

AUTOMATISCHE KOMPENSATION SYSTEMATISCHER FEHLER BEI DER  
BLOCKAUSGLEICHUNG MIT UNABHÄNGIGEN MODELLEN

von H. Ebner, Stuttgart

VORBEMERKUNGEN

Die Anstrengungen, die Genauigkeit der Blockausgleichung weiter zu verbessern, konzentrieren sich heute auf die Kompensation systematischer Fehler. Diese neue Zielrichtung für die Weiterentwicklung der Aerotriangulation ergibt sich ganz folgerichtig aus der Tatsache, daß die der Ausgleichung zugrundeliegenden Bild- oder Modellkoordinaten im allgemeinen beträchtliche systematische Fehler aufweisen. Der systematische Anteil am Gesamtfehler ist zumeist gleich groß oder größer als der echt zufällige Anteil. Die Ergebnisse, die Herr Schilcher gestern präsentiert hat, sind ein treffendes Beispiel dafür [1].

Nicht kompensierte systematische Fehler verschlechtern aber nicht nur die Genauigkeit im Einzelbild oder Einzelmodell, sondern pflanzen sich bei der Blockausgleichung häufig auch sehr ungünstig fort. Auf diese Weise können Phänomene auftreten, die in klarem Widerspruch zu der, auf zufälligen Fehlern beruhenden Genauigkeitstheorie der Blockausgleichung stehen. [2]. Typische Phänomene dieser Art, die sich auch bei den Ausgleichungen des Testblocks Oberschwaben ergaben, sind [3], [4]:

- Die Genauigkeitsabnahme mit wachsender Blockgröße ist ungünstiger als es die Theorie vorhersagt.
- Eine Verringerung der Paßpunktanzahl reduziert die Genauigkeit in höherem Maße als theoretisch zu erwarten ist.
- Eine Erhöhung der Querüberdeckung von 20 % auf 60 % führt zu keiner wesentlichen Genauigkeitssteigerung.
- Ausgehend vom selben Datenmaterial ergibt die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen u.U. eine bessere Genauigkeit als die Bündelblockausgleichung.

Unter den Methoden die systematischen Fehler der photogrammetrischen Ausgangsdaten möglichst automatisch zu kompensieren ist die Selbstkalibrierung mit Hilfe zusätzlicher Parameter heute die leistungsfähigste. Einen Vergleich zwischen dieser universell anwendbaren Methode und einer Kompensation der systematischen Fehler mit Hilfe

der kleinsten Quadrate Interpolation im Anschluß an eine Blockausgleichung ohne zusätzliche Parameter wird Herr Prof. Ackermann in seinem Vortrag heute Nachmittag bringen.

Bei der Bündelblocktriangulation wird die Selbstkalibrierung mit zusätzlichen Parametern schon seit einiger Zeit und an mehreren Stellen erfolgreich angewandt [5], [6], [7]. Demgegenüber wird die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen bisher nur in Stuttgart mit Selbstkalibrierung durchgeführt.

#### DAS MATHEMATISCHE MODELL DER SELBSTKALIBRIERUNG

Zur Kompensation der systematischen Fehler der photogrammetrischen Bild- oder Modellkoordinaten wird eine Anzahl zweckmäßig ausgewählter, zusätzlicher Parameter angesetzt. In der gemeinsamen Ausgleichung werden diese Parameter aber nicht als freie Unbekannte behandelt, sondern als Beobachtungen mit Gewichten, die der Größenordnung der systematischen Fehler entsprechen. Dieser Ansatz hat drei entscheidende Vorteile [8]:

- Er ist vollkommen flexibel, da Beobachtungen Parameter allgemeiner Art verkörpern. Freie Unbekannte und Konstante sind Sonderfälle von Beobachtungen mit Gewicht Null bzw. Unendlich.
- Da die Gewichte der zusätzlichen Parameter den relativ kleinen Beiträgen der systematischen Fehler Rechnung tragen, ergeben sich die ausgeglichenen Blockkoordinaten mit optimaler Genauigkeit.
- Wenn die zusätzlichen Parameter als freie Unbekannte angesetzt werden und einige der Unbekannten stark miteinander korreliert sind, ergeben sich schwach konditionierte Normalgleichungen, die die numerische Genauigkeit gefährlich beeinträchtigen können. Dieses Problem wird vollständig vermieden, wenn die zusätzlichen Parameter als Beobachtungen mit angemessenen Gewichten behandelt werden.

Die Behandlung der zusätzlichen Parameter als Beobachtungen entspricht einer allgemeinen Ausgleichungskonzeption, die Schmid "Generalized Least Squares" nennt [9]. Brown verwendet dafür die Bezeichnung "Imposition of a priori constraints" [5].

Die Formulierung der verallgemeinerten Blockausgleichung kann auf verschiedene Arten erfolgen [8]. Wenn dieselben zusätzlichen Parameter jeweils für Gruppen von Modellen (beispielsweise für ganze Streifen) gelten, so ist folgender Ansatz zu empfehlen:

$$\begin{aligned} v_1 &= Ax + By - f \\ v_2 &= \quad \quad y - s \end{aligned}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{ff} & \\ & P_{ss} \end{bmatrix}$$

(1)

- f = Vektor der Beobachtungen
- v<sub>1</sub> = Verbesserungsvektor zu f
- x = Vektor der Unbekannten
- A = Koeffizientenmatrix zu x
- y = Vektor der zusätzlichen Unbekannten
- B = Koeffizientenmatrix zu y
- s = Vektor der zusätzlichen Beobachtungen
- v<sub>2</sub> = Verbesserungsvektor zu s
- P<sub>ff</sub> = Gewichtsmatrix der Beobachtungen
- P<sub>ss</sub> = Gewichtsmatrix der zusätzlichen Beobachtungen

In der Gleichung (1a) werden die zusätzlichen Parameter zunächst als Unbekannte eingeführt. Mit der Gleichung (1b) werden sodann für die Unbekannten y die Beobachtungen s angesetzt. Wenn für den zusätzlichen Parameter i aus einer Kalibrierung ein Meßwert vorliegt, so wird dieser als s<sub>i</sub> in (1b) eingeführt und das Gewicht der Beobachtung s<sub>i</sub> wird entsprechend der Genauigkeit der Kalibrierung festgelegt. Im allgemeinen werden für die zusätzlichen Parameter aber keine echten Messungen vorliegen. In diesem Fall werden die Beobachtungen s = 0 gesetzt und ihre Gewichte werden so festgelegt, daß sie den zu erwartenden Beträgen der Parameter entsprechen. Dabei reicht eine relativ grobe Obereinstimmung aus. Diese Gewichtsfestlegung wird wahrscheinlich später automatisch erfolgen können.

Die Fehlergleichungen (1) führen auf eine Normalgleichungsmatrix mit geränderter Bandstruktur, wobei der Rand die zusätzlichen Parameter enthält. Diese günstige Struktur bewirkt, daß die Rechenzeiten für die Gleichungslösung nur wenig höher sind als bei einer entsprechenden Blockausgleichung ohne zusätzliche Parameter.

Im Falle s = 0 (zusätzliche Beobachtungen mit den Beträgen Null) läßt sich die Blockausgleichung nach (1a) und (1b) auch als Kollokation interpretieren [10]. Die Kollokation ist eine Verbindung der kleinsten Quadrate Ausgleichung mit der kleinsten Quadrate Interpolation und ist durch die simultane und strenge Verarbeitung der 3 Größen Trend, Rauschen und Signal gekennzeichnet.

Setzen wir (1b) in (1a) ein und gleichzeitig  $s = 0$  so erhalten wir die Grundgleichung der Kollokation:

$$Ax - v_1 + Bv_2 = f \quad (2)$$

$Ax$  = Trend

$-v_1$  = Rauschen

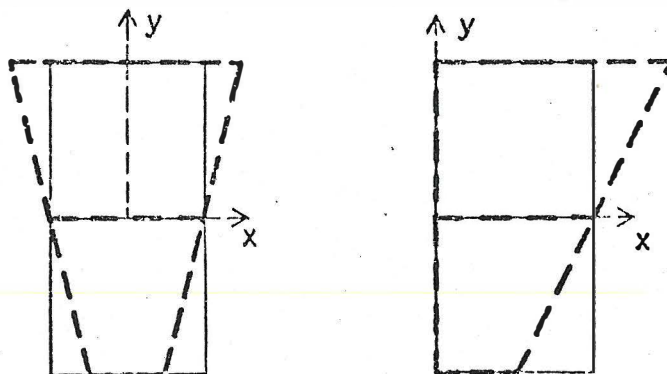
$Bv_2$  = Signal

Der Beitrag  $Bv_2$ , den die zusätzlichen Parameter zu den Fehlergleichungen (1a) leisten, wird hier durch das Signal  $Bv_2$  verkörpert.

#### WAHL DER ZUSÄTZLICHEN PARAMETER

Wenn eine optimale Kompensation systematischer Fehler gewährleistet werden soll, reicht es nicht aus dieselben Deformationen für alle Modelle zu unterstellen, wie es bei den bisherigen Rechenprogrammen mit Selbstkalibrierung der Fall ist. Es wird daher angenommen, daß die systematischen Deformationen jeweils für eine bestimmte Gruppe von Modellen konstant sind, von Gruppe zu Gruppe aber variieren.

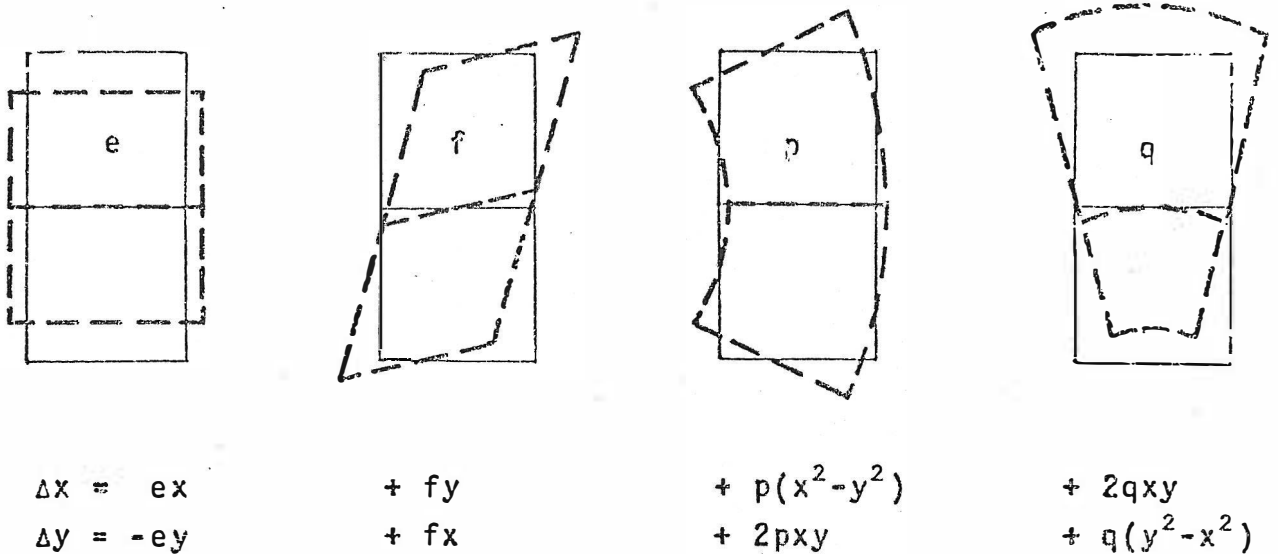
Bei der Formulierung der Kompensation identischer Deformationen in verschiedenen Modellen ergibt sich ein Problem, das daraus folgt, daß jedes Modell einen beliebigen Koordinatenursprung hat. Korrigiert man beispielsweise mehrere Modelle einheitlich nach  $\Delta x = axy$  und  $\Delta y = 0$ , so ergeben sich in den einzelnen Modellen ganz unterschiedliche Wirkungen, die von der Lage des Koordinatenursprungs im jeweiligen Modell abhängen (siehe Figur 1). Das Problem tritt bei der Bündelblockausgleichung mit Selbstkalibrierung nicht auf, da hier mit dem Bildhauptpunkt ein einheitlicher Koordinatenursprung für alle Bilder vorliegt.



Figur 1

Das aufgezeigte Problem läßt sich lösen, indem man zur Kompensation der Modelldeformationen nur Parameter ansetzt, die invariant gegenüber Verschiebungen des Koordinatensystems in x und y Richtung sind.

Diese Bedingung führt zu 4 Lageparametern  $e, f, p, q$  und zu 6 Höhenparametern  $r, s, t, u, v, w$ . Die Wirkungstiguren der Lageparameter und die entsprechenden Beiträge zu den Fehlergleichungen sind in Figur 2 dargestellt.

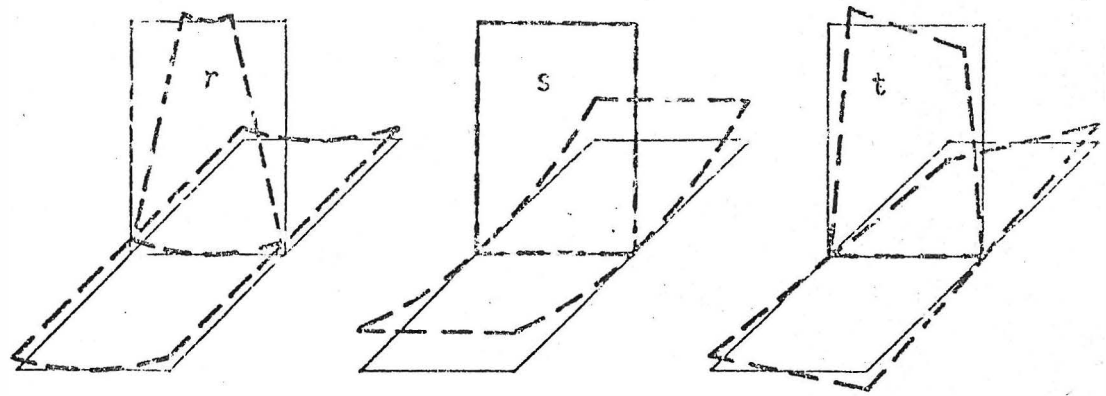


Figur 2

Die zusätzlichen Parameter  $e$  und  $f$  ermöglichen eine Kompensation affiner Modelldeformationen, während  $p$  und  $q$  konforme Deformationen zweiten Grades kompensieren. Mit den Parametern  $p$  und  $q$  lassen sich trapezförmige Modellverformungen beseitigen, wie sie Herr Schilcher gestern gezeigt hat.

Eine Umkehrung der Flugrichtung, die einer Drehung der Modelle um  $200^\circ$  entspricht, ändert den Effekt des Parameters  $p$  und des Parameters  $q$ , nicht aber der Parameter  $e$  und  $f$ .

Die Wirkungstiguren der zusätzlichen Höhenparameter und die entsprechenden Beiträge zu den Fehlergleichungen sind aus Figur 3 ersichtlich.



Modellpunkte	$\Delta z = rx^2$	$+ sy^2$	$+ txy$
Linkes (rechtes)	$\Delta x = -2rxz$		$- tyz + (-)u$
	$\Delta y =$	$- 2syz$	$- txz + (-)v$
Proj.Zentrum	$\Delta z = rx^2$	$+ sy^2$	$+ txy + (-)w$

Figur 3

Die Parameter  $r$ ,  $s$  und  $t$  erlauben eine Kompensation quadratischer Modellhöhen-Deformationen in  $x$  und  $y$  Richtung und einer Modellverwindung. Mit den Parametern  $u$ ,  $v$  und  $w$  können systematische Fehler der Koordinaten der Projektionszentren korrigiert werden. Eine Umkehrung der Flugrichtung hat hier nur auf die Wirkung des Parameters  $w$  Einfluß.

### DAS TESTPROJEKT

Um die Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung im Rahmen eines Testprojektes praktisch erproben zu können, wurde die vorgeschlagene Konzeption von Herrn W. Schneider in Fortran programmiert. Das zweckmäßig begrenzte, aber voll operationelle Rechenprogramm beruht auf der Lage-Höhe-Iteration des Programms PAT-M43. Die einzelnen zusätzlichen Parameter können jeder beliebigen Gruppe von Modellen oder auch allen Modellen gemeinsam sein. Das Gewicht eines jeden Parameters kann zwischen Null und Unendlich frei verändert werden. Das Rechenprogramm soll zu einem späteren Zeitpunkt durch eine entsprechend erweiterte Version des Programm-Pakets PAT-M ersetzt werden.

Das Testprojekt wurde durchgeführt um Antworten auf folgende Fragen zu erhalten:

- Für welche Gruppen von Modellen sollen dieselben zusätzlichen Parameter angesetzt werden ?

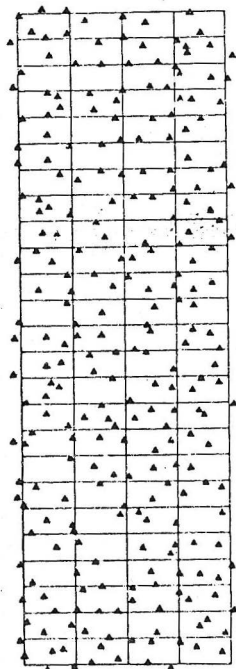
- Welche Genauigkeitssteigerung läßt sich durch die Selbstkalibrierung erzielen ?
- Inwieweit stimmen die Genauigkeitsergebnisse nach der Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern mit den theoretischen Genauigkeitserwartungen überein ?

Mit dem Material des OEEPE Projekts Oberschwaben standen für das Testprojekt geeignete praktische Testdaten zur Verfügung. Der ausgewählte Weitwinkel-Testblock wird aus den Streifen 5, 7, 9 und 11 des Blocks Frankfurt gebildet. Der Oberweitwinkel-Testblock besteht aus den entsprechenden 4 Streifen des Blocks Den Haag und überdeckt denselben Geländebereich, der ca. 250 Paßpunkte enthält (siehe Figur 4). Jeder der beiden Testblöcke hat 100 Modelle und weist eine Größe von 20 km x 62.5 km auf. Alle Paß- und Verknüpfungspunkte waren signalisiert. Die Weitwinkelaufnahmen wurden mit einer Zeiss RMK A 15/23 Kammer geflogen, die Oberweitwinkelbilder mit einer Zeiss RMK A 8.5/23. In beiden Fällen war der Bildmaßstab 1:28 000. Die Bildkoordinatenmessung erfolgte an zwei verschiedenen Zeiss PSK Stereokomparatoren, die Modelle wurden rechnerisch gebildet.

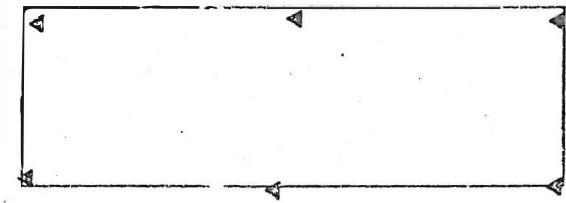
In der Lage werden 4 verschiedene Paßpunktverteilungen untersucht (siehe Figur 5). Der mittlere Abstand der Randpaßpunkte beträgt 2, 4, 8 und 11 Basislängen.

In der Höhe werden ebenfalls 4 verschiedene Paßpunktverteilungen behandelt (siehe Figur 5). Der Abstand der Höhenpaßpunkt-Ketten beträgt 4, 8, 12 und 25 Basislängen.

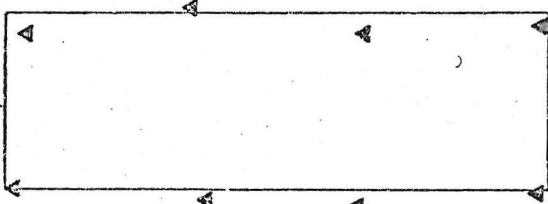
Die erhaltenen Testergebnisse sollen nun in der Reihenfolge der zuvor aufgestellten Fragen diskutiert werden.



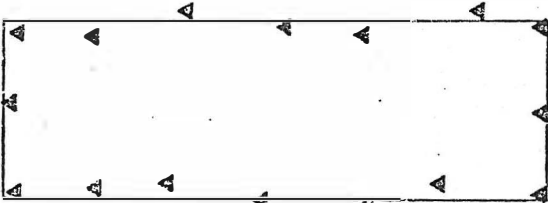
Figur 4



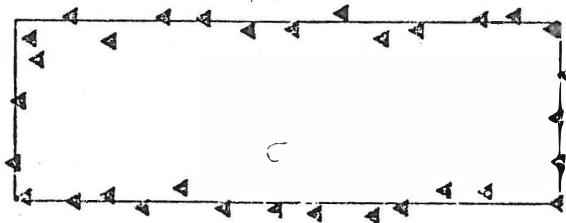
$i=11$



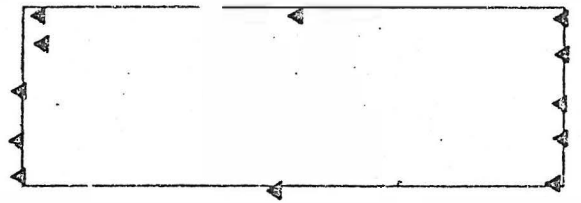
$i=8$



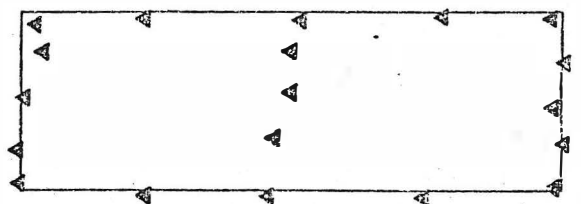
$i=4$



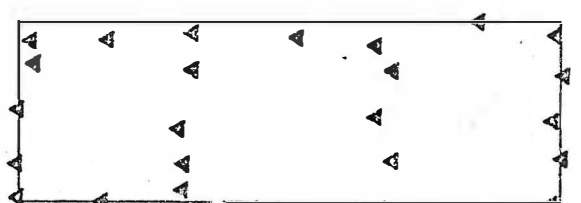
$i=2$



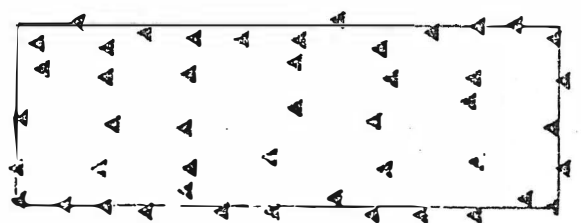
$i=25$



$i=12$



$i=8$



$i=4$

Figure 5



## STREIFENINVARIANTE UND BLOCKINVARIANTE PARAMETER

In der erweiterten Blockausgleichung wird zu jedem zusätzlichen Parameter die Standardabweichung  $\sigma$  mitberechnet, um die statistische Aussagekraft der erhaltenen Beträge beurteilen zu können. Damit kann die Lösung der Frage, für welche Modelle dieselben Parameter angesetzt werden sollen, in zwei Stufen erfolgen:

- Allen Modellen, die ähnliche systematische Deformationen erwarten lassen wird dieselbe Parametergruppe zugeordnet. Im Zweifelsfall werden zunächst mehr Gruppen gewählt.
- Aufgrund der, für die einzelnen Gruppen erhaltenen Beträge der zusätzlichen Parameter und der zugehörigen Standardabweichungen kann sodann entschieden werden, ob die entsprechenden Unterschiede signifikant sind, oder ob bestimmte Parameter für mehrere Gruppen gemeinsam angesetzt werden sollen, was den Vorteil hat, daß die Parameter sicherer bestimmt werden (kleinere  $\sigma$ ). Dieser Schritt wird sich später wahrscheinlich automatisieren lassen.

Bei der Behandlung der Testblöcke wurden die Höhenparameter  $r$  und  $s$  nicht mit angesetzt, da quadratische Höhendeformationen bei 20 % Querüberdeckung praktisch nicht erfaßt werden können. Sie wirken sich aber auch nur innerhalb der einzelnen Modelle aus, ohne sich im Block unangenehm fortzupflanzen.

Zu Beginn wurden jedem Streifen eigene zusätzliche Parameter zugeordnet. Solche Parameter lassen sich treffend als streifeninvariant bezeichnen. Die erhaltenen Ergebnisse haben gezeigt, daß die Beträge der Lageparameter  $p$  und  $q$  signifikant von Streifen zu Streifen variieren. Dies gilt sowohl für unterschiedliche, als auch für gleiche Flugrichtungen. Die Beträge der Höhenparameter  $w$ , die an und für sich von der Flugrichtung abhängen, haben sich generell als vernachlässigbar klein erwiesen. Die Beträge der Lageparameter  $e$  und  $f$  sowie der Höhenparameter  $t$ ,  $u$  und  $v$  unterschieden sich von Streifen zu Streifen nicht signifikant. Damit ergaben sich für die endgültige Ausgleichung der Testblöcke bezüglich der zusätzlichen Parameter folgende Ansätze:

Blockinvariante Lageparameter  $e$  und  $f$

Streifeninvariante Lageparameter  $p$  und  $q$

Blockinvariante Höhenparameter  $t$ ,  $u$  und  $v$

## GENAUIGKEITSSTEIGERUNG DURCH SELBSTKALIBRIERUNG

Die Testblöcke wurden unter Verwendung der Paßpunktvarianten nach Figur 5 jeweils mit und ohne Selbstkalibrierung ausgeglichen. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 1, 2 und 3 zusammengestellt. Alle Genauigkeitsangaben beziehen sich auf den Bildmaßstab.

Tabelle 1 enthält die erhaltene Lagegenauigkeit des Weitwinkel-Testblocks. Betrachten wir zunächst den mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$ , der die Standardabweichung der, als gleich genau angenommenen Modellkoordinaten  $x$  und  $y$  repräsentiert. Ohne Selbstkalibrierung ist  $\sigma_0$  signifikant von der Paßpunktanordnung abhängig. Dies ist ein deutliches Zeichen für die Existenz systematischer Fehler, die sich in den Verbesserungen und damit im  $\sigma_0$  umso weniger zeigen, je weniger Paßpunkte verwendet werden. Bei Anwendung der Selbstkalibrierung verschwindet diese Abhängigkeit praktisch vollständig, was bedeutet, daß die vorhandenen systematischen Deformationen gut kompensiert werden. Der Faktor der Genauigkeitssteigerung liegt bei  $\sigma_0$  zwischen 1.6 und 1.5. Mit  $\sigma_0 = 4.2 \mu\text{m}$  ist die Lagegenauigkeit der Modellkoordinaten nahe an der Grenze, die heute photogrammetrisch überhaupt erreichbar ist.

Die Absolutgenauigkeit  $\mu_{xy}$ , die als quadratischer Mittelwert der Koordinatenfehler an den Kontrollpunkten berechnet ist, wird durch die Selbstkalibrierung umso mehr verbessert, je ungünstiger die Paßpunktanordnung ist. Bei nur 6 Lagepaßpunkten ergibt sich eine Genauigkeitssteigerung um den Faktor 3.0. Der Test zeigt, daß sich heute selbst bei aufgelockerter Paßpunktbesetzung des Blockrandes eine mittlere absolute Lagegenauigkeit von etwa  $7 \mu\text{m}$  im Bildmaßstab erreichen läßt. Setzen wir diese Genauigkeit, die etwa 20 cm im Gelände entspricht, ins Verhältnis zur Blocklänge (62.5 km), so erhalten wir eine Relativgenauigkeit, die besser als 1:300 000 ist.

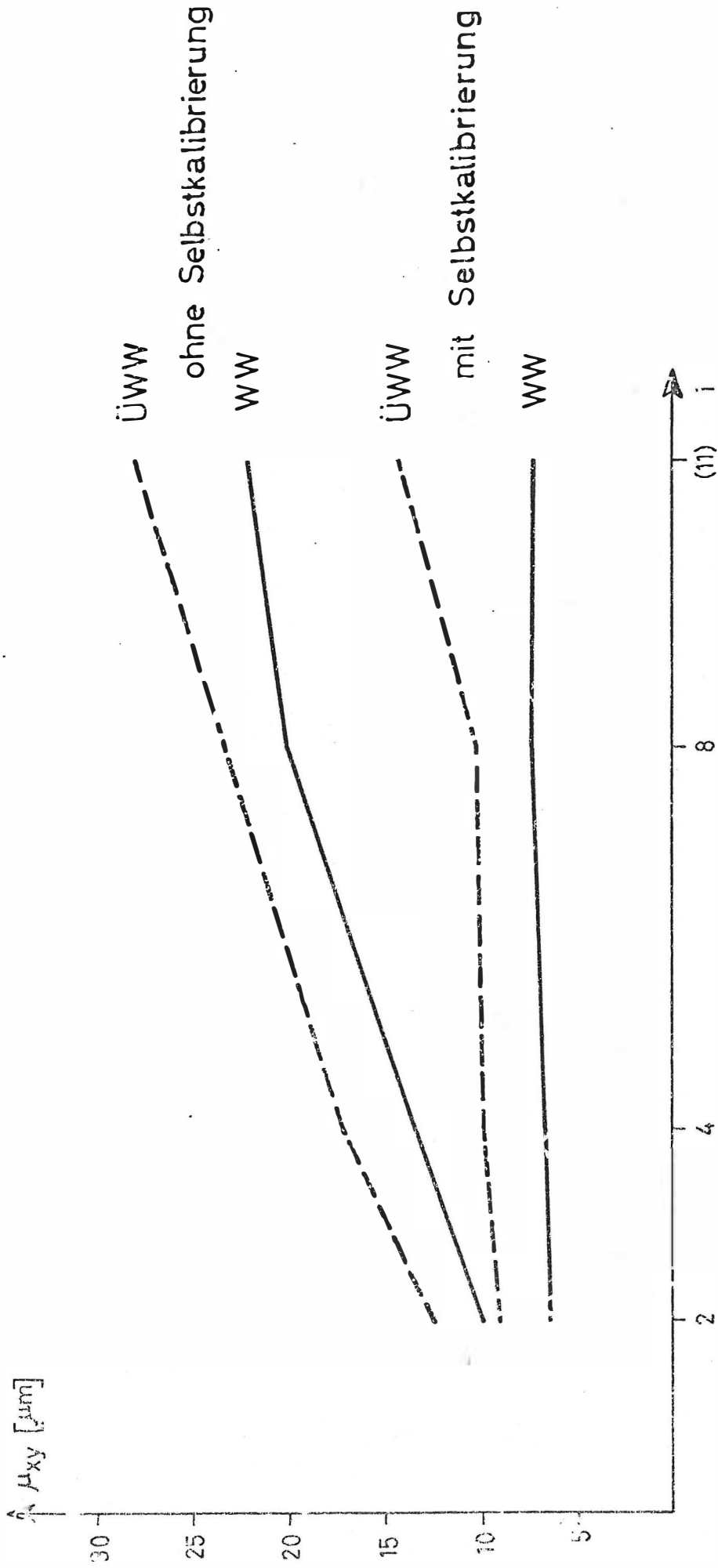
Tabelle 2 enthält die entsprechenden Resultate für den Oberweitwinkeltestblock. Rein qualitativ werden die Weitwinkelergebnisse bestätigt. Das Genauigkeitsniveau, das mit Selbstkalibrierung erreicht wird, ist allerdings um den Faktor 1.6 niedriger als bei Weitwinkel. Dies gilt sowohl für  $\sigma_0$ , als auch für  $\mu_{xy}$ . In Figur 6 sind die erhaltenen Genauigkeiten für beide Bildwinkel graphisch dargestellt.

Lage- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne zusätzl. Parameter		mit zusätzl. Parametern		Genauigkeits- steigerung	
			$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$	$\mu_{xy}$
i=2	32	226	6.8	9.9	4.3	6.3	1.6	1.6
i=4	16	242	6.5	13.4	4.2	6.6	1.5	2.0
i=8	8	250	6.2	20.0	4.2	7.4	1.5	2.7
(i=11)	6	252	6.1	22.1	4.2	7.3	1.5	3.0

Tabelle 1: Lagegenauigkeit, Weitwinkel

Lage- version	Paß- punkte	Kontroll punkte	ohne zusätzl. Parameter		mit zusätzl. Parametern		Genauigkeits- steigerung	
			$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_{xy}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$	$\mu_{xy}$
i=2	32	212	8.6	12.4	6.8	9.1	1.3	1.4
i=4	16	228	8.1	17.1	6.7	9.9	1.2	1.7
i=8	8	236	7.8	23.3	6.7	10.4	1.2	2.2
(i=11)	6	238	7.6	28.1	6.7	14.3	1.1	2.0

Tabelle 2: Lagegenauigkeit, Überweitwinkel

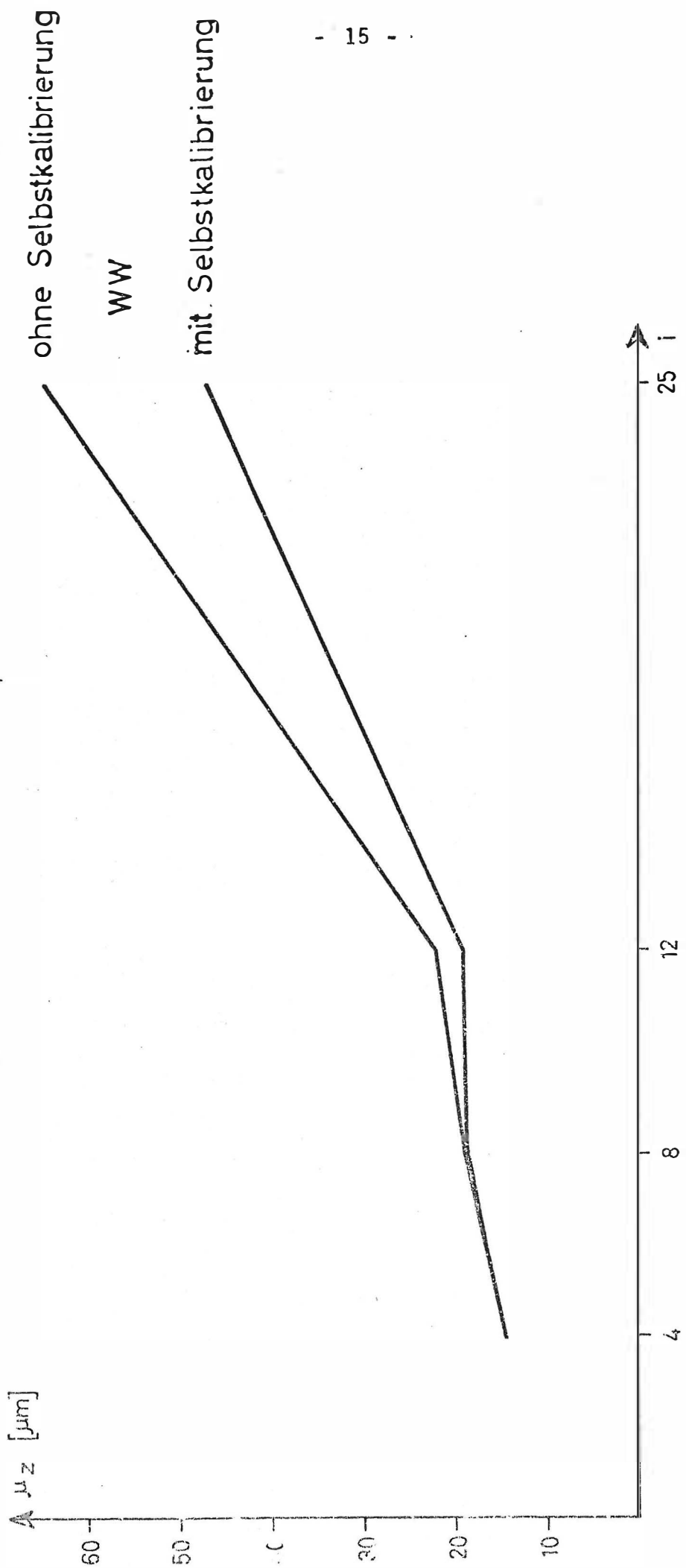


Figur 6

Die Tabelle 3 zeigt die Höhenergebnisse des Weitwinkel-Testblocks. Die entsprechenden Oberweitwinkelergebnisse sind noch in Bearbeitung. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$  repräsentiert hier die Standardabweichung der Modellkoordinaten  $z$ . Die mittlere Absolutgenauigkeit  $\mu_z$  wurde als quadratischer Mittelwert der Höhenfehler an den Kontrollpunkten berechnet. Der Umstand, daß  $\sigma_0$  schon ohne zusätzliche Parameter praktisch unabhängig von der Paßpunktanordnung ist und auch mit Selbstkalibrierung nur wenig kleiner wird, deutet an, daß die systematischen Deformationen in der Höhe klein sind. Bei den Paßpunktabständen  $i=4$  und  $i=8$  führt die Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern dementsprechend auch zu keiner nennenswerten Änderung von  $\mu_z$ . Erst bei den extrem großen Paßpunktabständen  $i=12$  und  $i=25$  ergeben sich Genauigkeitssteigerungen; dann allerdings bis zum Faktor 1.4. In Figur 7 ist die Höhengenaugigkeit graphisch dargestellt.

Höhen- version	Paß- punkte	Kontroll- punkte	ohne zusätzl. Parameter		mit zusätzl. Parametern		Genauigkeits- steigerung	
			$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\mu_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_o$	$\mu_z$
i=4	47	178	8.4	14.7	8.2	14.7	1.0	1.0
i=8	26	199	8.3	19.0	8.1	18.9	1.0	1.0
i=12	19	206	8.3	22.1	8.1	19.2	1.0	1.2
i=25	12	213	8.3	65.0	8.1	47.3	1.0	1.4

Tabelle 3: Höhengenaugigkeit, Weitwinkel



Figur 7

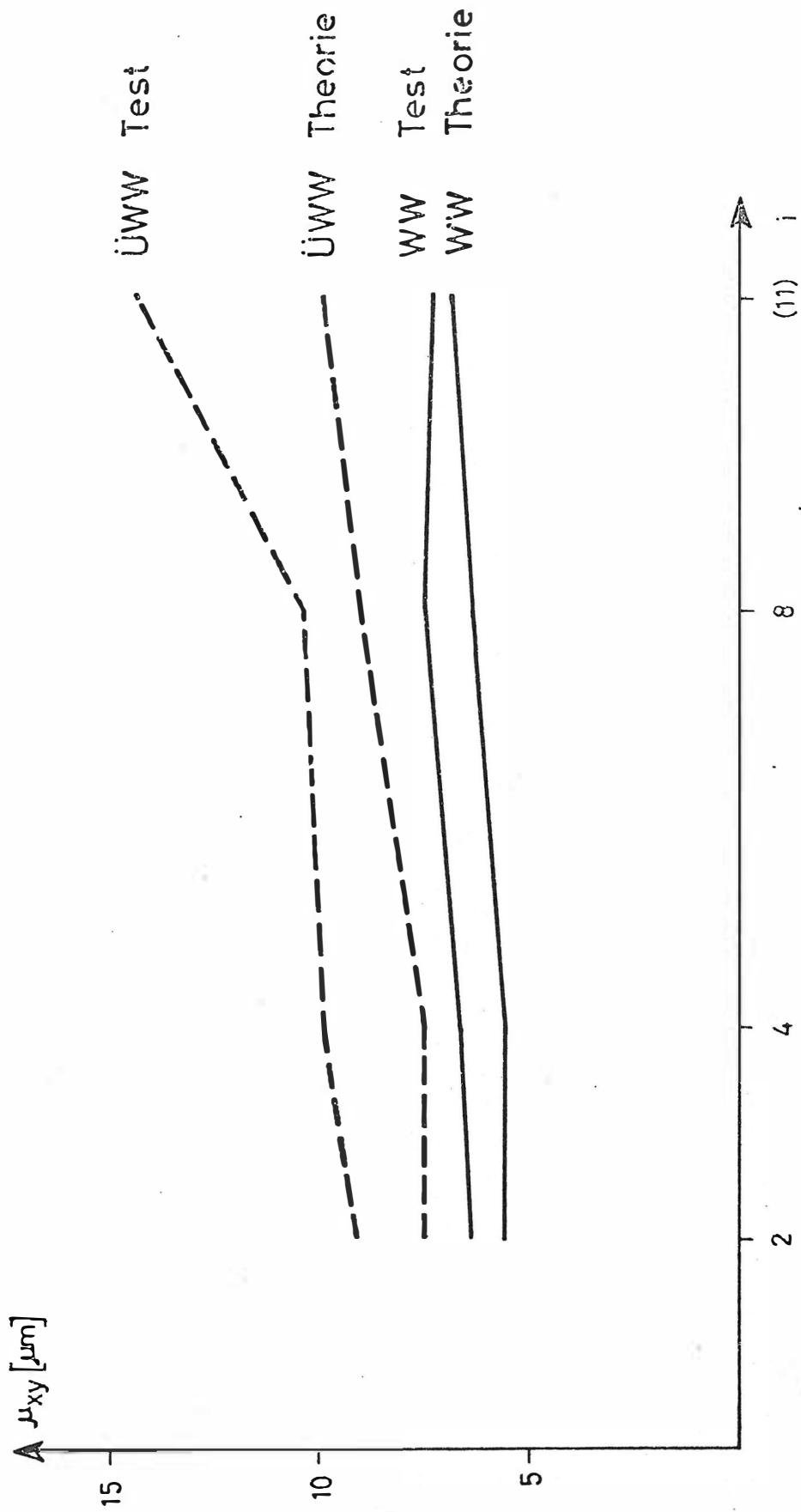


## VERGLEICH MIT THEORETISCHEN GENAUIGKEITSERWARTUNGEN

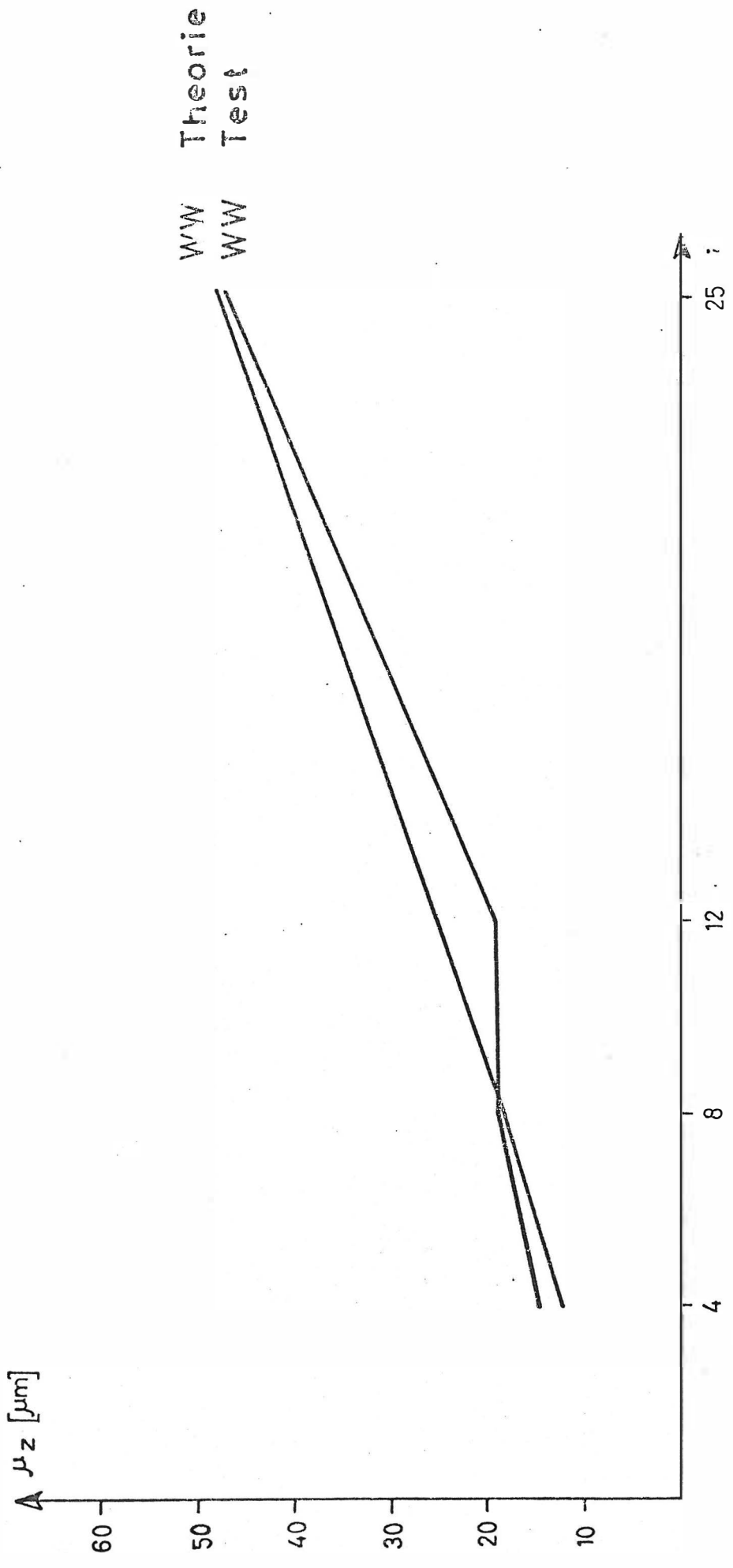
Die Genauigkeit der Blockausgleichung ohne Selbstkalibrierung bleibt hinter den entsprechenden theoretischen Erwartungen, die auf der Fortpflanzung zufälliger Fehler beruhen, deutlich zurück. Zu prüfen ist nun, inwieweit die Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern die Genauigkeitsvorhersagen der Theorie erfüllt. Je besser die vorhandenen systematischen Modelldeformationen kompensiert werden, umso höher wird auch der Grad der Übereinstimmung sein.

Um einen korrekten Vergleich zwischen Theorie und Test zu ermöglichen, ist es notwendig die begrenzte Genauigkeit der Kontrollpunkte wie folgt zu berücksichtigen. In der Lage wird die mittlere theoretische Genauigkeit der ausgeglichenen Blockkoordinaten  $x$  und  $y$  nach [2] berechnet und mit der zufälligen Lagegenauigkeit der Kontrollpunkte überlagert, die mit  $\sigma = 10$  cm in beiden Koordinaten angenommen werden kann. Diese Genauigkeit nach der Theorie zufälliger Fehler wird mit der mittleren Genauigkeit  $\mu_{xy}$  des Tests verglichen. In Figur 8 sind die entsprechenden Ergebnisse für Weitwinkel und Oberweitwinkel dargestellt. Es zeigt sich, daß die im Test erzielten  $\mu_{xy}$  im Mittel um 20 % größer sind als es die Theorie erwarten läßt. Berücksichtigt man aber den begrenzten Umfang der Stichprobe und die Tatsache, daß der Test die Voraussetzungen der Theorie nicht exakt erfüllt (z.B. unterschiedliche Blockform), so wird man die Übereinstimmung als hinreichend gut bezeichnen.

In der Höhe wird die mittlere theoretische Genauigkeit der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen ebenfalls nach [2] berechnet und mit der zufälligen Höhen Genauigkeit der Kontrollpunkte überlagert, die realistisch mit  $\sigma = 20$  cm angenommen werden kann. Diese Genauigkeit wird mit der im Test erhaltenen mittleren Genauigkeit  $\mu_z$  verglichen. Figur 9 stellt die entsprechenden Ergebnisse graphisch dar. Die Übereinstimmung zwischen Test und Theorie ist hier noch besser als in der Lage.



Figur 8



Figur 9

## SCHLUSS

Die durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, daß die hohe potentielle Genauigkeit der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen durch die Konzeption der Selbstkalibrierung mit zusätzlichen Parametern auch dann praktisch erreicht werden kann, wenn entsprechende systematische Modelldeformationen vorhanden sind. Die angesetzten Parameter erfüllen dabei eine zweifache Aufgabe.

- Sie filtern den systematischen Anteil aus den Modellkoordinaten und verbessern dadurch die Genauigkeit im einzelnen Modell.
- Die verbleibenden, weitgehend zufälligen Fehler pflanzen sich günstiger fort als die ursprünglich vorhandenen systematischen Fehler. Dadurch wird die Absolutgenauigkeit um mehr verbessert als die Modellgenauigkeit. Gleichzeitig entspricht die Fehlerfortpflanzung den theoretischen Erwartungen.

Der bisherige Umfang des Tests deckt aber noch nicht alle Fälle ab, die in der Praxis von Bedeutung sind. Zunächst sind noch die Höhenblockausgleichungen für Überweitwinkel abzuschließen. Danach muß die Selbstkalibrierung auch im Fall 60 %iger Querüberdeckung praktisch erprobt werden. Schließlich sind noch Fragen abzuklären, die mit der operationellen Anwendung in Zusammenhang stehen.

Sobald die Studie abgeschlossen ist haben wir vor, das Programm-Paket PAT-M nach der hier vorgestellten Konzeption zu erweitern.

## Literatur

- |1| Schilcher, W.: Empirische Analyse systematischer Modellfehler beim OEEPE-Versuch Oberschwaben. Lehrgang Numerische Photogrammetrie, Technische Akademie Eßlingen, 1975.
- |2| Ebner, H.: Die theoretische Genauigkeitsleistung der räumlichen Blockausgleichung. Sammlung Wichmann, Neue Folge, Band 5, 81 - 107, 1973.
- |3| Ackermann, F.: Testblock Oberschwaben, Program I. Results of Block Adjustment by Independent Models. OEEPE, Official Publication No. 8, 87 - 150, 1973.
- |4| Ebner, H.: Comparison of Different Methods of Block Adjustment. OEEPE, Official Publication No. 8, 151 - 174, 1973.
- |5| Brown, D.C.: Bundle adjustment with strip- and block-invariant parameters. BuL, 210 - 220, 1974.
- |6| Bauer, H.: Bundle adjustment with additional parameters - practical experiences. BuL, 220 - 223, 1974.
- |7| Salmenperä, H., Anderson, J.M. and Savolainen, A.: Efficiency of the extended mathematical model in bundle adjustment. BuL, 229 - 233, 1974.
- |8| Ebner, H.: Zusätzliche Parameter in Ausgleichungen. ZfV, 385 - 391, 1973.
- |9| Schmid, H.H. and Schmid, E.: A Generalized Least Squares Solution for Hybrid Measuring Systems. The Canadian Surveyor, 27 - 41, 1965.
- |10| Moritz, H.: Neuere Ausgleichungs- und Prädiktionsverfahren. ZfV, 137 - 146, 1973.