

Sonderdruck aus „Bildmessung und Luftbildwesen“ Heft 3/1970, Seite 176 – 184

**Sternpositionsbestimmung mit Hilfe eines geschlossenen Kugelblocks
Eine theoretische Genauigkeitsuntersuchung**

Von H. EBNER, Stuttgart

Herbert Wichmann Verlag GmbH, 75 Karlsruhe 21, Rheinstraße 122

Sternpositionsbestimmung mit Hilfe eines geschlossenen Kugelblocks

Eine theoretische Genauigkeitsuntersuchung

Von H. EBNER, Stuttgart

1. Einleitung

Die Methode der simultanen Ausgleichung sogenannter Blockverbände, die aus einer großen Anzahl miteinander verknüpfter geometrischer Einheiten bestehen, hat seit 10 Jahren eine starke Anwendung in der Photogrammetrie gefunden. Maßgebend für die Einführung dieser Verfahren war einerseits die Entwicklung sehr leistungsfähiger elektronischer Rechanlagen und andererseits das außerordentlich günstige Genauigkeitsverhalten der Blöcke, das in mehreren theoretischen Arbeiten der letzten Jahre festgestellt wurde [4], [5], [6].

Unabhängig von der Photogrammetrie wendet die Astrometrie die Blockausgleichung seit mehreren Jahren auf die photographische Sternpositionsbestimmung an [2], [3]. Die Aufnahmen werden zumeist mit langbrennweitigen Refraktoren hergestellt. Als Schichtträger wird ausschließlich Glas verwendet. Der Block wird durch eine Anzahl photographischer Aufnahmen gebildet, die sich gegenseitig überlappen und zusammen den gewünschten Teil des Himmels überdecken. Verknüpfungssterne, die in mehreren Aufnahmen abgebildet sind, realisieren den Zusammenhang zwischen den einzelnen Platten. Bild 1 zeigt zwei mögliche Arten der Verknüpfung und die zugehörigen Überdeckungen der Aufnahmen.

Die ebenen Bildkoordinaten der interessierenden Sterne werden in Komparatoren gemessen. In einer simultanen Blockausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate werden sodann für alle Aufnahmen die sogenannten Plattenkonstanten (im photogrammetrischen Sinne Parameter

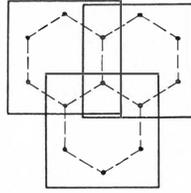
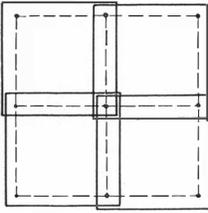


Bild 1
Zwei Beispiele für die Auswahl der Verknüpfungsterne

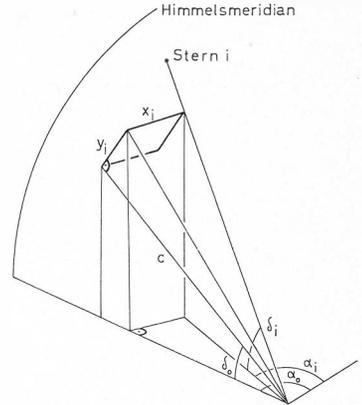


Bild 2
Zusammenhang zwischen astronomischen Koordinaten und Bildkoordinaten

für die äußere und innere Orientierung der Bilder) sowie die astronomischen Koordinaten (Rek-taszension α und Deklination δ) aller in mindestens einer Platte gemessenen Sterne bestimmt.

Die praktische Anwendung der Methode blieb bisher noch auf kleine Teile des Himmels be-schränkt. Allerdings weist schon EICHHORN im ersten Aufsatz zu diesem Thema auf die prinzipielle Möglichkeit hin, den gesamten Himmel mit photographischen Platten zu überdecken und somit einen geschlossenen Block zu erhalten [1]. Der Gedanke ist von großer praktischer Bedeutung, da sich auf diese Weise ein außerordentlich homogenes System von Sternkoordinaten erhalten ließe, das dazu dienen könnte, die vorhandenen Sternkataloge zu überprüfen bzw. zu verbessern.

Dies erscheint heute als wünschenswert, da die verfügbaren Sternkataloge in Bezug auf Genauig-keit und Sterndichte den praktischen Anforderungen, insbesondere der Satellitengeodäsie, nicht mehr in voll zufriedenstellendem Maße nachkommen. Der derzeit genaueste Katalog FK 4 weist eine mittlere Positionsgenauigkeit von etwa $0,2''$ bis $0,3''$ auf, enthält aber nur 1535 Sterne, die zum Großteil am Nordhimmel liegen. Die größte Anzahl von Sternen, ca. 260000, umfaßt der Stern-katalog des Smithsonian Instituts. Die mittlere Streuung einer Position beträgt etwa $0,5''$.

Für die aufgezeigte Methode der Sternpositionsbestimmung durch simultane Ausgleichung eines kugelförmigen Blocks einzelner Platten wurde im Rahmen der Dissertation des Autors eine theo-retische Genauigkeitsuntersuchung durchgeführt [8]. In erster Linie sollte dabei festgestellt werden, in welchem Maße die Streuungen der ermittelten Sternkoordinaten vom Öffnungswinkel der Auf-nahmen und damit von der Anzahl der Platten abhängen, die zusammen die volle Himmels-Sphäre überdecken. Im vorliegenden Aufsatz werden für diesen Hauptteil der Untersuchung die Voraus-setzungen und die wichtigsten Ergebnisse dargelegt.

Auf eine theoretische Arbeit, der ebenfalls ein kugelförmiger Block zugrundeliegt, sei in diesem Zusammenhang kurz hingewiesen [7]. In dieser Studie wird die Möglichkeit der simultanen Triangu-lation der gesamten Mondoberfläche erörtert. Ein Aufsatz zur Anwendung von Kugelblöcken auf die Sternpositionsbestimmung ist von BROWN angekündigt.

2. Das verwendete mathematische Modell

Die grundlegenden Beziehungen zwischen den astronomischen Koordinaten α_i, δ_i eines Sterns i und den in einer photographischen Aufnahme gemessenen Bildkoordinaten x_i, y_i sind aus Bild 2 und den Formeln (1) und (2) ersichtlich.

$$x_i = -c \cdot \tan(\alpha_i - \alpha_0) (\cos \delta_0 - \sin \delta_0 \frac{\tan \delta_i - \tan \delta_0 \cos(\alpha_i - \alpha_0)}{\cos(\alpha_i - \alpha_0) + \tan \delta_i \tan \delta_0}) \quad (1)$$

$$y_i = c \frac{\tan \delta_i - \tan \delta_0 \cos(\alpha_i - \alpha_0)}{\cos(\alpha_i - \alpha_0) + \tan \delta_i \tan \delta_0} \quad (2)$$

Das stochastische Modell faßt die Bildkoordinaten als unkorrelierte und gleich genaue Beobachtungen auf. Diese Vereinfachung erscheint gerechtfertigt, da die hohe geometrische Stabilität des kugelförmigen Blocks einen nur geringen Einfluß des stochastischen Modells auf die Genauigkeit erwarten läßt. Die ausgleichungstechnische Behandlung erfolgt nach vermittelnden Beobachtungen. Um die Verbesserungsgleichungen zu erhalten, werden die Beziehungen (1) und (2) linearisiert und um die Einflüsse der Korrekturparameter der Orientierung jeder Aufnahme erweitert. Diese Orientierungsparameter und die zu bestimmenden Sternkoordinaten bilden zusammen die Unbekannten der Ausgleichung.

Hinsichtlich der zugelassenen Orientierungsparameter wurden mehrere Varianten und damit mehrere funktionelle Modelle unterschieden. Die beiden wichtigsten sind:

FM 1: Für jede Platte werden die drei Winkelparameter der äußeren Orientierung $\varphi \omega \kappa$ bestimmt. Translationsparameter, wie sie in der Photogrammetrie ansonsten auftreten, entfallen in der Astrometrie.

FM 2: Zusätzlich zum Funktionalmodell FM 1 wird eine jeweils mehreren Aufnahmen gemeinsame Maßstabskorrektur eingeführt. Diesem Ansatz liegt die Annahme zugrunde, daß jeweils Gruppen von Platten unter sehr ähnlichen Aufnahmebedingungen belichtet werden und somit etwa den gleichen Maßstab aufweisen.

3. Durchführung der Untersuchung

Um die Abhängigkeit der theoretischen Positionsgenauigkeit von der Anzahl der Platten darzustellen, die den gesamten Himmel überdecken, werden im folgenden die 4, in Tabelle 1 zusammengestellten schematischen Blöcke behandelt.

Tabelle 1 Daten der behandelten Blöcke

	Anzahl und Form der Flächen	Anzahl der Verknüpfungssterne	maximaler Öffnungswinkel
Würfel	6 Quadrate	8	110°
Dodekaeder	12 regelmäßige 5-Ecke	20	75°
32-Flächer	12 regelmäßige 5-Ecke und 20 regelmäßige 6-Ecke	60	48°
92-Flächer	12 regelmäßige 5-Ecke 20 regelmäßige 6-Ecke und 60 unregelmäßige, aber untereinander gleiche 6-Ecke	180	28°

Die Ableitung des 32-Flächers aus dem Dodekaeder und des 92-Flächers aus dem 32-Flächer ist aus Bild 3 zu ersehen.

Verknüpfungssterne werden nur in den Polyeder-Ecken angenommen. Sie sind in allen 4 Blöcken jeweils auf 3 benachbarten Platten abgebildet. Diese Anordnung bietet bei gegebenem Öffnungswinkel den Vorteil, die Sphäre mit einem Minimum von Aufnahmen zu überdecken.

Für den Würfel und den Dodekaeder werden vier fehlerfreie Referenzsterne angenommen, das heißt Sterne mit bekannten astronomischen Koordinaten. Sie entsprechen in der Photogrammetrie den Paßpunkten. Der 32-Flächer wird in 6, der 92-Flächer in 10 fehlerfreie Referenzsterne eingehängt, die annähernd gleichmäßig über die Sphäre verteilt sind.

Die theoretische Genauigkeitsuntersuchung gliedert sich in zwei Teile. Zunächst wird die Fehlerfortpflanzung, oder anschaulich ausgedrückt, die Blocksteifigkeit untersucht. Für jeden behandelten Block wird dazu die Gewichtskoeffizientenmatrix G^{xx} der Unbekannten berechnet, die ja gleich der Inversen der Normalgleichungsmatrix N ist.

$$G^{kk} = N^{-1} \tag{3}$$

Die Hauptdiagonale von G^{xx} enthält die quadratischen Gewichtskoeffizienten g^{pp} und g^{kk} der Orientierungsparameter p und der astronomischen Koordinaten k der Verknüpfungssterne. Die Streuungen der Sternkoordinaten ergeben sich aus g^{kk} nach

$$\sigma_k = \frac{\sigma_0}{c} \sqrt{g^{kk}} \tag{4}$$

In (4) bedeutet σ_0 den mittleren Gewichtseinheitsfehler oder, anders gesagt, die Streuung einer Bildkoordinate und c die Kammerkonstante (Brennweite). Die Fehlerfortpflanzung im Zuge der Blockausgleichung wird durch die Zahlenwerte $\sqrt{g^{kk}}$ bzw. die auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogenen Streuungen σ_k beschrieben.

Im zweiten Teil der Untersuchung wird die Größe von σ_0 und die Kammerkonstante c für verschieden große Blöcke abgeschätzt. Damit kann die zu erwartende Genauigkeit der ermittelten Sternkoordinaten angegeben und die Frage beantwortet werden, ob und in welchem Maße die vorgeschlagene Methode zur praktischen Sternpositionsbestimmung geeignet ist.

Die elektronischen Rechnungen wurden an der Telefonken-Anlage TR 4 des Rechenzentrums und an der Univac Anlage 1107 des Instituts für Statik und Dynamik der Universität Stuttgart durchgeführt. Die Inversion der größten behandelten Normalgleichungsmatrix, die 646 Reihen enthielt, erfordert eine Rechenzeit von etwa 22 Minuten an der Univac 1107.

4. Ergebnisse und Diskussion

Die Behandlung der vier verschieden großen Blöcke (siehe Tabelle 1) ermöglicht einen Einblick in die Abhängigkeit der Blocksteifigkeit von der Blockgröße. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Bild 4 dargestellt. Als Maß der Blockgröße wird die Anzahl der Aufnahmen gewählt und auf der Abszisse in logarithmischem Maßstab aufgetragen. Für jeden behandelten Block sind auf der Ordinate die mittlere und die maximale, auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogene Streuung der Sternpositionen bei Zugrundelegung der funktionellen Modelle FM 1 und FM 2 (siehe oben) dargestellt.

Der größte Block mit 92 Platten und 180 Verknüpfungssternen ergibt für die beiden Funktionalmodelle FM 1 und FM 2 mittlere Streuungen von 0,82 σ_0/c und 0,84 σ_0/c . Die entsprechenden maxi-

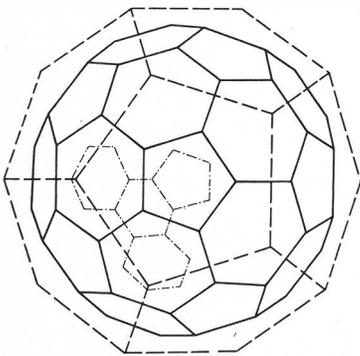


Bild 3 Schematischer Aufbau der Kugelblöcke mit 12, 32 und 92 Aufnahmen

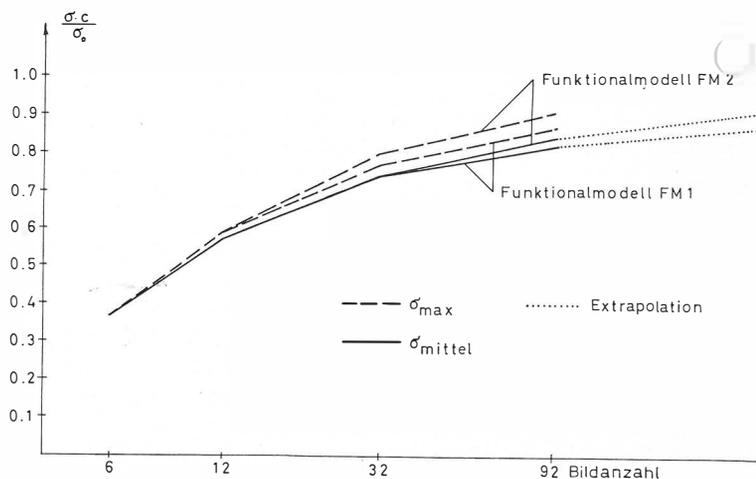


Bild 4 Einfluss der Blockgröße auf die Genauigkeit ($\sigma_0 = 1, c = 1$)

malen Streuungen betragen $0,87 \sigma_0/c$ und $0,91 \sigma_0/c$. Diese Ergebnisse sind als außerordentlich günstig anzusprechen. Sie dokumentieren eine Winkelgenauigkeit, die höher ist als die innere Genauigkeit σ_0/c einer aus einem einzelnen Bild abgeleiteten Sternkoordinate. Der stetige Verlauf der Kurven in Bild 4 läßt offensichtlich eine Extrapolation für größere Blöcke zu. Ein Block mit 600 Platten erreicht mit den Modellen FM 1 und FM 2 mittlere Streuungen von $0,90 \sigma_0/c$ und $0,95$

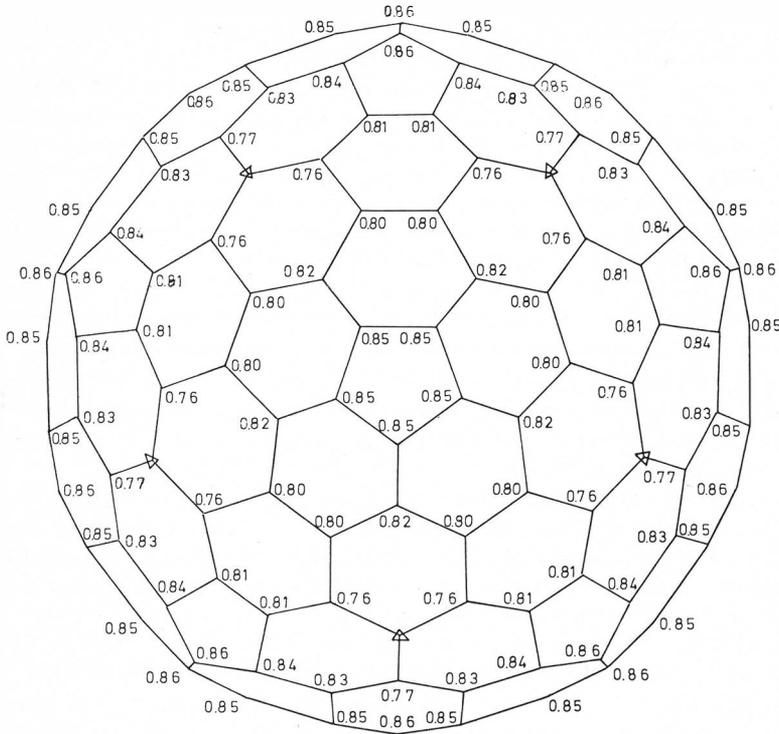


Bild 5
Genauigkeitsverteilung innerhalb eines Blocks mit 92 Aufnahmen ($\sigma_0 = 1$, $c = 1$)

σ_0/c . Die Extrapolation läßt erwarten, daß auch für Blöcke, die über diese Größe noch hinausgehen, die mittlere Streuung den Betrag $1,0 \sigma_0/c$ kaum überschreitet.

Aus Bild 4 ist weiter zu ersehen, daß die auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogenen Streuungen sich beim allgemeineren Funktionalmodell FM 2 etwas größer ergeben als beim einfacheren Modell FM 1, das nur die äußere Orientierung einer jeden Aufnahme ermöglicht. Anschaulich gesprochen ergibt das Modell FM 2 mit der größeren Anzahl von Freiheitsgraden somit eine geringere Blocksteifigkeit als das Funktionalmodell FM 1. Da das Modell FM 2 aber etwaige Maßstabsunterschiede zwischen jeweils Gruppen von Einzelplatten voll kompensiert, wird sich der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 hier kleiner als beim Modell FM 1 ergeben. Die Streuungen der ermittelten Sternkoordinaten sind somit beim Modell FM 2 von der Blocksteifigkeit her zwar größer, vom mittleren Gewichtseinheitsfehler her aber kleiner zu erwarten als beim Modell FM 1. Es ist ohne weitere Hypothesen nicht möglich, eine Aussage zu machen, welcher Effekt überwiegt. Im Falle einer praktischen Anwendung müßte der günstigere funktionelle Ansatz experimentell gefunden werden.

Bild 4 zeigt auch, daß die maximale Streuung nur um höchstens 8% größer ist als die mittlere Streuung. Einen detaillierten Einblick in die Genauigkeitsverteilung innerhalb eines ausgeglichenen Blocks gibt Bild 5.

Die Ergebnisse in Bild 5 beziehen sich auf einen Block mit 92 Aufnahmen, dem das funktionelle Modell FM 1 zugrundegelegt ist. Bei der vorliegenden Blockform und Verteilung der Referenz-

sterne sind die Ergebnisse für Nordhimmel und Südhimmel identisch. Es ist daher nur die halbe Sphäre mit dem Pol im Zentrum dargestellt. Für alle Verknüpfungsterne sind die quadratischen Mittelwerte σ der Streuungen $\sigma_\alpha \cos \delta$ und σ_δ , die sich um weniger als 10% unterschieden, eingetragen.

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_\alpha^2 \cos^2 \delta + \sigma_\delta^2)/2} \quad (5)$$

Die Genauigkeitsangabe $\sigma_\alpha \cos \delta$ anstelle von σ_α ist in der Astrometrie üblich, weil auf diese Weise die Abhängigkeit der Streuung σ_α von der Deklination δ umgangen wird.

Bild 5 zeigt, daß trotz der geringen Zahl von Referenzsternen die Genauigkeit innerhalb des Blocks außerordentlich homogen ist. Dieser Umstand gab Anlaß dazu, einige Blöcke gänzlich ohne Referenzsterne durchzurechnen. Um diese Systeme am Himmel geometrisch zu fixieren, wurden drei geeignete Summenbedingungen zwischen den Koordinaten aller Verknüpfungsterne eingeführt. Wenn für diese Koordinaten gute Näherungswerte aus einem vorhandenen Sternkatalog verwendet werden, so kann das Rechenprogramm so aufgestellt werden, daß sich die ausgeglichenen Sternkoordinaten unmittelbar auf das Koordinatensystem dieses Katalogs beziehen.

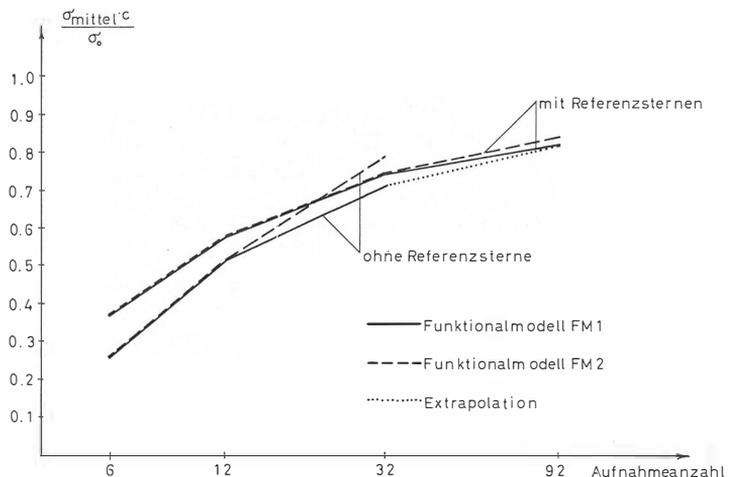
Aus Bild 6 ist das Genauigkeitsverhältnis zwischen frei gerechneten und Blöcken mit Referenzsternen ersichtlich. Wie in Bild 5 ist auf der Abszisse als Maß der Blockgröße die Anzahl der Platten aufgetragen. Die Ordinaten tragen die mittleren, auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogenen Streuungen.

Blöcke, die nur aus wenigen Platten aufgebaut werden, sind nach Bild 6 bei freier Behandlung genauer als bei Verwendung von Referenzsternen. Der Grund dafür liegt darin, daß durch die drei Bedingungen zwischen den Koordinaten aller Verknüpfungsterne die Eindrehung in das astronomische Bezugssystem genauer erfolgt als durch einige wenige Referenzsterne.

Eine Extrapolation der Kurve für die frei gerechneten Blöcke und das funktionelle Modell FM 1 ergibt, daß bei einem Block mit 92 Aufnahmen die Genauigkeit mit und ohne Verwendung von Referenzsternen etwa gleich ist. Für dieses Modell ist zu erwarten, daß auch Blöcke, die aus sehr vielen Einzelplatten bestehen, bei freier Behandlung nur unwesentlich größere Streuungen der Sternkoordinaten erhalten als bei Verwendung mehrerer Referenzsterne. Ein solcher frei gerechneter Block würde ein praktisch voraussetzungsfreies System von Sternpositionen ergeben, das deshalb in hohem Maße geeignet wäre, die verfügbaren astronomischen Kataloge zu kontrollieren.

Für das funktionelle Modell FM 2 ist aus Bild 6 eine stärkere Genauigkeitseinbuße der freien Blöcke bei wachsender Blockgröße zu ersehen. Daraus resultiert, daß für sehr große Blöcke bei freier Behandlung praktisch nur das einfache Funktionalmodell FM 1 infrage kommt.

Bild 6 Genauigkeitsvergleich zwischen Blöcken mit und ohne Referenzsterne



5. Gedanken zu einer praktischen Anwendung

Die Untersuchung der Blocksteifigkeit hat ergeben, daß die auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogenen Streuungen der Sternkoordinaten praktisch unabhängig von der Blockgröße sind.

Für die mittlere Streuung im Block kann in erster Näherung die Beziehung angesetzt werden

$$\sigma_{\text{mittel}} = 1,0 \cdot \sigma_0/c \tag{6}$$

Der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 als Genauigkeit im Bild kann für die infrage kommenden schmal-winkligen Aufnahmen als unabhängig von der Kammerkonstante c angenommen werden. Damit ergibt sich aus Formel (6), daß die erreichbare Sternpositionsgenauigkeit durch Vergrößerung der Kammerkonstante und eine damit verbundene Erhöhung der Aufnahmeanzahl praktisch beliebig gesteigert werden kann.

Es soll nun abgeschätzt werden, wieviel Aufnahmen erforderlich sind und welcher numerische Aufwand bei der Ausgleichung des Kugelblocks zu erwarten ist, wenn die folgenden Sternpositionsgenauigkeiten gefordert werden:

$$\sigma_{\text{mittel}} = 0,2'' \qquad \sigma_{\text{mittel}} = 0,1'' \qquad \sigma_{\text{mittel}} = 0,05''$$

Der Abschätzung werden Platten des Formats $23 \times 23 \text{ cm}^2$ und eine 20 %-ige Überdeckung zugrundegelegt. Für den mittleren Gewichtseinheitsfehler wird ein Betrag von $1 \mu\text{m}$ angenommen; vermutlich werden mehrere Einzelaufnahmen desselben Himmelsareals erforderlich sein, um diese Genauigkeit zu erreichen. Die Anzahl der Verknüpfungssterne und damit der unbekanntern Sternkoordinaten wird davon aber nicht betroffen.

In Tabelle 2 sind die Daten der Blöcke (ohne Wiederholung der Aufnahmen) zusammengestellt, die sich bei den oben ausgewiesenen mittleren Positionsgenauigkeiten ergeben.

Tabelle 2 Abschätzung der erforderlichen Blockgrößen

σ mittel	Kammerkonstante	Anzahl der Aufnahmen	Anzahl der Ecken-Sterne	maximaler Öffnungswinkel
0,2"	1 m	600	1200	10°
0,1"	2 m	2500	5000	5°
0,05"	4 m	10000	20000	2,5°

In Tabelle 3 wird der numerische Aufwand der Blockausgleichung abgeschätzt, der für die Blockgrößen nach Tabelle 2 zu erwarten ist. Da von den auftretenden Parametern nur die Koordinaten der Verknüpfungssterne von primärem Interesse sind, empfiehlt es sich, die Normalgleichungssysteme entsprechend zu reduzieren. Die Größe dieser Systeme ist in der letzten Spalte der Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3 Numerischer Aufwand der Blockausgleichung

Anzahl der Aufnahmen	Anzahl der Beobachtungen	Redundanz	Anzahl aller Parameter	Anzahl der Koordinatenparameter
600	7200	3000	4200	2400
2500	30000	12500	17500	10000
10000	120000	50000	70000	40000

Obwohl die Blockausgleichung ein nicht-linearer Prozeß ist, führt hier schon eine einmalige Ausgleichung zur endgültigen Lösung, da für die gesuchten Sternkoordinaten sehr gute, aus astronomischen Katalogen entnehmbare Näherungswerte verwendet werden können.

Die Durchführung eines Projektes dieser Größe ist naturgemäß aufwendig. Wenn die entsprechende Organisation zur Verfügung steht, so dürfte es aber möglich sein, innerhalb einiger weniger Jahre die erforderlichen Aufnahmen zu erstellen und die Platten auszumessen. Die Lösung von Gleichungssystemen mit bis zu 40000 Unbekannten stellt zwar außerordentlich hohe Anforderungen an die Leistungsfähigkeit der Elektronen-Rechner und an die Programmierung. Sie ist jedoch heute bei Verwendung von Großrechenanlagen wie z. B. der Univac 1108, der großen Typen der Reihe IBM 360 oder der CDC-Anlagen 6600 oder 7600 durchaus möglich.

6. Schlußfolgerungen

Die Ergebnisse lassen die folgenden Gesetzmäßigkeiten erkennen:

- 1) Die auf $\sigma_0 = 1$ und $c = 1$ bezogene mittlere Streuung der bestimmten Sternkoordinaten ist von der Blockgröße, das heißt von der Anzahl der Einzelplatten, die zusammen den Himmel überdecken, praktisch unabhängig (σ_0 = mittlerer Gewichtseinheitsfehler, c = Kammerkonstante).
- 2) Die theoretische Genauigkeit innerhalb des Blocks ist nahezu konstant.
- 3) Bei Zugrundelegung des einfachsten funktionellen Modells FM 1, das für jede Platte nur die drei Parameter der äußeren Orientierung zuläßt, ist die Genauigkeit darüber hinaus praktisch unabhängig davon, ob der Block im Zuge der Ausgleichung in einige wenige oder in überhaupt keine Referenzsterne eingehängt wird.
- 4) Für die erreichbare Sternpositionsgenauigkeit ist somit in erster Näherung nur das Verhältnis zwischen dem mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 (als Genauigkeit in der Bildebene) und der Kammerkonstante c maßgebend:

$$\sigma_\alpha \cos \delta \cong \sigma_\delta \cong 1,0 \sigma_0 / c \quad (7)$$

Bei Zugrundelegung des Plattenformats $23 \times 23 \text{ cm}^2$ und eines mittleren Gewichtseinheitsfehlers von $\sigma_0 = 1 \text{ } \mu\text{m}$ im Bild läßt z. B. ein Block mit 2500 Platten eine mittlere Streuung der Sternkoordinaten von $0,1''$ erwarten. Die erforderliche Kammerkonstante ergibt sich in diesem Falle zu $c = 2 \text{ m}$. Es ist damit gezeigt, daß mit dieser Methode der Sternpositionsbestimmung eine Genauigkeit erzielt werden kann, die ausreichen würde, um die vorhandenen Sternkataloge zu überprüfen bzw. zu verbessern. Nach Ansicht des Autors darf erwartet werden, daß das gesamte Projekt von den Aufnahmen über die Messung der Platten bis zur Blockausgleichung innerhalb weniger Jahre durchführbar ist. Zum Abschluß sei noch darauf hingewiesen, daß die erforderlichen Aufnahmen im Prinzip auch von Satelliten bzw. von zukünftigen Außenstationen aus belichtet werden können und somit der störende Einfluß von Atmosphäre und Schwere vermeidbar ist.

Zusammenfassung

Die vorliegende Studie untersucht die theoretische Genauigkeit einer Methode, welche eine gleichzeitige Koordinatenbestimmung von Sternen ermöglicht, die über den gesamten Himmel verteilt sind. Durch eine große Zahl photographischer Aufnahmen wird dabei ein geschlossener kugelförmiger Block gebildet und simultan ausgeglichen. Bei Zugrundelegung des Bildformats $23 \times 23 \text{ cm}^2$ und eines mittleren Gewichtseinheitsfehlers von $\sigma_0 = 1 \text{ } \mu\text{m}$ im Bild läßt z. B. ein Block mit 2500 Platten eine mittlere Streuung der Sternkoordinaten von $0,1''$ erwarten. Die erforderliche Kammerkonstante ergibt sich in diesem Falle zu $c = 2 \text{ m}$. Es ist damit gezeigt, daß mit dieser Methode der Sternpositionsbestimmung eine Genauigkeit erzielt werden kann, die ausreichen würde, um die vorhandenen Sternkataloge zu überprüfen bzw. zu verbessern.

Summary

In this study the theoretical accuracy of a method is investigated by which the coordinates of stars can be determined simultaneously, the stars being distributed over the whole sphere. By a great number of photographs a spherical block is formed, which is to be adjusted simultaneously. Assuming photographs of $9'' \times 9''$ format and a measuring precision of $\sigma_0 = 1 \mu\text{m}$ in the plate (standard error of unit weight) in a block of for instance 2500 exposures the resulting accuracy of the stellar coordinates is expected to be $0.1''$. In this case a focal distance of 2 m is required. Thus it is shown, that the proposed method is accurate enough to check and to improve the existing catalogues of stars.

Résumé

La précision théorique d'une méthode est étudiée permettant la détermination simultanée des coordonnées d'étoiles réparties sur la sphère entière. Par un grand nombre de prises de vue photographique, on forme ainsi un bloc sphérique ferme qui est calculé simultanément. En prenant pour base les dimensions de photo de $23 \times 23 \text{ cm}^2$ et une précision de mesure de $\sigma_0 = 1 \mu\text{m}$, on peut s'attendre – par exemple pour un bloc de 2500 prises – à une précision des coordonnées d'étoile de $0,1''$. Ce cas-ci nécessite une distance focale de 2 m. Il est donc prouvé qu'à l'aide de cette méthode de définition des positions d'étoile, on peut atteindre une précision suffisant à vérifier et améliorer les catalogues d'étoiles actuellement en cours.

Schrifttum

- [1] EICHHORN, H.: Über die Reduktion von photographischen Sternpositionen und Eigenbewegungen. Astr. Nachr. 285, 233–237, 1960.
- [2] LUKAC, C. F.: The Use of Overlap Conditions in Astronomic Plate Reductions. Astr. Journ. 72, 620–623, 1967.
- [3] GOOGE, W.: The Mathematical Implementation of the Overlap Plate Reduction Technique. Astr. Journ. 72, 623–625, 1967.
- [4] ACKERMANN, F.: Theoretische Beispiele zur Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke. BuL 35, 114–122, 1967.
- [5] ACKERMANN, F.: Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken. BuL 36, 3–15, 1968.
- [6] KUNJI, B.: The accuracy of spatially adjusted blocks. Int. Arch. Phot. XVII p. 8, Lausanne 1968.
- [7] BROWN, D. C.: A Unified Lunar Control Network. Phot. Eng. 34, 1272–1292, 1968.
- [8] EBNER, H.: Genauigkeitsuntersuchung zur photogrammetrischen Sternkoordinatenbestimmung durch geschlossene Blockausgleichung. DGK, Reihe C, Nr. 141, München 1969.