Flächenhafte Verzeichnungskorrektur in der numerischen Photogrammetrie

Von K. Kraus und E. Stark, Stuttgart

1. Einleitung

Die gemeinsame Ausgleichung der unabhängigen Modelle unter Berücksichtigung aller Verknüpfungspunkte und der Übergang zu größeren Bildmaßstäben brachten in der numerischen Photogrammetrie eine beachtliche Genauigkeitssteigerung [1]. Man kann die Genauigkeit noch weiter anheben, indem man – ausgehend von gemessenen Bildkoordinaten – Bündelausgleichungen durchführt oder die unabhängigen Modelle rechnerisch bildet. In diesen Fällen kann nämlich der photographische Aufnahmeprozeß mit Hilfe mathematischer Modelle besser angenähert werden als in den Analogauswertegeräten. Die Korrektur der Verzeichnung – auch bei den modernen Hochleistungsobjektiven – spielt dabei eine besondere Rolle.

Das Problem der rechnerischen Verzeichnungskompensation tritt außerdem beim Einsatz von Nicht-Meßkammern in der Nahbereichsphotogrammetrie auf. Die Verzeichnungswerte sind bei solchen Kammern so groß, daß selbst bei geringen Genauigkeitsansprüchen eine Korrektur unumgänglich ist.

In letzter Zeit wurden in dieser Zeitschrift einige Untersuchungen publiziert, die sich mit der Frage des zweckmäßigsten Polynomansatzes zur Approximation der Verzeichnungskurve befassen [5], [6], [7]. Diese Arbeiten unterstellen eine Rotationssymmetrie der Verzeichnung. Wie wir im nächsten Abschnitt anhand eines typischen Kalibrierungsprotokolls zeigen werden, kann diese Voraussetzung – auch bei Hochleistungsobjektiven mit verhältnismäßig geringer Verzeichnung – nicht aufrechterhalten werden. Die Abweichungen von der Symmetrie liegen in der gleichen Größenordnung wie die Verzeichnung selbst. Aus diesem Grunde erscheint es wenig sinnvoll, darüber zu diskutieren, mit welchem Polynom man eine Verzeichnungskurve am besten annähert, wenn andererseits die Asymmetrie außer acht gelassen wird.

Außerdem beschränken sich die bekannten Korrekturverfahren auf den radialen Anteil der Verzeichnung. Bei Präzisionsauswertungen sollte aber auch die tangentiale Komponente berücksichtigt werden. Allerdings scheint es bisher nahezu unmöglich zu sein, die tangentiale Verzeichnung bei vernünftigem Aufwand mit derselben Genauigkeit wie die radiale Verzeichnung zu bestimmen. Schließlich sollte man von der bei den bisherigen Korrekturmethoden verwendeten Zwangsbedingung abkommen, den Bildmittelpunkt als verzeichnungsfreien Symmetriepunkt einzuführen.

Im folgenden werden zwei Verfahren vorgestellt, mit denen die Verzeichnung flächenhaft, das heißt in Abhängigkeit von den beiden Koordinatenwerten eines ebenen Koordinatensystems korrigiert werden kann. Die erste, wenig rechenintensive Methode beruht auf linearen Interpolationen, während die zweite, rechenintensivere Methode von der Interpolation nach kleinsten Quadraten Gebrauch macht.

2. Kalibrierungsprotokoll

Für die folgende Untersuchung wurde das Kalibrierungsprotokoll der RMK A 15/23, Nr. 111680 der Fa. Carl Zeiss, Oberkochen, mit dem Objektiv Pleogon A 2 ausgewählt. Es kann als ein typisches Protokoll für Weitwinkelkammern gelten. Die Verzeichnung wurde für die 4 Halbdiagonalen des Bildformats mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 2\ \mu$m bestimmt. Bild 1 zeigt die gemessene Verzeichnung in Abhängigkeit vom Radius r. Es sind sowohl die Einzelmessungen in den 4 Halbdiagonalen als auch der Mittelwert dargestellt. Für jeden zweiten Meßpunkt sind die erstgenannten Werte zudem noch in Bild 2 als Vektoren aufgetragen.

Aus den Darstellungen ergeben sich zwei wichtige Gesichtspunkte:

1. Die Verzeichnung ist nicht annähernd rotationssymmetrisch.

2. Der Punkt, an dem die Verzeichnung verschwindet, scheint nicht mit dem Bildmittelpunkt zusammenzufallen.

Die zweite Feststellung wurde unter anderem auch von Kölbl [2] bei Nicht-Meßkammern gemacht. Er bestimmt den Nullpunkt der Verzeichnung rechnerisch und faßt diesen Punkt bei der Auswertung als Symmetriepunkt der Verzeichnung auf.

3. Lineare flächenhafte Interpolation

Zur flächenhaften Verzeichnungskorrektur wird als erstes ein Verfahren angegeben, das sozusagen als Sofortlösung aufgefaßt werden kann und keinen großen Rechen- und Programmieraufwand erfordert. Wir beschränken uns zunächst auf die Berücksichtigung der radialen Verzeichnungskomponente.

Das Prinzip der Methode beruht darauf, daß jeweils zwischen zwei gemessenen bzw. gerechneten Werten linear interpoliert wird. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Verzeichnungswerte gleichabständiger Punkte auf den vier Halbdiagonalen des Bildes bekannt sind, wodurch das Bildformat in 4 Sektoren geteilt wird.

Ist nun ein beliebiger Bildpunkt P_i (Bild 3) gegeben, für den die Verzeichnung bestimmt werden soll, so wird zuerst mit Hilfe der Koordinaten festgestellt, in welchem Sektor er liegt. Danach werden mit dem Radius r des Punktes die Verzeichnungswerte auf den beiden Halbdiagonalen, die den Sektor einschließen, durch lineare Interpolation aus den benachbarten Stützstellen ermittelt. Die gesuchte Verzeichnung des Punktes ergibt sich, indem nochmals linear entlang des Kreisbogens interpoliert wird. Die so bestimmte radiale Verzeichnung wird noch in ihre x- und y-Komponenten zerlegt, damit die entsprechenden Bildkoordinaten des Punktes korrigiert werden können.

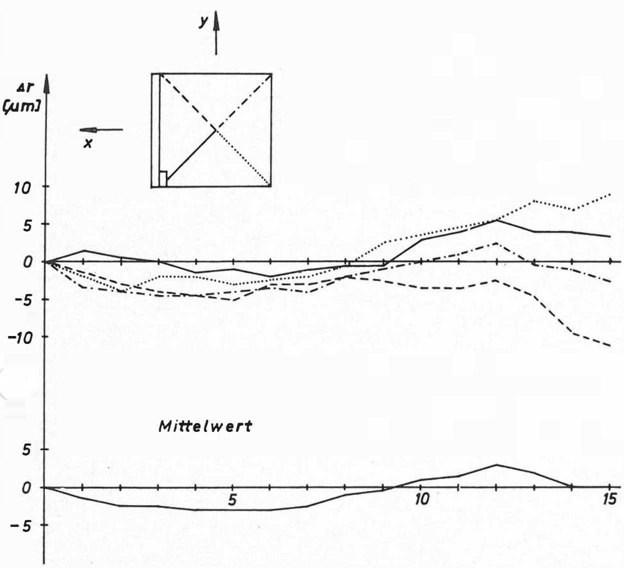

Bild 1 Verzeichnung der RMK A 15/23, Nr. 111 680

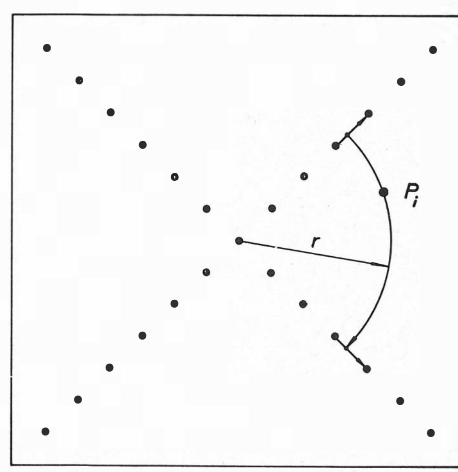

Bild 2 Vektorbild der Verzeichnung

Um die Auswirkung der Verzeichnung im gesamten Bild zu zeigen, wurde über das Bildformat der oben genannten Kammer RMK A 15/23 ein Punktraster mit 2 cm Abstand gelegt. Für jeden Rasterpunkt wurde die radiale Verzeichnung nach dem angegebenen Verfahren berechnet und als Vektor aufgetragen (Bild 4). Hier kommt sehr deutlich zum Ausdruck, daß die Asymmetrie der Verzeichnung bei Präzisionsauswertungen nicht vernachlässigt werden darf.

Zur Korrektur der tangentialen Verzeichnung könnte man unter der Voraussetzung, daß diese ebenfalls entlang den vier Hauptdiagonalen bekannt ist, das gleiche Verfahren anwenden.

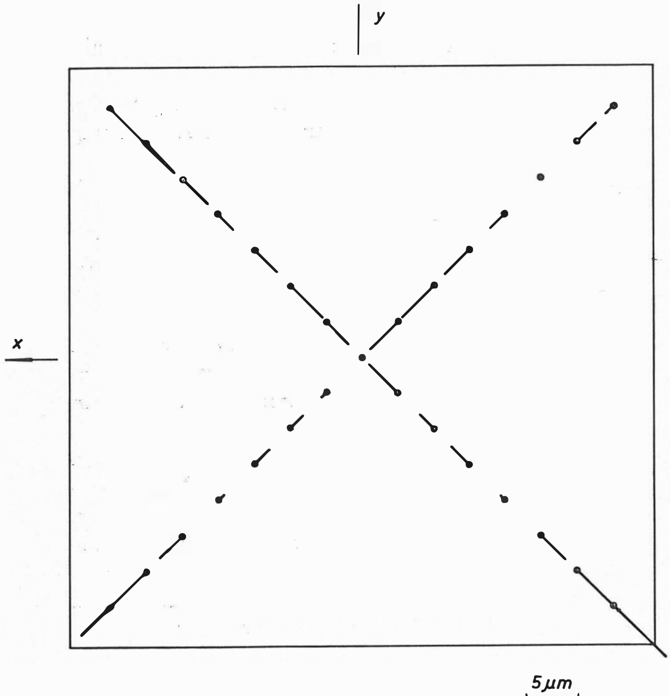

Bild 3 Prinzip der linearen flächenhaften Interpolation

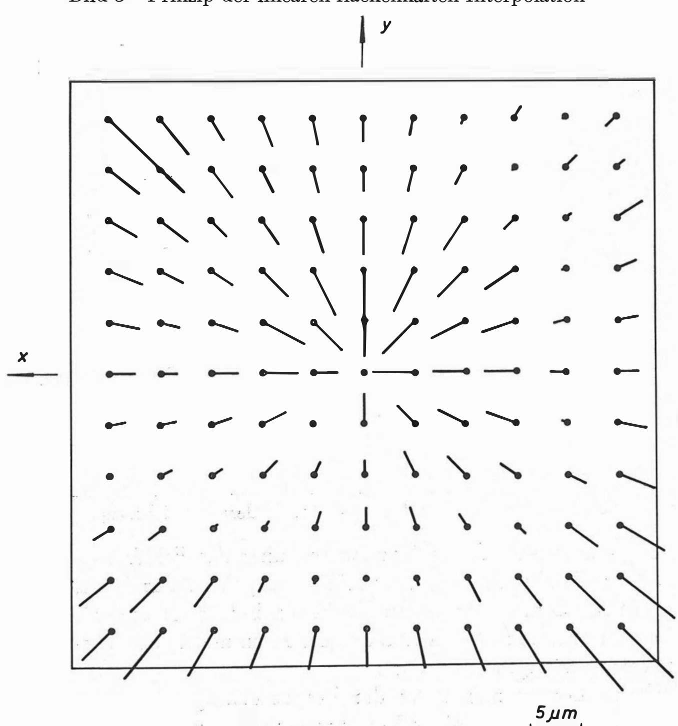

Bild 4 Ergebnis der linearen flächenhaften Interpolation

Insgesamt kann festgestellt werden, daß die lineare flächenhafte Interpolation in den meisten Fällen zur Korrektur der Verzeichnung ausreichen wird. Sofern die rechnerische Auswertung aber ohnehin mit einem Großcomputer erfolgt, sollte man auf die rechenintensivere Interpolation nach kleinsten Quadraten übergehen, die – wie im folgenden gezeigt wird – einige Vorteile bietet.

4. Interpolation nach kleinsten Quadraten

Diese Interpolationsmethode wurde bisher mit großem Erfolg zur Lösung verschiedener Probleme in der numerischen Photogrammetrie [4], insbesondere auch zur Korrektur des Filmverzuges mit Hilfe von Reseaupunkten [3] eingesetzt. Die Verzeichnungskorrektur ist ein ähnliches Interpolationsproblem. Wir haben jeweils Stützpunkte mit bekannten Stützwerten und suchen für beliebige andere Punkte plausible Größen für die in den Stützwerten enthaltene Systematik. Das zweidimensionale Vektorfeld, von dem die Interpolation nach kleinsten Quadraten in diesen Fällen ausgeht, ist für die Verzeichnungskorrektur im Bild 2 dargestellt.

Von der durch die Messung bedingten speziellen Anordnung der Stützpunkte entlang den Diagonalen macht diese Methode keinen Gebrauch. Diese Anordnung ist sogar aus der Sicht der Informationstheorie und deshalb auch für die Interpolation nach kleinsten Quadraten sehr ungünstig, denn die Information konzentriert sich auf diese beiden Linien. Für das Verhalten der Systematik in den Außenbezirken der dazwischenliegenden Sektoren hat man keine Anhaltspunkte.

Der Bildmittelpunkt, dem andere Methoden als symmetrie- und verzeichnungsfreien Punkt eine Sonderstellung einräumen, ist bei der Verzeichnungskorrektur mit der Interpolation nach kleinsten Quadraten ein Stützpunkt wie jeder andere. Er könnte ohne weiteres einen von Null verschiedenen Verzeichnungswert aufweisen.

Ein wesentlicher Vorteil der neuen Methode besteht noch darin, daß die mit unregelmäßigen Meßfehlern behafteten Stützwerte nicht exakt angehalten werden. Es erfolgt vielmehr mit der Verzeichnungskorrektur gleichzeitig eine Filterung der ursprünglichen Stützwerte. Diese ergibt für jeden Stützpunkt einen systematischen Anteil (= Verzeichnung) und einen unregelmäßigen Anteil (= Meßfehler).

Bei der Interpolation nach kleinsten Quadraten werden die zweidimensionalen Vektoren in x- und -y Komponenten zerlegt und für jede Komponente getrennt die Verzeichnungswerte interpoliert, die dann unmittelbar als Verbesserungen an die gemessenen Bildkoordinaten angebracht werden können. Dabei spielt es keine Rolle, ob – wie im Bild 2 – die gemessenen Verzeichnungsvektoren nur aus radialen Komponenten bestehen oder ob zusätzliche tangentiale Anteile enthalten sind. Die Methode trennt also nicht in radiale und tangentiale Verzeichnung, sondern in x- und y-Komponenten.

Nachdem, wie oben erwähnt, die Stützpunkte für die Interpolation nach kleinsten Quadraten sehr schlecht verteilt sind, ist es bei einer solchen Stützpunktanordnung zweckmäßig, mit einem stark überbestimmten Polynom eine vorläufige grobe Verzeichnungskorrektur durchzuführen. Durch die anschließende Interpolation nach kleinsten Quadraten werden diese Korrekturwerte dann verbessert.

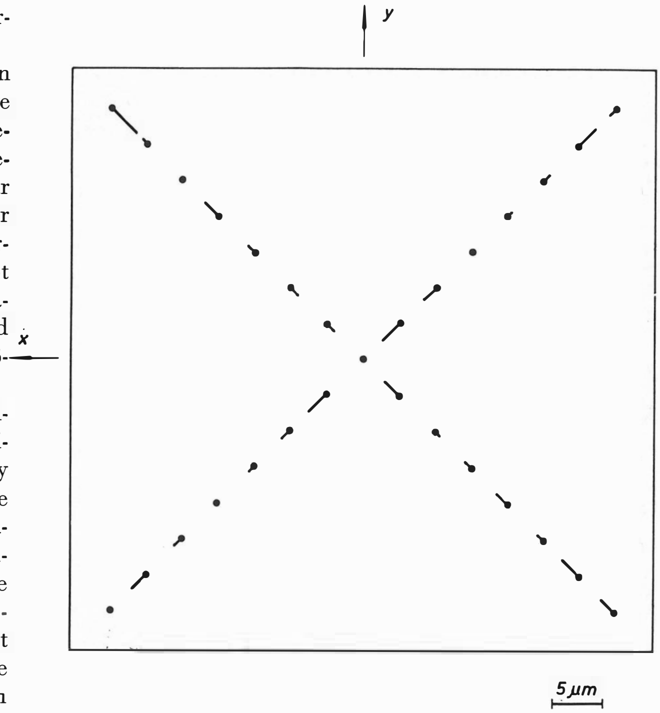

Bild 5 Restfehler an den Stützpunkten nach der Polynomausgleichung

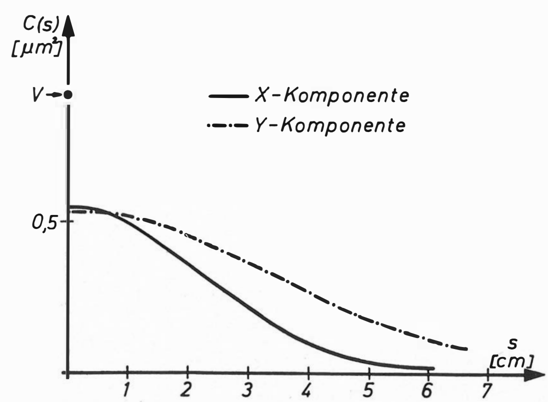

Bild 6 Kovarianzfunktionen

Wir haben das von VLCEK [8] angegebene Polynom für die radiale Verzeichnung

$$dr = b_1 r + b_2 r^3 + b_3 r^5 + a_1 r^2 \cos \Phi + a_2 r^2 \sin \Phi \qquad (1)$$

r = radialer Abstand
Φ = Richtungswinkel

gewählt. Die Glieder mit den b-Koeffizienten beschreiben den radialsymmetrischen und die mit den a-Koeffizienten den asymmetrischen Teil der Verzeichnung. Zur Bestimmung der 5 Koeffizienten des Polynoms tragen die 60 (= 4 × 15) gemessenen Verzeichnungswerte bei. Die bei Polynomausgleichungen gefährliche Aufwölbung in stützpunktlosen Bereichen tritt beim Polynom (1) mit der starken Überbestimmung nicht auf; andererseits reichen die 5 Koeffizienten nicht aus, die in den gemessenen Verzeichnungswerten tatsächlich enthaltene Systematik zu erfassen. Wir haben in Bild 5 – wieder für jeden zweiten Stützpunkt – die nach der Polynomausgleichung verbliebenen Restwerte aufgetragen. Die noch deutlich zu erkennende Systematik wird nun in einem zweiten Schritt mit Hilfe der Interpolation nach kleinsten Quadraten beseitigt.

Zuerst sind – wie in [4] beschrieben – die Varianz V und die Kovarianzfunktion C (s) getrennt für die x- und y-Komponenten zu bestimmen (Bild 6). Da die Scheitelwerte der Kovarianzfunktionen etwa die Hälfte der Varianz V erreichen, setzen sich die Vektoren des Bildes 5 zu gleichen Teilen aus systematischen und unregelmäßigen Anteilen zusammen. Der flachere Verlauf der Kovarianzfunktion in y-Richtung ist ein Maß für die stärkere Systematik in dieser Koordinatenrichtung.

Ausgehend von der Varianz V, der Kovarianzfunktion C (s) und den Stützwerten l_i in den n Stützpunkten P_i bekommt man für jeden beliebigen Bildpunkt P einen interpolierten Wert u aus der Beziehung

$$u = (C\,(\overline{PP_1}) \ldots C\,(\overline{PP_n})) \cdot \begin{pmatrix} V & C\,(\overline{P_1 P_2}) \ldots\ldots & C\,(\overline{P_1 P_n}) \\ C\,(\overline{P_1 P_2}) & V & C\,(\overline{P_2 P_n}) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ C\,(\overline{P_1 P_n}) & C\,(\overline{P_2 P_n}) & V \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ l_n \end{pmatrix} = \mathbf{c}' \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{l} \qquad (2)$$

Im Zeilenvektor **c** treten die Kovarianzen zwischen dem Interpolationspunkt P und den n Stützpunkten P_i sowie in der **C**-Matrix die Kovarianzen zwischen den Stützpunkten P_i auf. Gleichung (2) ist einmal für die x- und einmal für die y-Komponenten auszurechnen. Wir haben für Bildpunkte eines 2 cm-Rasters auf diese Weise die Korrekturwerte ermittelt, die, zu den vorläufigen Werten der Polynomausgleichung addiert, als endgültige Verzeichnungswerte anzusehen sind (Bild 7). Das Ergebnis überrascht insofern, als die Methode auch tangentiale Verzeichnungswerte hervorbringt, obwohl nur radiale Komponenten eingegeben wurden.

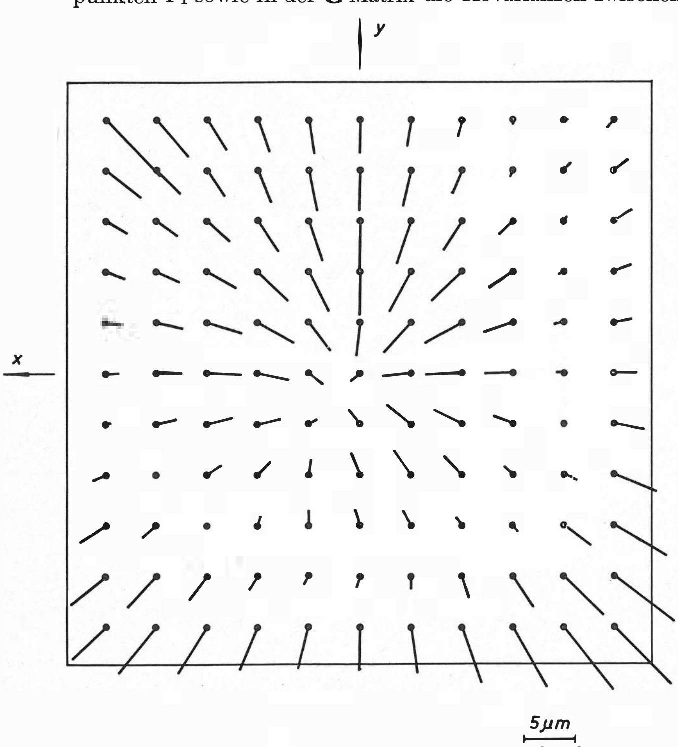

Bild 7 Ergebnis der Interpolation nach kleinsten Quadraten

Die Interpolation nach kleinsten Quadraten ist offensichtlich in der Lage, aus radial gerichteten Vektoren tangentiale Anteile herauszurechnen, wenn aus dem Verlauf der radialen Vektoren gewisse Anhaltspunkte dafür – wie zum Beispiel im Bild 5 – gegeben sind.

Die festgestellte tangentiale Verzeichnung nimmt allerdings rasch mit wachsendem Abstand von der Bildmitte ab, denn die Stützwerte im Randbereich des Bildes enthalten darüber keine Information mehr. Eine befriedigende Korrektur auch der tangentialen Verzeichnung über das ganze Blidformat kann nur erreicht werden, wenn man in jedem Stützpunkt sowohl die radiale als auch die tangentiale Verzeichnung mißt.

Berechnet man für die Stützpunkte entsprechend der Gleichung (2) ebenfalls die Verzeichnungswerte und subtrahiert sie von den ursprünglichen Meßwerten, erhält man das Ergebnis der Filterung. Diese Differenzen, dargestellt im Bild 8, können als unregelmäßige Fehler bei der Messung der Verzeichnung interpretiert werden. Der Vektor im Bildmittelpunkt deutet darauf hin, daß die üblicherweise unterstellte Verzeichnungsfreiheit in diesem Punkt nicht zutrifft. Bei den übrigen Vektoren in der Bildmitte kommt die bei der Messung unterdrückte tangentiale Verzeichnung zum Ausdruck. Die unregelmäßige Struktur des gesamten Vektorfeldes dokumentiert die Geschmeidigkeit der Interpolation nach kleinsten Quadraten.

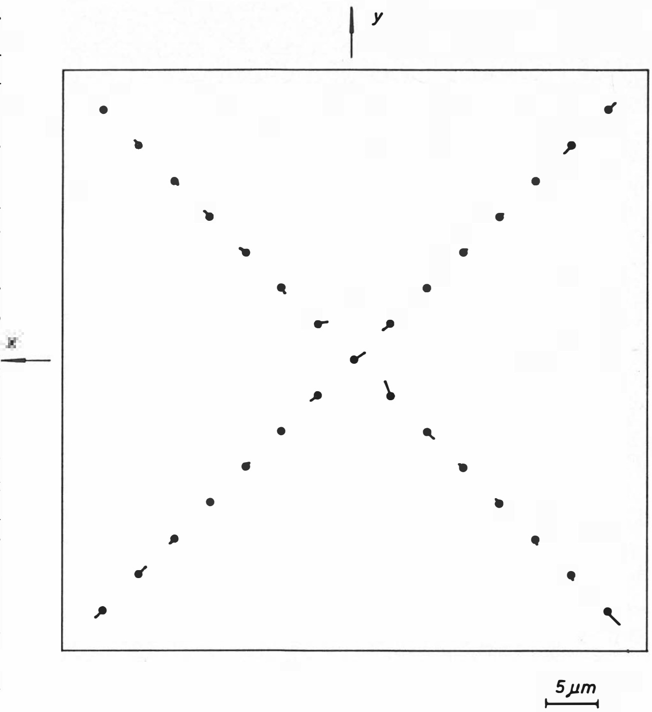

Bild 8 Restfehler an den Stützpunkten nach der Interpolation nach kleinsten Quadraten

5. Folgerungen

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß ein Teil der Information über die Verzeichnung ungenutzt bleibt, wenn man nur eine radial-symmetrische Korrektur mit dem Mittelwert der radialen Verzeichnung durchführt. Eine Verzeichnungsangabe in Abhängigkeit des radialen Abstandes vom Bildmittelpunkt ist für die heutigen Hochleistungsobjektive nicht mehr repräsentativ. Die Kalibrierung sowie die Protokollierung und Korrektur der Verzeichnung sollte in Zukunft flächenhaft erfolgen. Die Bestimmung der radialen Verzeichnung entlang der 4 Halbdiagonalen und die angegebene lineare Interpolation können als Minimallösung betrachtet werden. Für höhere Ansprüche muß man vor allem bei der meßtechnischen Erfassung der Verzeichnung ansetzen: Anstatt die Stützpunkte entlang den beiden Diagonalen anzuhäufen, sollte man auf eine rasterförmige Anordnung oder zumindest auf 8 Halbdiagonalen übergehen. Die Anzahl der Stützpunkte braucht dabei grundsätzlich nicht erhöht zu werden. Außerdem sind weitere Anstrengungen hinsichtlich der Erfassung der Gesamtverzeichnung in jedem Stützpunkt nötig, indem entweder x- und y-Komponenten oder radiale und tangentiale Anteile bestimmt werden.

Sofern entsprechende Rechenhilfsmittel zur Verfügung stehen, bietet sich besonders die Interpolation nach kleinsten Quadraten zur Interpolation und Filterung der Verzeichnungswerte an. Sind die Stützpunkte mehr flächenhaft über das gesamte Bildformat verteilt, muß vor der Interpolation nach kleinsten Quadraten keine Polynomausgleichung durchgeführt werden.

Die bisherigen Folgerungen können auf Nicht-Meßkammern in der Nahbereichsphotogrammetrie nicht unmittelbar übertragen werden. Wegen der großen radialen Verzeichnung spielt hier der asymmetrische und tangentiale Anteil eine untergeordnete Rolle. Die allgemein verwendeten Polynome, eventuell mit zwei zusätzlichen Freiheitsgraden für die Lage des Symmetriepunktes [2], werden in der Regel befriedigende Ergebnisse liefern. Enthalten die Restabweichungen nach der Polynomausgleichung noch systematische Anteile, sollte man allerdings auch hier eine zusätzliche Korrektur mit Hilfe der Interpolation nach kleinsten Quadraten anhängen. Eine weitere interessante Möglichkeit bei Nicht-Meßkammern besteht darin, getrennt für den gesamten Anteil der radialen und tangentialen Verzeichnung jeweils eine Kovarianzfunktion zu bestimmen und die Interpolation nach kleinsten Quadraten mit Polarkoordinaten ohne vorherige Polynomausgleichung zu verwenden.

Summary

For accurate numerical photogrammetric restitution the assumption of radial symmetric lens distortion is insufficient. Two methods for the two-dimensional correction of the distortion are described, based on linear interpolation and on least squares interpolation respectively.

Résumé

La symétrie radiale de la distorsion n'est plus l'hypothèse pour la restitution photogrammétrique de précision. On propose deux méthodes par lesquelles on peut corriger la distorsion à deux dimensions. La première méthode s'appuye sur l'interpolation linéaire, la deuxième se sert de l'interpolation des moindres carrés.

Schrifttum

[1] Ackermann, F.: Leistungssteigerung in der numerischen Photogrammetrie. Nachr. a. d. Karten u. Vermw., Reihe I, Heft 53, 9–36, 1971.
[2] Döhler, M.: Nahbildmessung mit Nicht-Meßkammern. BuL 39, 67–76, 1971.
[3] Kraus, K.: Film Deformation Correction with Least Squares Interpolation Phm. Eng. 38, 487–493, 1972.
[4] Kraus, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie,BuL 40, 7–12, 1972.
[5] Leberl, F. W.: Einfache und verknüpfte Polynome zur Darstellung von Verzeichnungskurven. BuL 38, 145–149, 1970.
[6] Schenk, T.: Nochmals: Darstellung von Verzeichnungskurven mittels Potenzreihen. BuL 39, 127–130, 1971.
[7] Schwidefsky, K. und Kellner, H.: Darstellung der Verzeichnungsfehler photographischer Objektive durch Potenzreihen. BuL 37, 39–47, 1969.
[8] Vlcek, J.: Systematic errors of image coordinates. Phm. Eng. 35, 585–593, 1969.

An alle ITC-Absolventen!

Zur Vertiefung des Kontaktes ehemaliger ITC-Studenten untereinander und mit diesem Institut wird durch das ITC versucht, regional gegliederte Gruppen mit je einem Korrespondenten zu bilden. Das vordringlichste Ziel besteht zur Zeit darin, die aktuellen Adressen zu sammeln, was nur mit aktiver Mitwirkung der Betroffenen geschehen kann. Für die Länder Bundesrepublik Deutschland, Österreich und die Schweiz als „Gruppe Zentraleuropa" werden die Kollegen gebeten, ihre und weitere bekannte Anschriften an

F. Kröll, c/o Hansa Luftbild, 44 Münster, Elbestr. 5

mitzuteilen. Für die Zukunft ist die Veröffentlichung eines vierteljährlich erscheinenden Journals durch das ITC geplant, das alle Kollegen nur erreichen kann, wenn diese Bitte um Mitarbeit Erfolg hat.