockinneren die dort ohnehin günstigen und stabilen Genauigkeitsverhältnisse nur unwesentlich verbessern kann. Die offenen Randzonen eines Blockes sind nach wie vor die gefährdeten Gebiete, die nur durch Paßpunkte an den Blockrändern gesichert werden können. Selbst Paßpunkte im Abstand von nur 2 Basislängen vom Rand können die Punkte am Rand selbst nur schwach stützen (s. Fall d6, f12).

Diese Verhältnisse bestätigen, daß die Fehlereigenschaften der Blockränder primär nur vom gegenseitigen Abstand der dort liegenden Paßpunkte bestimmt sind und von Paßpunkten im Blockinneren nur schwach bzw. bei Abständen von mehreren Modellbreiten praktisch überhaupt nicht mehr beeinflusst werden.

Daraus ergibt sich die Regel, bei vorhandenem dichten Paßpunktnetz die im Blockinneren liegenden Punkte zwar selbstverständlich für die Blockausgleichung zu benützen, aber trotzdem darüber hinaus auf die Randbesetzung besonders sorgfältig zu achten. Umgekehrt besteht in den Fällen, in denen die Paßpunkte für die Zwecke der Blockausgleichung erst bestimmt werden müssen, keine

Veranlassung, außer einer dichten Punktreihe entlang der Blockbegrenzung im Innern zusätzliche Punkte vorzusehen.

1.6. Zusätzliche Randstreifen außerhalb des Paßpunktrahmens

Die oben herausgearbeitete Regel, daß für gute Genauigkeiten eine dichte Besetzung der Blockränder mit Paßpunkten erforderlich ist, kann umgangen werden, wenn der photogrammetrische Blockverband sich allseitig über das zur eigentlichen Bearbeitung anstehende Gebiet, das heißt über einen inneren Paßpunktrahmen (im folgenden durch den Index i gekennzeichnet) hinaus erstreckt. Wie die Beispiele f9, f10, g8 demonstrieren, stabilisieren die zusätzlichen Streifen und Modelle den inneren Teil, oder vielmehr die Randzonen des inneren Teils beträchtlich.

Die Wirksamkeit dieser Maßnahme zeigt Tabelle 4, in der jeweils für vergleichbare Blöcke ohne bzw. mit zusätzlichen Randstreifen die zu einem bestimmten Paßpunktrahmen (gekennzeichnet durch Zahl $n_s = (n_s)_i$ der Streifen und Paßpunktabstand Δp) gehörenden Fehlerwerte zusammengestellt sind.

Tabelle 4
Wirksamkeit zusätzlicher Randstreifen

n_s Δp		1 2b	2 4b	4 4b	6 6b	4 8b	6 12b
		(Einheit σ_0)					
mit Randstreifen	σ_{max}	1,02	1,44	1,42	1,77	2,28	3,16
	σ_m	—	1,20	1,07	1,19	1,66	2,17
	μ	1,02	1,31	1,18	1,35	1,85	2,42
	$(\sigma_{max})_i$	—	1,02	1,04	1,17	1,38	1,83
	$(\sigma_m)_i$	—	1,00	1,04	1,13	1,23	1,51
	μ_i	—	0,96	0,97	1,09	1,22	1,51

Den Angaben der Tabelle 4 ist zu entnehmen, daß offenbar auch bei einem Paßpunktrahmen mit zusätzlichen Randstreifen an diesem Rahmen gleichen Paßpunktabständen gleiche Fehlermaxima zugeordnet sind, unabhängig von der Größe des Blockes bzw. des inneren Paßpunktrahmens.

Weiterhin ist bemerkenswert, daß die Zunahme der $(\sigma_{max})_i$ mit zunehmender Blockgröße wiederum genähert linear, aber nur etwa halb so schnell erfolgt wie entsprechend ohne zusätzliche Randstreifen. Aus Tabelle 4 ist zu entnehmen, daß für Blöcke ohne Randstreifen, mit durch Paßpunkte unterteilten Blockrändern etwa gilt

$$\sigma_{max} \approx \left(0,6 + 0,2 \frac{\Delta p}{b} \right) \sigma_0 \quad (2b \leq \Delta p \leq 8b) \quad (3a)$$

(Für nicht unterteilte Blockseiten gilt die damit fast identische, entsprechende Beziehung aus (1)).

Dagegen lautet die ebenfalls aus Tabelle 4 zu entnehmende entsprechende Beziehung für Blöcke mit Randstreifen

$$(\sigma_{max})_i \approx \left(0,6 + 0,1 \frac{\Delta p}{b} \right) \sigma_0 \quad (4b \leq \Delta p \leq 12b) \quad (3b)$$

Die stabilisierende Wirkung von Randstreifen kann selbstverständlich noch erhöht werden, wenn im Randbereich zusätzliche Paßpunkte mitbenützt werden.

Die Frage, ob im Einzelfall für eine Blockausgleichung eine dichte Randbesetzung mit Paßpunkten oder der zusätzliche photogrammetrische Aufwand weiterer Randstreifen vorzuziehen ist, muß selbstverständlich in der Praxis nach wirtschaftlichen oder sonstigen relevanten Gesichtspunkten entschieden werden. Bei der Aerotriangulation sehr großer Gebiete, die aus nacheinander zu bearbeitenden Teilblöcken bestehen, bietet sich nach obigen Ergebnissen als praktische Lösung an, die Teilblöcke bei der Berechnung mit jeweils einer Streifenbreite gegenseitig überlappen zu lassen.

2. Rechteckige Blockformen

Die bisherigen Ausführungen behandelten die Abhängigkeit der Genauigkeit von Blockgröße und Paßpunktverteilung bei quadratischen Blöcken. Es bleibt zu untersuchen, ob die Variation der Blockform einen nennenswerten Einfluß ausüben wird.

Die Beispiele f6, f7, d10, d11, d12, d14 in [1] und zusätzlich die Fälle s (Einzelstreifen) und z (Doppelstreifen) in [2] lassen unmittelbar erkennen, daß auch für die Genauigkeitsverhältnisse rechteckiger Blöcke in erster Linie die Kontrolle der Blockränder entscheidend ist. Bei dichter Randbesetzung durch Paßpunkte ist die Genauigkeit eines Blockes praktisch konstant und unabhängig von der Blockform. Ein Vergleich mit den entsprechenden Beispielen bestätigt, daß die für quadratische Blöcke mit guter Randkontrolle gültigen Gesetze unmittelbar auch das Genauigkeitsverhalten rechteckiger und sicherlich in guter Näherung auch das unregelmäßig geformter Blöcke beschreiben. (Vergleiche dazu Beispiel d14 mit d3, f3; sowie f7, d12 mit d2, f4, g4).

Für bestimmte Paßpunktanordnungen könnte man nun Optimierungsprobleme behandeln, die aber angesichts der bisherigen Ergebnisse von geringem praktischem Interesse sind. So kann man fragen, bei welcher rechteckigen Blockform ein Genauigkeitsoptimum erreicht wird, falls z. B. nur 4 an den Blockecken gelegene Paßpunkte zugelassen werden. Für den Fall einer konstanten Blocklänge von 8 Modellen (in Streifenrichtung) ergeben die auf diese Voraussetzungen zutreffenden Beispiele s8 (Einzelstreifen), z8 (Doppelstreifen), d1 (4 Streifen, quadratischer Block) und f6 (6 Streifen, Block breiter als lang) das in Bild 3 dargestellte Bild.

Nach Bild 3 erreicht unter den genannten Voraussetzungen der Betrag des maximalen mittleren Fehlers σ_{\max} ein Minimum, wenn der Block nur aus 2 Streifen besteht, d. h. in diesem Fall ein Seitenverhältnis von 1 : 2 aufweist. Allerdings ist bei gegebener Länge der von der Blockbreite herrührende Einfluß recht gering (< 10% auf σ_{\max}), das Optimum ist also nicht stark ausgeprägt. Die von der Streifentriangulation her bekannte Faustregel, wonach die Genauigkeit hauptsächlich durch den Paßpunktabstand bestimmt ist, gilt daher in gewisser Erweiterung des Begriffes Paßpunktabstand auch für rechteckige und quadratische Blöcke. Übrigens zeigt Bild 3 die unter 1.1 erwähnte Tatsache, daß ein quadratischer Block mit 4 Paßpunkten nur unwesentlich genauer ist als ein gleich langer Einzelstreifen, im Zusammenhang.

Die gestrichelte Kurve in Bild 3 bezieht sich auf die jeweils an der Stirnseite der Blöcke auftretenden Fehlermaxima, die im vorliegenden Fall ab $n_s > 4$ absolute Maxima sind (Querseite > Längsseite). Auch diese Kurve bestätigt die schon in verschiedenem Zusammenhang aufgetretene Gesetzmäßigkeit, daß die Fehlergrößen etwa linear mit zunehmendem Paßpunktabstand ansteigen, und

zwar praktisch unabhängig vom sonstigen Geschehen im Block, d. h. hier unabhängig vom Seitenverhältnis des Blocks.

Folgerungen

Die bisher besprochenen Eigenschaften der theoretischen Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke lassen sich für die Fälle, bei denen gute und gleichmäßige Genauigkeit wichtig ist, wie z. B. durchweg bei großmaßstäbigen Blocktriangulationen, in 2 einfache Faustregeln zusammenfassen, die für Genauigkeitsabschätzungen und für Planungen hinreichend sind.

a) Gleichmäßige und gute Genauigkeit wird nur dann erreicht, wenn die Blockränder durch eine dichte Reihe von Paßpunkten (bzw. durch zusätzliche Randstreifen) abge-

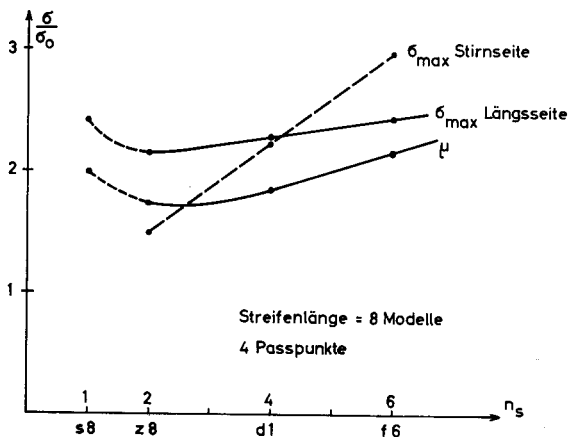


Bild 3 Beispiel zur Optimierung der Blockbreite bei gegebener Blocklänge

sichert sind. In diesen Fällen bleibt die absolute Lagegenauigkeit unabhängig von Blockgröße und Blockform in der Größenordnung des mittleren Gewichtseinheitsfehlers σ_0 , ist also mit der Genauigkeit der Einzelmodellauswertung vergleichbar.

b) Bei Lockerung der Paßpunktdichte entlang der Blockränder vergrößern sich dort die Fehlerwerte beträchtlich. Die Zunahme verläuft genähert linear mit zunehmendem Paßpunktabstand. Schon bei Paßpunktabständen von 4 Basislängen übersteigen die Fehlerwerte der Blockränder (in der Mitte zwischen den Paßpunkten) diejenigen der restlichen Blockfläche deutlich. Bei noch größeren Paßpunktabständen wird dieses Mißverhältnis krasser, so daß derartige Paßpunktanordnungen bei hohen Genauigkeitsanforderungen an die Blocktriangulation außer Betracht bleiben müssen. Paßpunkte in der Blockmitte bzw. im Blockinnern sind nur in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft wirksam, können also die entscheidende Bedeutung der Absicherung der Blockränder nicht abschwächen.

Die bisherigen Ausführungen und Genauigkeitsvergleiche bezogen sich stets auf gleiche mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 d. h. bei gegebener Luftbildkammer praktisch auf gleiche Bildmaßstäbe und gleiche Flughöhen. Bei der Planung von Aerotriangulationen stellt sich die Frage der Genauigkeit aber meist in anderer Form. Häufig ist zunächst die Gebietsgröße im Gelände und die angestrebte Genauigkeit gegeben; gesucht ist die optimale Flugdisposition, d. h. bei gegebener Kammer: Bildmaßstab, Flughöhe, Zahl der Aufnahmen, sowie die erforderliche Paßpunktverteilung.

Es genügt zunächst, diese Fragestellung auf den Fall quadratischer Blockform mit dichter Randbesetzung durch Paßpunkte einzuschränken, da dieser Fall weitgehend repräsentativ ist bzw. für hohe Genauigkeitsforderungen stets angestrebt werden muß. Unter dieser Voraussetzung genügt es weiterhin, die folgenden Ausführungen auf den maximalen mittleren Fehler σ_{\max} als repräsentativen Genauigkeitsparameter abzustellen.

Nach den statistischen Untersuchungen von D. ECKHART [4] kann man zumindest im Bereich der vor allem interessierenden großmaßstäbigen Blocktriangulationen (1:4000 — 1:12000) davon ausgehen, daß der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 im Bildmaßstab konstant ist. Als Durchschnittswerte gelten z. Zt.:

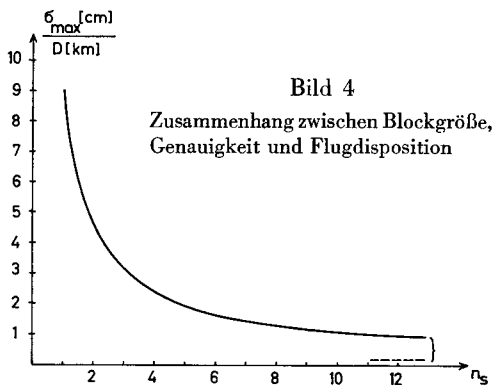
- $\sigma_0 = 16 \mu\text{m}$ für Weitwinkelaufnahmen, Film, $f = 15 \text{ cm}$, Format $23 \text{ cm} \times 23 \text{ cm}$
- $\sigma_0 = 10 \mu\text{m}$ für Weitwinkelaufnahmen auf Glasplatten, $f = 10 \text{ cm}$, Format $14 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$.

Führen wir als Parameter für die Größe eines quadratischen Blocks im Gelände die Seitenlänge D [km] ein, läßt sich die Gleichung (2a) zu folgender Beziehung zwischen Genauigkeit, Blockgröße und Anzahl der den Block deckenden Streifen oder Modelle umformen:

$$\frac{\sigma_{\max} [\text{cm}]}{D [\text{km}]} = \frac{8,9}{n_s} + 0,17 = \frac{12,6}{\sqrt{n_M}} + 0,17 \quad (n_s \leq 10 \dots 12) \quad (4a)$$

Die Beziehung (4a) gilt für Weitwinkelaufnahmen, und zwar sowohl für die oben genannten Filme als auch Plattenaufnahmen (zufälligerweise, weil das Verhältnis der σ_0 gleich dem Verhältnis der Basislängen ist). Bei gegebener Gebietsgröße und bekannter zulässiger Genauigkeit läßt sich daraus die zugehörige Flugdisposition in Form der Streifenzahl n_s errechnen. Bild 4 veranschaulicht den Zusammenhang graphisch.

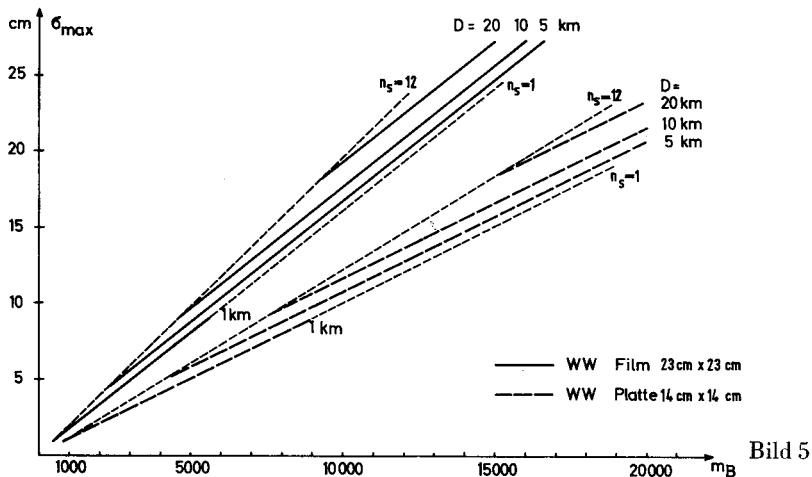
Als wichtigstes Ergebnis ist festzuhalten, daß es bei gegebener Blockgröße und gegebener Genauigkeit keine optimale Flugdisposition gibt. In (unzulässiger) Extrapolation des Gültigkeits-



bereichs der Beziehung (4a) ergibt sich das Genauigkeitsoptimum asymptotisch für $n_s \rightarrow \infty$. Das bedeutet praktisch, daß bei gegebener Blockgröße die Genauigkeit umso besser wird, mit um so mehr Streifen bzw. Modellen, d. h. mit um so größerem Bildmaßstab die gegebene Gelände- fläche überdeckt wird. Allerdings nehmen ab $n_s > 10 \dots 12$ die Fehlerwerte so langsam ab, daß für praktische Zwecke die Überdeckung einer Blockfläche mit etwa 10 Streifen das Optimum darstellt. Für diesen Fall gilt die besonders einfache Faustregel

$$\sigma_{\max} [\text{cm}] \approx D [\text{km}] \quad (n_s \approx 10) \quad (4b)$$

Führt man als Parameter der Aufnahmedisposition an Stelle der Streifenzahl n_s den Bildmaßstab m_B ein, erhält man aus Gleichung (4a) die Beziehungen (5), die in Bild 5 graphisch veranschaulicht sind.



Film: $\sigma_{\max} [\text{cm}] = 1,6 \cdot 10^{-3} m_B + 0,17 D [\text{km}] \quad (m_B \cdot 18 \text{ cm} \leq D \leq 12 \cdot m_B \cdot 18 \text{ cm})$
 Platte: $\sigma_{\max} [\text{cm}] = 1,0 \cdot 10^{-3} m_B + 0,17 D [\text{km}] \quad (m_B \cdot 11,2 \text{ cm} \leq D \leq 12 \cdot m_B \cdot 11,2 \text{ cm}) \quad (5)$

Es bestätigt sich, daß bei großen Bildmaßstäben Genauigkeiten im cm-Bereich erreichbar sind, die Blocktriangulation also auch für genaue Katasterphotogrammetrie interessant ist. Es bedeutet weiterhin, daß bei einem gegebenen Rahmen von Polygon- oder trigonometrischen Punkten die photogrammetrische Blocktriangulation zur Punktverdichtung für die bei geodätischen trigonometrischen Netzen 3. und 4. Ordnung geforderte Genauigkeit geeignet ist. Dazu sind lediglich entsprechend große Bildmaßstäbe erforderlich, was mit der ohnehin aus anderen Gründen (Identifizierbarkeit) vorhandenen Tendenz nach großen Bildmaßstäben konform geht.

Zu der Feststellung, daß beinahe jede beliebige geforderte Genauigkeit durch Benützung entsprechend großer Bildmaßstäbe erreichbar ist, muß bemerkt werden, daß sich dabei die Zahl der benötigten Paßpunkte im gleichen Verhältnis erhöht. Da die Paßpunktabstände entlang der Blockränder nur 2 bis höchstens 4 Modellbreiten betragen sollen, bedeutet Vergrößerung des Bildmaßstabes eine entsprechende Verdichtung der Punktfolge im Gelände.

Es ist daher interessant, die Optimierungsfrage in Bezug auf im Gelände konstanten Paßpunkt- abstand neu zu stellen. Hierzu muß auf Gleichung (3a) zurückgegriffen werden. Führt man mit der

Beziehung $S = \frac{4p}{b} \cdot m_B \cdot 9 \text{ cm}$ bzw. $S = \frac{4p}{b} \cdot m_B \cdot 5,6 \text{ cm}$ den Paßpunktabstand S im Ge-

lände ein, erhält man aus Gleichung (3a):

Film: $\sigma_{\max} [\text{cm}] = 0,96 \cdot 10^{-3} m_B + 3,55 \cdot S [\text{km}] \quad (18 \text{ cm} \cdot m_B \leq S \leq 72 \text{ cm} \cdot m_B)$
 Platte: $\sigma_{\max} [\text{cm}] = 0,60 \cdot 10^{-3} m_B + 3,6 \cdot S [\text{km}] \quad (11,2 \text{ cm} \cdot m_B \leq S \leq 45 \text{ cm} \cdot m_B) \quad (6a)$

Der Zusammenhang ist graphisch in Bild 6 veranschaulicht.

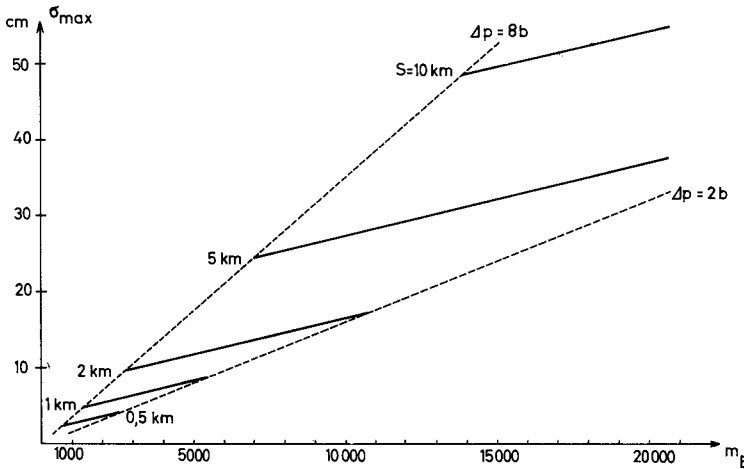


Bild 6
 Zusammenhang zwischen Genauigkeit, Bildmaßstab und Paßpunktabstand

Es zeigt sich, daß bei diesen Voraussetzungen die Genauigkeit nicht beliebig gesteigert werden kann, sondern daß bei gegebenem Paßpunktabstand im Gelände bestimmte Fehlerwerte nicht unterschritten werden können. Ein eigentliches Minimum wie etwa bei der Streifentriangulation gibt es nicht, abgesehen von dem durch (unzulässige) Extrapolation sich ergebenden Grenzwert von 3,6 cm pro km Paßpunktabstand. Das praktisch zumutbare Optimum liegt mit höchstens 8 Basislängen, d. h. 4 Streifenbreiten pro Paßpunktabstand ($S = 8 \cdot m_B \cdot 9 \text{ cm}$ bzw. $S = 8 \cdot m_B \cdot 5,6 \text{ cm}$) mit Weitwinkelaufnahmen auf Film oder Platte bei

$$\sigma_{\max} [\text{cm}] \approx 4,9 S [\text{km}] \tag{6b}$$

das mit dem entsprechenden, für Streifentriangulation gültigen Wert von $\sigma_{\max} [\text{cm}] = 5,3 S [\text{km}]$ vergleichbar ist (siehe [2]).

Führen wir weiterhin das Verhältnis D/S von Seitenlänge des Blockes zum Paßpunktabstand ein, lassen sich die Gleichungen (6a) in folgenden Ausdruck umformen, der wiederum für Film- und Plattenaufnahmen gleichermaßen gilt:

$$\frac{\sigma_{\max} [\text{cm}]}{D [\text{km}]} = \frac{5,3}{n_s} + 3,55 \frac{S}{D} \tag{7}$$

Hiervon sind neben den Extremfällen $D = S$ bzw. $D = S \cdot n_s$ von praktischem Interesse die Fälle $D = 2 S$, $D = 3 S$ und $D = 4 S$, die einer Unterteilung der Seitenlänge des Blockes durch 1, 2 und 3 Paßpunkte entsprechen. Diese Fälle sind in Bild 7 graphisch veranschaulicht. Sie bestätigen im einzelnen, daß für jede der verschiedenen Paßpunktanordnungen bestimmte Fehlerbeträge nicht unterschritten werden können, daß aber ganz allgemein Erhöhung der Anzahl der Streifen und Modelle, d. h. Vergrößerung des Bildmaßstabes bis zur praktisch vertretbaren Grenze jeweils die optimal erreichbare Genauigkeit ergibt.

Auf die Behandlung weiterer Sonderfälle muß hier verzichtet werden, sie lassen sich bei Bedarf aus den Ausgangsbeziehungen (2) und (3) bzw. auch (1) ableiten. Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß die verschiedenen hier angeführten „Gesetzmäßigkeiten“ nicht zu weit über den angegebenen Gültigkeitsbereich hinaus extrapoliert werden dürfen. Die Ausgangsbeziehungen (1), (2) und (3) ersetzen die im Prinzip nichtlinearen Beziehungen im angegebenen Bereich zwar bis auf wenige Prozent genau, können aber nicht unbegrenzt an deren Stelle treten.

Trotzdem ist hinreichend gesichert, daß die Lagegenauigkeit von Blöcken mit guter Paßpunktbesetzung an den Blockrändern außerordentlich günstige Eigenschaften aufweist. Die photogrammetrische Punktbestimmung durch Blocktriangulation kann deshalb die hohen Anforderungen an Bestimmung und Verdichtung von Punktfeldern, z. B. für Zwecke des Katasters, der Ingenieur-

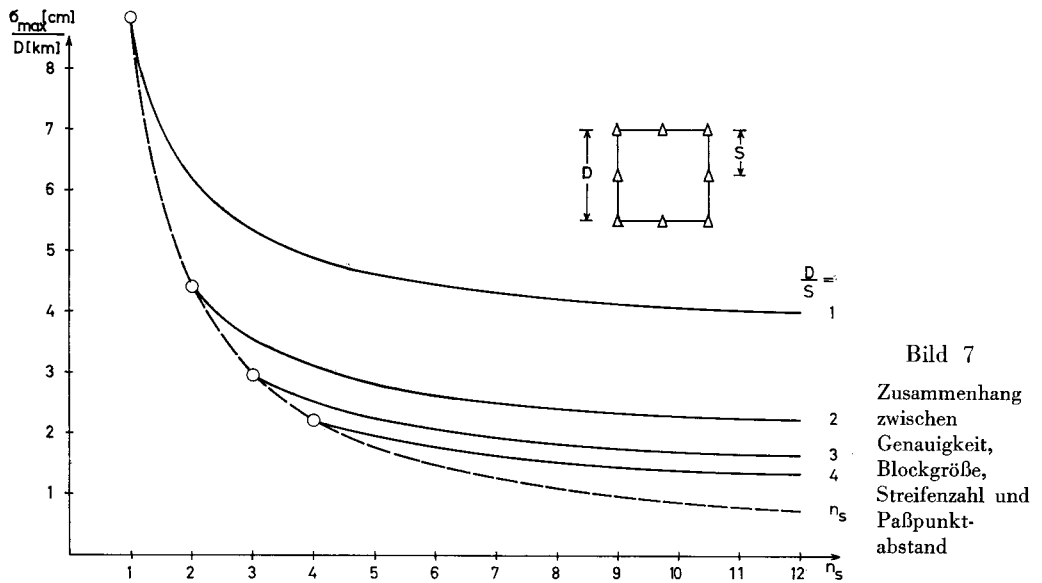


Bild 7
 Zusammenhang zwischen Genauigkeit, Blockgröße, Streifenzahl und Paßpunkt- abstand

vermessungen, trigonometrische Netze 3. und 4. Ordnung usw. weitgehend erfüllen und ist in den genannten und ähnlichen Aufgabenbereichen den terrestrisch-geodätischen Arbeitsmethoden gleichberechtigt zur Seite zu stellen.

Zusammenfassung

Es wird der Einfluß von Blockgröße und -form sowie von Dichte und Verteilung der Paßpunkte auf die Lagegenauigkeit ausgeglichener photogrammetrischer Blöcke untersucht. Als wichtigstes Ergebnis gilt die einfache Regel: Die Genauigkeitseigenschaften ausgeglichener Blöcke sind dann außerordentlich gut und praktisch unabhängig von Blockform und Blockgröße, wenn die Ränder des Blockes jeweils durch Paßpunkte abgesichert sind. Als Folge davon ist mit entsprechend großen Bildmaßstäben, d. h. durch Deckung der Blockfläche mit möglichst vielen Modellen, praktisch jede beliebige Genauigkeit bis in den cm-Bereich erzielbar. Damit erweist sich die photogrammetrische Punktbestimmung durch Blocktriangulation als eine sehr leistungsfähige und wirtschaftliche Methode, deren Anwendung nicht genug empfohlen werden kann und die den terrestrisch-geodätischen Methoden der Bestimmung und Verdichtung von Punktfeldern gleichberechtigt zur Seite steht.

Summary

The author investigates the dependency of the planimetric accuracy of adjusted blocks on size and shape of the blocks resp. on density and distribution of control points. The resulting general rule is simple: The planimetric accuracy of adjusted blocks is both extremely good and practically independent from size and shape of the block, provided the perimeter is well controlled by terrestrial control points. Consequently, by increasing the photoscale, i. e. by covering the area of the block by as many models as feasible, practically any desired accuracy up to the cm-range can be obtained. Photogrammetric point determination by block adjustment is a very efficient and economic method whose application is to be highly recommended. It can compete with current ground survey methods of point-determination.

Résumé

L'auteur étudie l'influence des dimensions et de la forme d'un bloc ainsi que de la densité et distribution des points de contrôle sur la précision planimétrique des blocs photogrammétriques. Le resultat le plus important se montre dans la règle suivante: La précision planimétrique des blocs est la plus haute - et pratiquement indépendant des dimensions et de la forme des blocs - aux cas

où les bords des blocs sont assurés par un assez large nombre de points de contrôle. Il s'ensuit que— en choisissant une grande échelle pour les prises de vue, c'est à dire en faisant couvrir toute la surface d'un bloc avec un maximum de modèles -on peut pratiquement atteindre chaque précision demandée jusqu'à l'ordre des centimètres. La détermination photogrammétrique des points par triangulation en bloc est donc un procédé très efficace et économique. On ne peut que le recommander. Cette méthode peut être considérée équivalent à toute méthode géodésique pour la détermination de points.

Schrifttum

- [1] ACKERMANN, F.: Theoretische Beispiele zur Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke, BuL 35, 114–122, 1967.
- [2] ACKERMANN, F.: Photogrammetrische Lagegenauigkeit streifenartiger Modellverbände, BuL 34, 119–124, und 178–184, 1966.
- [3] VAN DEN HOUT, C. M. A.: The Anblock Method of Planimetric Block Adjustment: Mathematical Foundation and Organization of its Practical Application, Photogrammetria 21, 171–178, 1966.
- [4] ECKHART, D.: The Anblock Method: Problems of Programming, Practical Results, Vortrag beim Internationalen Symposium über Aerotriangulation, Urbana/Illinois (USA), 1966.
- [5] GOTTHARDT, E.: Genauigkeitsuntersuchungen an schematischen trigonometrischen Netzen, Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. Walter GROSSMANN, Verlag Konrad Wittwer, Seite 123–131, Stuttgart 1967.
- [6] JERIE, H. G.: Block adjustment by means of analogue computers, Photogrammetria 14, 161–177, 1957/58.
- [7] ACKERMANN, F.: On the theoretical accuracy of planimetric block-triangulation, Photogrammetria 21, 145–170, 1966.