

Vortrag Nr. 2

Neue Ziele und Methoden der automatischen  
Berechnung umfangreicher geodätischer Netze

von F. Ackermann, Stuttgart

I. Ziele

- 1.) Mit den selbstregistrierenden elektronischen Tachymetern steht eine neue Generation geodätischer Meßgeräte für die Punktbestimmung im Bereich kurzer und mittlerer Entfernungen zur Verfügung. Diese Geräte schaffen für die Punktbestimmung im Kataster und für engmaschige Netze, das heißt Netze 3. oder 4. Ordnung hinsichtlich der Genauigkeit und der Operationsbedingungen eine neue Situation. Ohne eine Diskussion der Wirtschaftlichkeit hier vorwegnehmen oder die praktischen Probleme der Arbeiten im Felde gar übersehen zu wollen, kann man doch davon ausgehen, daß die Messungen im Feld mit den neuen Geräten wesentlich erleichtert und beschleunigt werden und daß daher die Voraussetzungen dafür gegeben sind, Vermessungsprojekte großen Umfanges, das heißt mit sehr großem Anfall von Meßdaten, zu realisieren.

Angesichts dieser meßtechnischen Möglichkeiten ist es an der Zeit, sich die Frage zu stellen, ob damit nicht hinsichtlich der rechnerischen Datenverarbeitung ebenfalls eine neue Situation gegeben ist, und ob gewisse Konsequenzen zu ziehen sind. Ich möchte hier den Standpunkt vertreten, daß wir die Methoden der rechnerischen Verarbeitung von Meßdaten ebenfalls modernisieren müssen, um so das Äquivalent zu der Entwicklung in der Meßtechnik zu schaffen, und zwar speziell im Hinblick auf die automatische Verarbeitung großer Datenmengen.

Es geht im Grunde darum, die Automation in der Datenverarbeitung ernst zu nehmen. Dabei können wir von den heutigen Gegebenheiten der Computer-Technologie ausgehen, die im Hinblick auf unsere Problemstellung dadurch gekennzeichnet ist, daß mit Großcomputern Ausgleichungen sehr großen Umfangs nicht nur durchgeführt, sondern mit relativ sehr niedrigen Kosten durchgeführt werden können. So ist z.B. das Leistungsverhältnis (Rechengeschwindigkeit) zwischen der Control Data CDC 6600 zur Zuse Z 25 etwa 30 000 : 1, das Verhältnis der Rechenkosten pro Zeiteinheit nur rund 30 : 1. Man hat also bei gleichen Gesamtkosten einen Spielraum vom Faktor 1000, um den man strenger, anspruchsvoller rechnen kann. Das ist der allgemeine Grund, weshalb man sehr bewußt über die Stufe der kleinen oder höchstens mittelgroßen Rechenanlagen hinausgehen sollte, die heute noch die Möglichkeiten und die Rechenmethoden bei den meisten unserer Behörden und Firmen bestimmen.

- 2.) Lassen Sie mich aber zunächst anhand der Stichworte Großrechenanlagen und Großausgleichungen rechtfertigen, weshalb ich heute zu Ihnen über Fragen der Berechnung geodätischer Netze spreche, wo doch bekanntermaßen meine Hauptbeschäftigung auf dem Gebiet der Photogrammetrie liegt. Ich erhebe nicht den Anspruch, für Einzelheiten der Meßpraxis mit elektronischen Tachymetern zuständig zu sein. Meine Ausführungen beruhen und beziehen sich darauf, daß die Probleme und die Strukturen von Großausgleichungen, oder allgemeiner die Probleme der automatischen Berechnung großer Datenmengen in der Photogrammetrie und in der Geodäsie völlig gleichartig sind. Weiterhin wendet die Photogrammetrie seit längerer Zeit Großausgleichungen erfolgreich in der Praxis an. Die Erfahrungen der Photogrammetrie können daher den Weg weisen für die Bewältigung umfangreicher geodätischer Ausgleichungen.

Mein Institut an der Universität Stuttgart hat sich speziell die Probleme der Großausgleichungen als Arbeitsschwerpunkt gesetzt. Unsere bisherigen Entwicklungen stimmen uns sehr optimistisch. Sie geben uns die Überzeugung, daß die Anwendung im Bereich des Vermessungswesens ebenso erfolgreich sein wird wie in der Photogrammetrie.

An dieser Stelle möchte ich ausdrücklich hervorheben, daß ich hier als Sprecher meines Instituts stehe. Als geistige Mitautoren, deren Arbeiten, Erfahrungen und Überzeugungen ich hier mit vertrete, möchte ich speziell meine Mitarbeiter Dr. Ebner, Dipl.-Math. Klein und Dr. Kraus nennen.

Ich möchte weiterhin besonders betonen, daß ich hier nicht nur von theoretischen Möglichkeiten für Großausgleichungen spreche. Wir halten gegenwärtig auf Grund von Erfahrungen Großausgleichungen mit mehreren tausend bis zu 10 000 Unbekannten für praktisch möglich und sinnvoll. Von uns aus sind also die Gedanken, die hier vorgetragen werden nicht nur als akademische Prinzipbetrachtungen sondern als unmittelbar praktisch realisierbar gemeint.

Um die neue Zielsetzung deutlich herausstellen zu können, charakterisiere ich zunächst die Ausgangssituation durch 2 Thesen:

- 1) Die meßtechnischen Voraussetzungen zur Messung großer Punkthaufen oder umfangreicher Netze sind gegeben. Ebenso sind Aufgaben gegeben, die sehr umfangreiche Messungen erfordern oder nahelegen. Außerdem ist vorausgesetzt, daß die Meßverfahren im Großeinsatz wirtschaftlich sind.
- 2) Bisher ist die Berechnung von Netzen oder Punkthaufen nur schwach organisiert und folgt noch weitgehend dem System der früheren Handmethoden.

Zu 1):

Daß mit den neuen elektronischen Tachymetern die Messung großer Punktmengen möglich ist, muß ich hier nicht weiter ausführen. Auch hinsichtlich des Bedarfs bei umfangreichen Katasterneuvermessungen braucht wohl nicht viel gesagt zu werden. Dagegen ist der Hinweis auf die Bedeutung sehr genauer, engmaschiger Netze angebracht. Ich verweise hier auf den Aufsatz im August-Heft der AVN von Professor Gerke und Dr. Pelzer über "Netzverdichtung oder Netzaufbau aus Funktionen gemessener Größen?". Man kann heute in Umkehrung des Prinzips "Vom Großen ins Kleine" die klassische Hierarchie des Netzaufbaues umkehren oder zumindest einige Stufen überspringen und z.B. ein engmaschiges Flächennetz unmittelbar messen, ohne das Netz 2. Ordnung zu haben.

Es ist also zumindest diskutabel, das Prinzip "vom Großen ins Kleine" umzukehren. Es ist wohl nie wirklich begründet worden, sondern ergab sich letztlich - wie viele Axiome des Vermessungswesens und der Vermessungsverwaltung - aus technologischen und organisatorischen Bedingungen historischer Art, die mit dem Wandel der Technik der Abwandlung oder gar Umkehrung unterliegen müßten. Man sollte meines Erachtens solche Gesichtspunkte neben den viel strapazierten der Tradition und der Kontinuität stärker in das Bewußtsein rücken.

Zu 2):

Die These, das Vermessungswesen rede zwar viel von Automation, speziell bei den Rechenverfahren, sei aber im Grunde nicht weit gekommen und nicht weit von den früheren Methoden der Handberechnung entfernt, läßt sich leicht dadurch belegen, daß man analysiert, wie größere Messungen, zum Beispiel das Reg Elta 14 berechnet werden. Im wesentlichen werden doch nach wie vor einzelne Hauptzüge berechnet und für sich ausgeglichen, dann eventuell Nebenzüge eingehängt, bestenfalls eine Verknotung berechnet und schließlich die Masse der Punkte polar angehängt. Ich glaube nicht, daß diese vereinfachte Beschreibung sehr weit von der Wirklichkeit der Praxis entfernt liegt. Im Laufe dieses Kurses wird ja noch mehrfach über Rechenverfahren vorgetragen werden. Ich würde mich sehr freuen, wenn sich dabei die eben skizzierte Beschreibung als überholt erweisen würde.

Dieses hierarchische System der Berechnung funktioniert selbstverständlich, das sei unbestritten, aber es ist klassisch. Mir kommt es hier aber vor allem auf die Feststellung an, daß dieses System nicht wirklich automatisiert ist, auch wenn selbstverständlich alle Einzelberechnungen elektronisch durchgeführt werden.

Weiterhin ist zu bemerken, daß ein hierarchisches System der Berechnung sachlich nicht mehr gerechtfertigt ist, wenn die Messungen alle praktisch gleich genau sind, wenn also keine wirkliche Genauigkeitshierarchie der Messungen vorliegt.

Der Hauptnachteil des hierarchischen Systems ist aber, daß es bei sehr großen Datenmengen, wenn also tausende von Punkten gemessen wurden, seine Übersichtlichkeit verliert, speziellen Sachverstand erfordert, schwerfällig wird und nicht mehr als praktikabel und wirtschaftlich gelten kann.

Ferner soll nicht übersehen werden, daß die Methoden der Berechnung heute noch der Messung im Feld sehr einschränkende Bedingungen auferlegen. Die Möglichkeiten der wirklich freien Stationierung können bisher kaum genützt werden.

Und schließlich sei darauf hingewiesen, daß durch die vereinfachten Rechenmethoden Genauigkeiten verschenkt werden. Ein großer Teil der Spannungen in Punktsystemen rührt durchaus nicht von unzureichenden Messungen, sondern von unangemessenen Rechenmethoden her.

- 3.) Im Gegensatz zu diesen, sich an traditionelle Methoden anlehrende Rechenverfahren möchte ich hier die neue Zielsetzung der völlig automatischen, möglichst strengen Berechnung vorstellen und herausheben. Es geht dabei schlicht gesagt um die direkte, möglichst strenge Berechnung der Netze beliebigen Umfangs, unmittelbar aus den ursprünglichen Meßdaten, unter Beachtung aller Beziehungen oder Bedingungen des mathematischen Modells. Das bedeutet insbesondere, daß keine Zwischenberechnungen erfolgen sollen, die eine vom Bearbeiter im einzelnen zu wählende Strategie verlangen. Begriffe wie Hauptzüge, Nebenzüge, Verknotungen, Einhängen sollen überhaupt nicht mehr auftauchen. Wir haben standpunktweise geordnete Meßdaten, die einer Gesamtausgleichung zu unterziehen sind. Alles, was dazu benötigt wird, sollte sich in der Rechenanlage abspielen, die außer dem allgemeinen Rechenprogramm keine speziellen Anweisungen benötigen soll. Dazu gehört insbesondere auch, daß für die Ausgleichung keine Näherungskordinaten für die unbekanntenen Neupunkte einzugeben sein sollen. Auch jegliche manuelle Auswahl oder Ordnung der Daten muß selbstverständlich entfallen, ebenso wie spezielle, auf den Einzelfall abgestimmte Anweisungen für die Ausgleichung. Und im Prinzip sollte auch die Fehlersuche nach groben Fehlern automatisch erfolgen. Dieser Punkt muß allerdings vorläufig noch zurückgestellt werden.

Ich hoffe, daß ich Ihnen diese Zielsetzung deutlich genug vor Augen gestellt habe. Erfahrungsgemäß ist es nicht ganz einfach, die Notwendigkeit für derart radikale Forderungen einzusehen, wenn man in den Begriffen der bisherigen Stufe der Automation denkt, die doch scheinbar recht befriedigend arbeitet. Halten Sie stets die Voraussetzung vor Augen, daß wir nämlich sehr umfangreiche Datenmengen zu bearbeiten haben. Wenn tausende von Punkten gemessen werden, sind die sonst so trivialen Dinge plötzlich sehr problematisch, wie z.B. Näherungskoordinaten berechnen, oder Punkte anhand einer Übersichtskarte herauszusuchen oder zu zuordnen. Wir können hier nicht einmal mehr voraussetzen, daß eine gute graphische Punktübersicht vorhanden ist, und selbst wenn sie vorhanden ist, sollte sie für die Ausgleichung zunächst gar nicht herangezogen zu werden brauchen. Nur die gegebenen und gemessenen Daten selbst sollen wesentlich sein.

An dieser Stelle sei der Hinweis auf die Blockausgleichungen der Photogrammetrie gegeben, wo derartige Forderungen schon seit längerem gestellt und in den Verfahren weitgehend berücksichtigt werden.

Fassen wir also unsere Wunschliste für ein System der automatischen Verarbeitung der Meßdaten von elektronischen Tachymetern zusammen:

Gegeben: Große Datenmengen (Strecken und Richtungen), bezogen auf ein Punktfeld, jeder Punkt identifizierbar, zum Beispiel durch seine Punktnummer, Zuordnung der Messungen zum jeweiligen Standpunkt gegeben, sonst keine weiteren Angaben, abgesehen von den gegebenen trigonometrischen Punkten.

Ziel: Vollautomatische Berechnung des ganzen Systems, möglichst strenge Ausgleichung ohne strategische Vorschriften, keine Hierarchie, keine rückwirkenden Einschränkungen für die Messungen im Felde, keine Näherungswerte für die Unbekannten, möglichst automatische Erkennung grober Fehler, Fehlerrechnung, Genauigkeitsangaben nach der Ausgleichung, optimale Anpassung an das gegebene Netz, das Ganze wirtschaftlich konkurrenzfähig zu bisherigen Rechenverfahren.

## II. Methoden

1.) Im 2. Kapitel meines Vortrages möchte ich nun auf die technische Durchführbarkeit der automatischen Berechnung von Netzen eingehen. Ich kann hier nicht alle Punkte der Wunschliste behandeln, sondern möchte die Punkte in den Vordergrund stellen, um die es hier primär geht, nämlich diejenigen, die mit der Durchführung der Berechnungen direkt zusammenhängen.

Beschränken wir uns auf die Fragen der eigentlichen Ausgleichung, dann können wir 3 Problemgruppen unterscheiden:

- Kodierung der Messungen
- Beschaffung von Näherungswerten für die Unbekannten
- Numerische Durchführung von Großausgleichungen

Das Problem der Codierung der Messungen werde ich später noch kurz streifen. Hier sei zunächst nur vorausgesetzt, daß jedem Gelandepunkt (sei er Stand- oder Zielpunkt) eine Nummer und außerdem jeder Messung ein Standpunkt  $i$  und ein Zielpunkt  $j$  erkennbar zugeordnet ist.

Wir gehen davon aus und zwar für die Ausgleichung ganz allgemein, daß mit elektronischen Tachymetern stets Strecke  $s$  und Richtung  $r$  vom jeweiligen Standpunkt  $i$  zum Zielpunkt  $j$  gemessen sind. Gegeben sind also zusammengehörige Richtungs- und Streckenmessungen  $r_{ij}$ ,  $s_{ij}$ . Weiterhin sind mindestens einige trigonometrische Punkte gegeben, die als Stand- oder Zielpunkte Bestandteil des Punktfeldes sind:  $x_T$ ,  $y_T$ .

Gesucht sind die Koordinaten  $x$ ,  $y$  einer großen Zahl von Neupunkten. Also

$$(r, s, x_T, y_T) \rightarrow (x, y) \quad (1a)$$

bzw. unter Einfluß der Orientierungsgrößen  $\omega$ :

$$(r, s, x_T, y_T) \rightarrow (x, y, \omega) \quad (1b)$$

(Bild 1) siehe  
Anhang

Die Behandlung eines derartigen Ausgleichungsproblems wird üblicherweise nach vermittelnden Beobachtungen angesetzt (Bedingungen sind sehr schwer allgemein zu formulieren und werden hier als nicht automationsgerecht auch nicht in Betracht gezogen). Für Richtungs- und Streckenmessungen lauten die Fehlergleichungen wie folgt:

- (2a) siehe
- (2b) Anhang

Diese Ausgangsbeziehungen sind nicht linear. Man pflegt sie zu linearisieren, indem man von Näherungen  $x^0$ ,  $y^0$ ,  $w^0$  der Unbekannten ausgeht und erhält

- (3a)
- (3b)
- (3c)
- (3d)

Diese linearisierten Fehlergleichungen sind als Ansatz für eine allgemeine Netzausgleichung geeignet. Mit gegebenenfalls der Einführung von Gewichten steht einer direkten Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate auch für große Systeme prinzipiell kaum etwas im Wege, vorausgesetzt, daß entsprechend leistungsfähige Programme und Rechenanlagen zur Verfügung stehen. Dabei ist angenommen, daß das System überhaupt bestimmt bzw. hinreichend konditioniert ist. Das sind aber Voraussetzungen, die generell schon bei der Planung und Durchführung der Messungen zu beachten sind und hier außerhalb der Betrachtungen bleiben.

Im Hinblick auf die automatische Berechnung stellt die Beschaffung von Näherungswerten für die Ausgleichung das wesentlich schwierigere Problem dar als die Ausgleichung selbst und zwar schwieriger im strategischen Sinne, als dafür kein Algorithmus vorliegt, der allgemein anwendbar wäre.



Eigenartigerweise wird die Beschaffung von Näherungswerten für die Ausgleichung in der Geodäsie kaum als Problem gesehen. Auch in den Lehrbüchern der Ausgleichungsrechnung ist sehr wenig darüber ausgesagt. Der Grund hierfür ist natürlich der, daß es praktisch immer möglich ist, durch einfaches Fortrechnen von Polygonzügen, oder von Vorwärts- oder Rückwärtseinschnitten bzw. auch Bogenschnitten zu Näherungswerten für die unbekanntenen Koordinaten der Neupunkte zu kommen. Wenn man aber große Systeme von Punkten im Auge hat und nur sehr allgemeine Voraussetzungen über die Messungen macht, dann ist die automatische Berechnung von Näherungswerten alles andere als trivial.

Es ist nicht übertrieben zu sagen, daß bei Großausgleichungen die automatische Beschaffung von Näherungswerten d a s Problem schlechthin ist. Das gilt auch für die geodätische Punktbestimmung. Betrachten wir also die Möglichkeiten für die Be-  
schaftung von Näherungswerten für die Unbekannten etwas detaillierter:

- 2.) Hier wäre zunächst die Möglichkeit zu nennen, ein Rechenprogramm derart aufzustellen, daß die Rechenanlage in Analogie zu der bisherigen Strategie die Näherungswerte berechnet, indem sie sich - zum Beispiel ausgehend von einem anzugebenden Anfangspunkt - von Punkt zu Punkt vorarbeitet, das heißt jeweils solange sucht, bis sich der nächste Standpunkt berechnen läßt.

Es ist sicherlich möglich, diese Methode zu programmieren. Mir ist sie trotzdem aus folgenden Gründen unsympatisch:

Erstens - ist es eine Imitation der bisherigen Handstrategie. Der Verdacht liegt nahe, daß sie schlecht automatisierbar ist.

Zweitens - ist die Strategie nicht eindeutig. Man müßte also nach einer einigermaßen wirksamen Optimierung suchen. Wenn man die Voraussetzungen ziemlich allgemein läßt, ist eine derartige Optimierung sicher nicht einfach zu erreichen. Und

Drittens - gibt es Fälle, wo das Verfahren versagt. Ich möchte diese Strategie also nicht ernsthaft in Betracht ziehen.

- 3.) Man kann auch daran denken, nur sehr grobe Näherungen für die Koordinaten der Neupunkte einzuführen, die nicht eigens berechnet werden müssen, sondern zum Beispiel aus Karten, Skizzen oder Luftbildern abgegriffen werden können.

Diese Methode ist praktikabel, zieht aber die Konsequenz nach sich, daß die Ausgleichung des Gesamtsystems mehrfach wiederholt werden muß, weil die bei der Linearisierung jeweils vernachlässigten Glieder 2. und höherer Ordnung bei schwachen Näherungen noch einen zu großen Effekt ausüben.

Die Gesamtausgleichung wird hier zu einem Iterationsverfahren, bei dem die Ergebnisse jeder Ausgleichung als Näherungswerte für die nächste dienen. Schematisch:

(4)

Nach diesem Verfahren laufen zum Beispiel die drei-dimensionalen Blockausgleichungen in der Photogrammetrie ab.

Diese Methode der groben Näherungswerte sieht auf den ersten Blick attraktiv aus, bleibt es aber im Falle der Netzausgleichungen bei näherem Zusehen nicht. Der Grund liegt darin, daß auch diese groben Näherungswerte bei großen Systemen mangels Übersicht nicht mehr so ohne weiteres zu erhalten sind und außerdem in einem besonderen Arbeitsgang auf Datenträger wie Lochstreifen oder Lochkarten abgelocht werden müssen. Bei 30 Punkten ist das zumutbar, bei 3000 aber nicht mehr. Ganz davon abgesehen, daß Zuordnungsfehler, das heißt Numerierungsfehler oder Identifizierungsfehler unangenehm häufig auftreten dürften.

Außerdem scheint es bei dieser Methode noch theoretische Konvergenzprobleme zu geben, die nicht trivial sind, nämlich dann, wenn die Näherungswerte so ungenau sind, daß die Topologie der geometrischen Figuren gestört ist. Wir hatten am Institut einmal den in Bild 2 skizzierten Fall, bei dem die Lösung für die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  zu einem unsinnigen Ergebnis konvergierte, wenn als Näherungskordinaten für  $P_1$  die Koordinaten von  $P_2$  und umgekehrt eingegeben wurden.

(Bild 2)

Die Methode der groben Näherungswerte möchte ich also ebenfalls nicht in Betracht ziehen, oder sie höchstens für einzelne Elemente in Reserve halten.

- 4.) Als nächstes wäre zu überlegen, ob es anstelle der Gleichungen (1) andere Ansätze gibt, die vielleicht ohne Näherungen auskommen oder nur sehr schwache Näherungen benötigen. Aus der Photogrammetrie ist ja bekannt, daß es in Einzelfällen auch für nicht-lineare Probleme direkte Lösungen gibt.

Für die trigonometrischen Richtungsbeziehungen gibt es in der Tat solche Ansätze, wie Van den Hout und Kraus gezeigt haben. Man kann nämlich die Richtungsverbesserung  $v$  durch die Querabweichung  $d$  ausdrücken:

(Bild 3)

(5)

Wenn man hierfür die Hesse' sche Normalform ansetzt, erhält man

(6)

Diese Beziehung (6) kann man nach Kraus umformen, unter der Voraussetzung, daß  $\omega$  klein ist, und erhält

(7a)

bzw.

(7b)

Im Vergleich zu (2) haben diese Fehlergleichungen den Vorteil, daß die unbekanntes Koordinaten  $x, y$  direkt auftreten, anstelle nur der Inkremente  $dx, dy$ . Aber die Orientierungsgröße  $d\omega$  wird als klein, das heißt als näherungsweise bekannt vorausgesetzt, und auch für die Entfernungen  $s_0$  werden Näherungen benötigt.

Es gelingt zwar, mit diesem Ansatz direkt das Problem des Vorwärtsschnittes zu lösen, und Van den Hout hat eine direkte Lösung für den Rückwärtsschnitt angegeben. Man könnte so ohne Koordinaten-Näherungswerte auch Richtungsnetze behandeln. Allerdings sind für die Ausgleichung von Streckennetzen keine derartigen Ansätze bekannt.

Diese Methode kann also unter bestimmten Umständen zu beachten sein, ist aber für unsere Zwecke nicht allgemein genug.

Es gibt meines Wissens keinen Ansatz, der für das allgemeine Problem des kombinierten Strecken- und Richtungsnetzes zu einer Formulierung der Fehlergleichungen führen würde, in denen die Unbekannten als lineare Größen auftreten und somit eine direkte Lösung ohne Näherungswerte möglich wäre.

- 5.) Bei der Suche nach weiteren Möglichkeiten für lineare Formulierungen des Ausgleichungsproblems bietet sich die in der Photogrammetrie unter dem Namen "Anblock-Methode" bekannte Methode der Blockausgleichung an, bei der es sich um die simultane Bestimmung verketteter Helmert-Transformationen handelt, wodurch ohne Näherungswerte die Bestimmung der xy-Koordinaten von Neupunkten ermöglicht wird. Van den Hout, auf den die Anblock-Methode zurückgeht, hat von Anfang an darauf hingewiesen, daß sich diese Methode auch zur Beschaffung von Näherungswerten für Polygon- oder Dreiecksnetze eignet. Ich selbst halte die Methode für das Problem, um das es hier geht, für sehr diskutabel und möchte im folgenden dritten Kapitel näher darauf eingehen.

III. Die Block-Methode zur Bestimmung von Näherungswerten  
von Neupunkten aus Messdaten elektronischer Tachymeter

- 1.) Wir setzen voraus, daß bei der elektronischen Tachymetrie jeweils Strecken und Richtungen gemessen werden. Das heißt, die Lage der angezielten Punkte ist in Form von Polarkoordinaten in Bezug auf den Standpunkt und die willkürliche Nullrichtung festgelegt. Diese Polarkoordinaten kann man leicht in rechtwinklige Koordinaten umrechnen, bezogen auf ein beliebiges rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Ursprung in den Standpunkt gelegt wird.

(Bild 4)

Diese Umrechnung ist problemlos, und läßt sich für alle Datensätze, das heißt für alle Standpunkte leicht automatisch durchführen. Im Ergebnis hat man als Ausgangsdaten für die weitere Bearbeitung nur noch mit rechtwinkligen Koordinaten zu tun.

Die Aufgabe der Berechnung besteht nun darin, diese einzelnen Elementarsysteme oder örtlichen Standpunktsysteme durch ebene Helmert-Transformationen zu einem Verband zusammenzuschließen.

Zur Verdeutlichung vergegenwärtigen wir uns denselben Fall in der Photogrammetrie.

(Bild 5)

Wie Bild 5 zeigt, geht man dabei von den einzelnen, unabhängigen Modellen aus. Die in einem Modell gemessenen Maschinenkoordinaten der Punkte beziehen sich jeweils auf ein eigenes, unabhängiges Koordinatensystem. Der Zusammenschluß der Modelle zum Blockverband wird durch Transformationen der Einzelmodelle erreicht, wobei sowohl die gegebenen trigonometrischen Punkte (Paßpunkte) als auch die Identitätsbedingungen der Verknüpfungspunkte berücksichtigt werden.

(Bild 6)

Genau dieselbe Situation gilt nun für die Elementareinheiten, das heißt für die Standpunktsysteme in der Tachymetrie. Auch hier haben wir Punktkoordinaten, auf örtliche, unabhängige Systeme bezogen. Und die örtlichen Systeme schließen wir durch Helmerttransformationen zum Blockverband zusammen, ebenfalls unter Beachtung der gegebenen trigonometrischen Punkte und der Identitätsbedingungen mehrfach angezielter Punkte.

Die Durchführung dieser Berechnungen wird als Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen angesetzt, wobei die Restfehler der transformierten Koordinaten minimalisiert werden. Die Unbekannten werden dabei selbstverständlich simultan durch die Gesamtausgleichung erhalten.

- 2.) Ehe ich die Fragen der numerischen Berechnung behandle, möchte ich noch ein wenig bei der Geometrie dieser Blockmethode verweilen, da sie Nicht-Photogrammetern nicht vertraut ist.

Entscheidend ist, daß sämtliche üblichen Arbeitsverfahren bzw. Fälle der tachymetrischen Messung durch die Methode erfaßt werden und nicht speziell beachtet zu werden brauchen:

1. Fall: Züge

(Bild 7)

Die Skizzen zeigen, daß jedes örtliche System ein Zweibein bildet und daß durch die Transformationen der Zusammenhang des Zuges automatisch hergestellt wird. In diesem Fall erfolgt die Verknüpfung der Systeme ausschließlich über die gegenseitig angezielten Standpunkte. Alle übrigen Punkte hängen polar daran, tragen zur Ausgleichung nichts bei.

2. Fall: Zugverknötungen

Die Methode bewältigt weiterhin unmittelbar beliebige Zugverknötungen oder besser gesagt beliebige Polygonnetze.

(Bild 8)

### 3. Fall:

Wenn zusätzlich polare Punkte von 2 oder mehr Standpunkten aus angezielt werden, tragen die Bedingungen der Identität für solche Punkte ebenfalls zur Verknüpfung bei, wie Bild 6 verdeutlicht. Die Einbeziehung dieser Bedingungen wird durch die Blockmethode ebenfalls unmittelbar geleistet.

Der Sonderfall, daß die Verknüpfung nur über polare Punkte, also nicht über die Standpunkte erfolgt, ist ebenfalls unmittelbar in dem System enthalten (siehe wiederum Bild 6).

### 4. Fall:

Die Block-Methode bewältigt auch alle allgemeineren Fälle, bei denen in beliebiger Kombination bekannte und unbekannte Punkte einfach oder mehrfach (auch 3 oder 4-fach) angezielt werden, auch Fälle, auf die die traditionellen Begriffe wie Züge, Hilfszüge usw. nicht mehr angewendet werden können. Insbesondere sind keinerlei Bedingungen für die Standpunkte auferlegt. Die Feldvorteile der beliebigen Wahl des Standortes, das heißt der freien Stationierung, können voll genützt werden. Solange die Verknüpfung der Elementarsysteme geometrisch bestimmt ist, ist die Blockmethode in der Lage, die Verknüpfung zum Blockverband zu bewältigen.

Damit erfüllt die Methode eine ganz besonders wichtige praktische Funktion. Sie legt der Messung im Feld nicht nur keine speziellen Bedingungen auf (wie zum Beispiel nur auf bekannten Punkten aufzustellen), sondern macht die Messung gegenüber den bisherigen Vorschriften wesentlich freier.

3.) Der rechnerische Ansatz für die Berechnung des Blockverbandes lautet wie folgt:

Ein Punkt  $j$ , gemessen vom Standpunkt  $i$ , hat im örtlichen System die abgeleiteten Koordinaten  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$ .

Für die Transformation dieser Koordinaten in das übergeordnete System gilt

(8a)

(8b)

Dabei sind  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  gegeben. Die Größen  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  sind die 4 unbekanntenen Transformationsparameter für die Helmerttransformation des Systems  $i$ . Die ausgeglichenen Koordinaten  $X_j$ ,  $Y_j$  sind entweder gegeben, wenn es sich um trigonometrische Punkte handelt, oder sie laufen als Unbekannte, wenn es sich um Neupunkte handelt.

Dieser einfache Ansatz genügt, um nach den Regeln der Ausgleichsrechnung simultan den Zusammenschluß aller Elementarsysteme zum Blockverband zu erreichen. Dabei werden die Verbesserungen  $V^X$ ,  $V^Y$  zwischen den jeweils transformierten Koordinaten und den endgültigen Neupunktkoordinaten (bzw. den Koordinaten der trigonometrischen Punkte) minimalisiert:

$$V^X = X^{tr} - X \quad V^Y = Y^{tr} - Y \quad (9a)$$

$$V^X = (cx - by + c) - X \quad V^Y = (ay + bx + d) - Y \quad (9b)$$

Bei mehrfacher Bestimmung von Verknüpfungspunkten sind die ausgeglichenen Neupunkts-Koordinaten  $X$ ,  $Y$  übrigens streng die jeweiligen arithmetischen Mittel aus den transformierten Punkten der örtlichen Systeme. Bild 9 zeigt diesen Sachverhalt und deutet gleichzeitig an, daß diese "Ausgleichung" selbstverständlich im Ergebnis im Sinne von Richtungs- und Streckenverbesserungen interpretiert werden kann, die bei direkter Ausgleichung nach dem Ansatz (2) erhalten würden.

(Bild 9)



Diese simultane Blockausgleichung ist durch eine sehr große Anzahl von Unbekannten gekennzeichnet: 4 Transformationsparameter (a,b,c,d) pro Standpunktsystem und 2 Koordinaten (X,Y) pro Neupunkt. Allerdings spielen nur die Neupunkte für die Ausgleichung eine Rolle, die zur Verknüpfung beitragen. Einfach polar angehängte Punkte laufen in der Ausgleichung mit, ohne die Normalgleichungen zu belasten.

Die Unbekannten können nach Bild 10 in 2 Gruppen geordnet werden und ergeben dann die bekannte klare Gliederung der Normalgleichungen, aus denen sehr leicht die Gruppe der Neupunktskoordinaten eliminiert werden kann. Numerisch wirklich zu lösen bleibt nur ein auf die Transformationsparameter reduziertes Normalgleichungssystem, das auf eine günstige Bandstruktur gebracht werden kann.

(Bild 10)

(Bild 11)

Auf die Fragen der numerischen Berechnung kann ich hier nicht näher eingehen. Die gemeinsame Ausgleichung von 100 oder 200 Standpunktsystemen mit 400 bzw. 800 unbekanntem Transformationsparametern ist mit großen Rechenanlagen möglich. In der Photogrammetrie werden derartige Ausgleichungen in der Praxis der Aerotriangulation seit längerer Zeit durchgeführt.

Stellen wir also fest, daß die Rechenprobleme bei diesem Verfahren der Blockausgleichung zwar nicht zu unterschätzen sind, aber praktisch gelöst werden können.

Und noch einmal sei der wichtigste Gesichtspunkt hervorgehoben, um des es zunächst geht: Bei dieser Methode treten alle Unbekannten nur als lineare Größen auf. Wir benötigen also keinerlei Näherungswerte. Die Ausgleichung ergibt die Unbekannten, also auch die unbekanntem Neupunktskoordinaten in einem Durchgang.

- 4.) Nun soll nicht verschwiegen werden, daß selbstverständlich einige praktische Schwierigkeiten auftauchen. Sie treten dann auf, wenn die Voraussetzungen nicht eingehalten werden können, daß zu jedem Punkt Richtung und Strecke gemessen werden soll. Diese Bedingung ist zum Beispiel nicht erfüllt, wenn zu Fernpunkten nur Richtungen gemessen werden. Diesen Fall kann man am einfachsten durch die nicht sehr einschränkende Vorschrift auffangen, Fernvisuren nur von trigonometrischen Punkten aus zu erlauben. Ein ähnliches Problem sind die exzentrischen Punkte, das genau analysiert werden muß. Aber voraussichtlich wird man sich auf einige Standardfälle beschränken können, für die bestimmte Meßvorschriften gegeben werden können, so daß die Berechnung keine Schwierigkeiten macht, immer im Hinblick darauf, daß wir keine Näherungswerte für die Umrechnung voraussetzen können.
- 5.) Nun noch einige Bemerkungen zur Ausgleichung selber. Zunächst die G e w i c h t e : Es wird grundsätzlich mit Gewicht 1 für die rechtwinkligen Koordinaten gearbeitet. Diese Annahme ist nicht so schlecht, wie man zunächst glauben möchte. In der Tachymetrie sind die Zentrierfehler in der gleichen Größenordnung wie die Fehler der Richtungsmessung. Dieser Ansatz entspricht also etwa den Richtungs- und Streckenmessungen des Reg Elta 14. Er kann sicherlich mit dem bei Richtungsnetzen üblichen Ansatz der Konstanten, d.h. entfernungsunabhängigen Richtungsgewichten konkurrieren.

Viel wichtiger ist aber hier die Feststellung, daß wir ja nur Näherungswerte durch diese Blockausgleichung erreichen wollen, also uns um die Gewichte oder Korrelationen zunächst gar nicht zu kümmern brauchen.

Von großer praktischer Bedeutung ist die Frage der g r o b e n F e h l e r. In einem umfangreichen System treten immer grobe Fehler auf, die bei dieser Block-Methode erst nach der Ausgleichung erkannt werden können. Grobe Fehler sind übrigens meistens Nummerierungs- und Zuordnungsfehler, weniger eigentliche Meßfehler.

Gegenwärtig können die groben Fehler noch nicht automatisch erkannt oder eliminiert werden. Sie müssen durch Analyse der Ergebnisse bzw. der Restfehler vom menschlichen Bearbeiter gefunden werden. Der Vorteil ist jedoch, daß grobe Fehler durch den Blockverband leichter aufgeklärt werden. Praktisch muß die ganze Ausgleichung mehrfach wiederholt werden, da nicht alle groben Fehler auf einmal erkannt werden. Nach diesem Verfahren wird bisher in der Photogrammetrie vorgegangen. Es wäre aber denkbar, daß bei der Tachymetrie die groben Fehler schon in einem Vorstadium automatisch erkannt werden können, etwa durch das sogenannte "snooping". Jedenfalls wäre dieses Problem eingehender zu prüfen. Es ist für die Praxis von größter Bedeutung.

Nun noch eine Bemerkung zur Kodierung der Messungen. Es ist ein ganz entscheidender Punkt, daß das Block-System praktisch ohne Kodierung auskommt. Jeder Punkt im Feld soll eine Nummer haben, die bei der Messung mit auf den Datenträger kommt. Jeder Standpunkt hat seine Nummer, und die Messungen sollen standpunktweise zusammengefaßt sein wie bei den Modellen in der Photogrammetrie. Weiterhin benötigt man noch die Liste der trigonometrischen Punkte (des sogenannten Null-Modells). Mit diesen Daten sucht sich das Rechenprogramm alles übrige automatisch zusammen. Insbesondere braucht bei der Messung nicht beachtet zu werden, ob ein Punkt 2-, 3- oder mehrfach angezielt wird. Nicht einmal, ob es sich um einen trigonometrischen Punkt handelt, muß bei der Messung besonders festgehalten werden.

Selbstverständlich sind kompliziertere Kodierungssysteme möglich und es mag gute Gründe für deren Einführung geben. Aber man kann wohl feststellen, daß häufig in den Punktnummern ein sehr, ein zu großer Ballast mitgeschleppt wird. Der Nachteil komplizierter Kodierungssysteme ist der, daß das System sehr starr ist und die Durchführung im Felde doch sehr belastet.

6.) Bis hierher haben wir die Ergebnisse der Block-Ausgleichung als Näherungswerte für die endgültige Ausgleichung nach (2) angesehen. Das soll im Prinzip auch so bleiben. Diese Näherungen sind so gut, und die groben Fehler sind dabei ~~ausgemerzt~~, so daß für die endgültige Ausgleichung ein Durchgang ausreichend sein wird.

Die numerische Durchführung der strengen Netzausgleichung nach (2) behandle ich hier nicht. Sie ~~ist~~ mit sehr guten Näherungen relativ problemlos. Allerdings ist der numerische Umfang beträchtlich, da jetzt die Neupunktskoordinaten als Unbekannte auftreten. Aber die numerische Durchführung läßt sich auch für sehr große Probleme bewältigen. Die Bemerkung sei jedoch angebracht, daß es wahrscheinlich numerisch günstiger sein wird, anstelle von (2) einen Ansatz zu wählen, bei dem wiederum mit Koordinaten als abgeleiteten Beobachtungen gearbeitet wird, aber in aller Strenge mit Gewichten und Korrelationen und ohne Freiheitsgrade für den Maßstab bei den Helmert-Transformationen.

Anstatt hier auf die Probleme der strengen Nachausgleichung einzugehen, möchte ich hier einen anderen Gesichtspunkt in den Vordergrund rücken:

Aus umfangreichen Untersuchungen in der Photogrammetrie ist bekannt, daß Block-Ausgleichungen außerordentlich genaue Absolutergebnisse liefern, wenn sie sich in gewissem Umfang auf ein trigonometrisches Netz stützen können. Das heißt, wenn die Einzelmessungen eine Genauigkeit von 1 - 2 cm haben, dann bleibt diese Genauigkeit insgesamt im Block etwa erhalten.

Das bedeutet, daß zum Beispiel für das Kataster die Ergebnisse der Block-Berechnungen, die ursprünglich nur als Näherungen gedacht waren, praktisch als endgültig gelten können. Auf die strenge Nachausgleichung wird man in den meisten Fällen verzichten können. Die Ergebnisse werden allen Anforderungen des Katasters gerecht, sofern Netzspannungen das System nicht übermäßig stören.

Mit dem Stichwort Netzspannungen sind wir bei einem für die Praxis besonders wichtigen und lästigen Problem angelangt. Im Augenblick will ich dazu nur sagen, daß bei dem vorgeschlagenen Block-Verfahren die Koordinaten der trigonometrischen Punkte als Beobachtungen und damit als zu verbessern behandelt werden können, mit beliebigen Gewichten. Man verläßt damit aber das Prinzip der Unveränderlichkeit der Festpunkte.

Eine andere, besonders attraktive Methode, die Netzspannungen optimal zu behandeln, ist die sogenannte Kleinste-Quadrate-Interpolation. Herr Dr. Kraus hat diese Methode für die Photogrammetrie aufgegriffen (ZvF 9/1970). Sie läßt sich ebenso auch auf die Tachymetrie anwenden. Von dieser Methode erwarten wir sehr viel. Zu gegebener Zeit wird darüber noch mehr zu berichten sein.

#### IV, Wirtschaftlichkeit

Nun bleibt zum Schluß noch die Frage zu erörtern, ob die Großausgleichung speziell mit der vorgeschlagenen Block-Methode wirtschaftlich konkurrenzfähig ist.

Ohne in Einzelheiten zu gehen will ich hier nur das Ergebnis einer Abschätzung angeben, die wir (Dr. Ebner) angestellt haben, wobei wir von der Benützung der Großrechenanlage CDC 6600 ausgegangen sind.

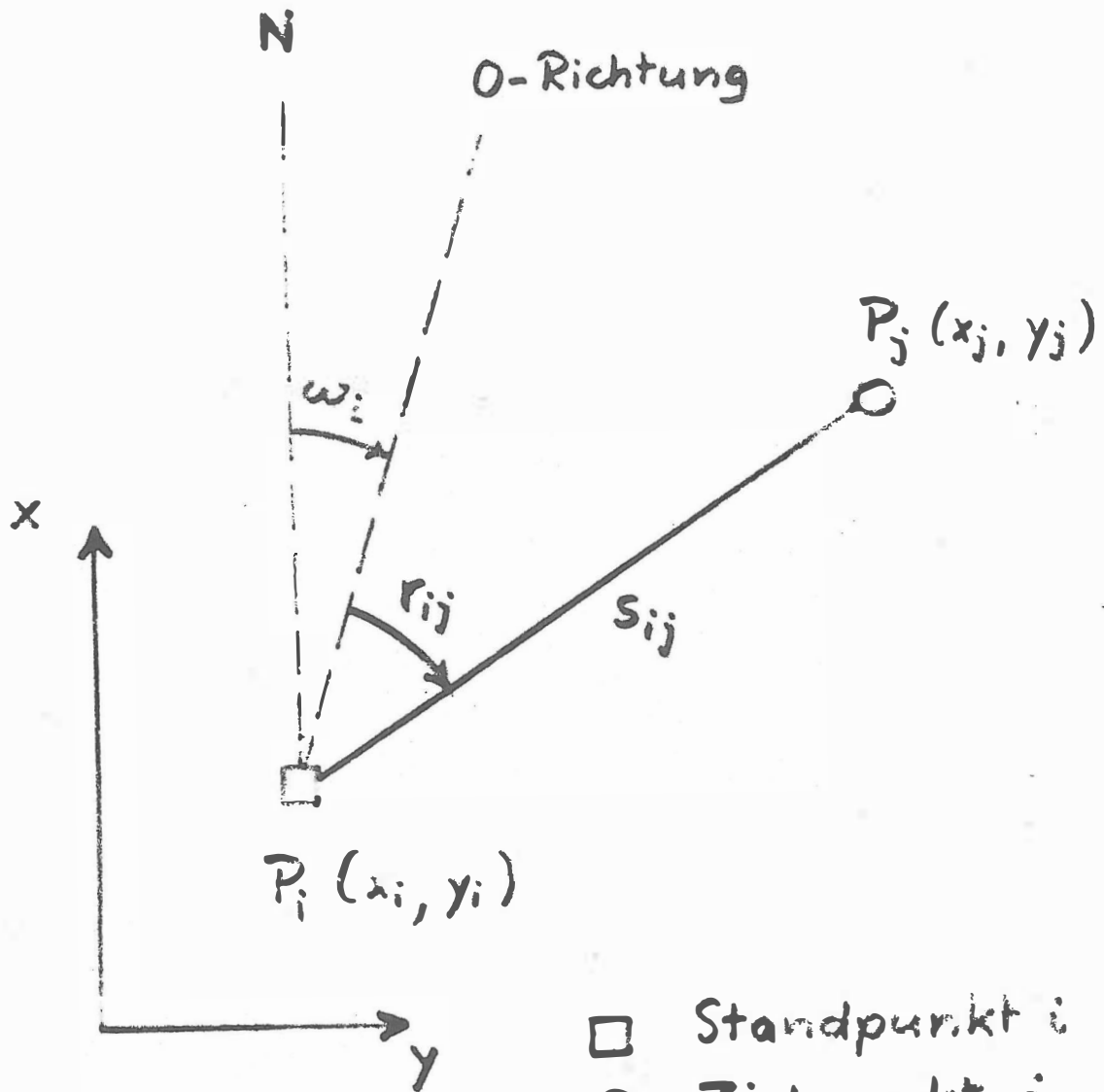
Danach liegen die Rechenkosten bei Systemen mit mehreren hundert Standpunkten und etwa 10 Zielpunkten in der Größenordnung von DM 1.- pro Punkt. In dieser Angabe sind die Bearbeitungskosten enthalten und außerdem ist berücksichtigt, daß wegen grober Fehler die Block-Ausgleichung mehrfach wiederholt werden muß. Auch für den Anwendungsbereich der Flurbereinigung, wo von weniger Standpunkten aus sehr viele Punkte angezielt werden, dürfte der Gesamtrechenaufwand sich in derselben Größe bewegen.

Es handelt sich hier nur um eine sehr überschlägige Schätzung. Das Ergebnis ist aber jedenfalls, daß die Kosten der Methode in einer praktisch interessanten Größenordnung liegen. Die Methode kann mit den bisherigen Rechenkosten unmittelbar konkurrieren. Dabei ist noch völlig außer Acht gelassen, daß die Blockmethode eine wesentlich homogenere Ausgleichung liefert als andere Verfahren und zusätzlich den Vorteil der freien Messungsanordnungen im Feldeinsatz gewährt.

Wir können also zusammenfassend feststellen, daß die vorgeschlagene Methode der Blockausgleichung für Tachymetriemessungen sowohl technisch als auch wirtschaftlich interessant ist. Damit erhebt sich die Frage der Programmierung. Der Aufwand für die Programmierung großer Systeme ist hoch, er muß im vorliegenden Fall mit mehreren Tausend hochqualifizierter Mannstunden veranschlagt werden.

Allerdings liegen die Verhältnisse für diese Block-Methode günstiger. Zum Beispiel sind an meinem Institut die Vorarbeiten für das entsprechende photogrammetrische Block-Programm schon gemacht. Man könnte das photogrammetrische System auf die Tachymetrie übertragen, wofür der Aufwand zwar auch nicht zu bagatelisieren ist, aber doch wesentlich geringer sein wird als bei einer völligen Neuentwicklung.

Insofern sind also Voraussetzungen gegeben, daß der hier gemachte Vorschlag nicht nur überdacht, sondern in Zusammenarbeit mit einer Partner-Institution in relativ kurzer Zeit praktisch überprüft und erprobt werden könnte. Ich möchte daher die Gelegenheit benützen - auch wenn das ein etwas ungewöhnlicher Abschluß für einen wissenschaftlichen Vortrag ist - und diejenigen Dienststellen, die umfangreiches Meßmaterial haben oder in nächster Zeit bekommen, bitten und auffordern, mit dem Material Gelegenheit zu einer Untersuchung der Methode zu geben. Ich bin überzeugt davon, daß sich die erwarteten praktischen und wirtschaftlichen Vorteile der Block-Methode bestätigen werden.



- Standpunkt i
- Zielpunkt j
- Messungen  $r_{ij}$ ,  $s_{ij}$

Bild 1



(2)

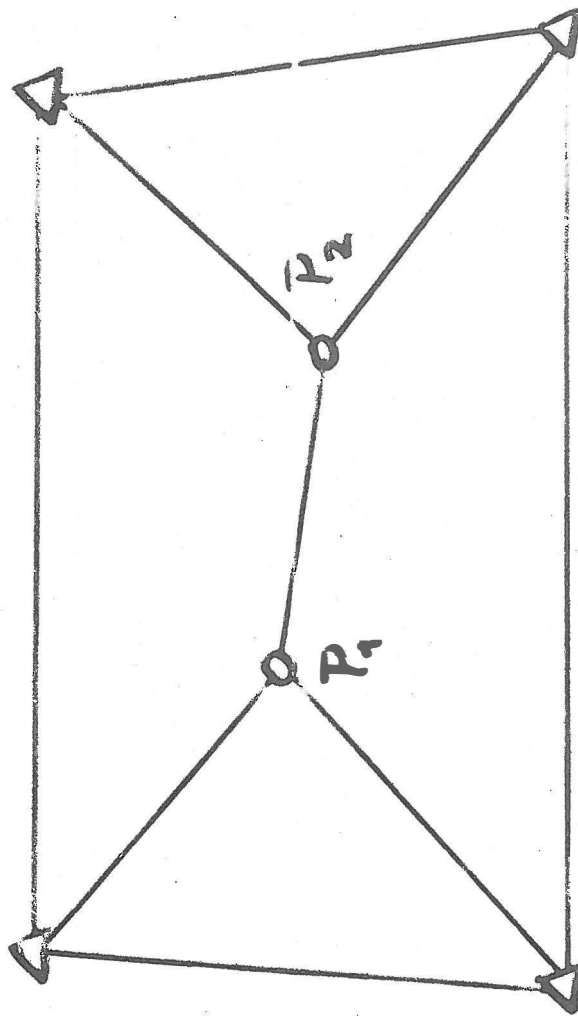
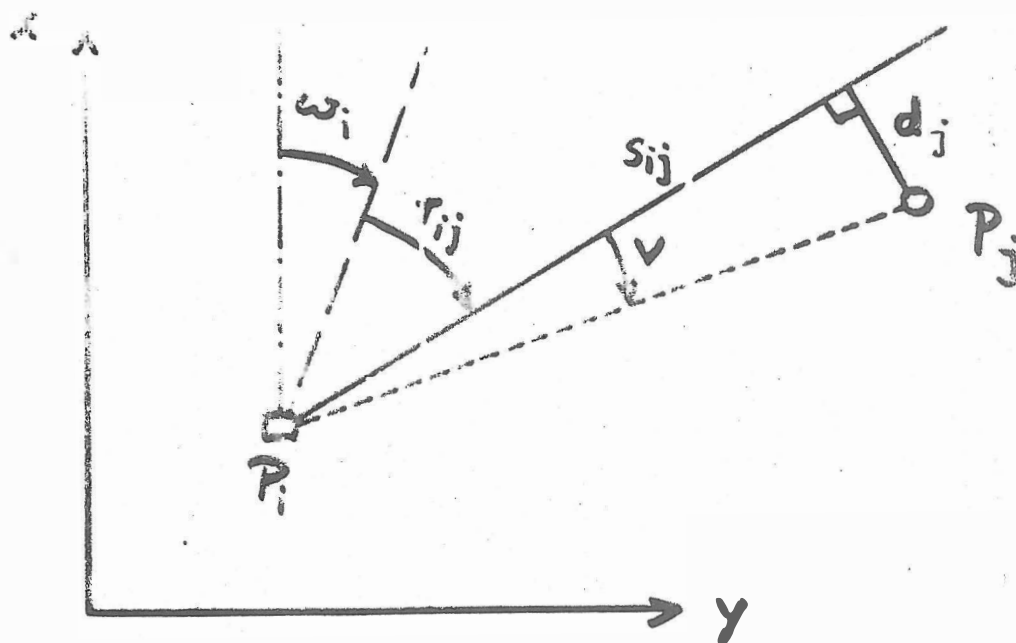


Bild 2

(3)

Bild 3

$$v = \frac{d}{s_0} \varrho \quad d = \frac{v \cdot s_0}{\varrho} \quad (5)$$

$$d = \cos(\omega + r) \cdot x_i - \sin(\omega + r) \cdot y_i \\ - \cos(\omega + r) \cdot x_j + \sin(\omega + r) \cdot y_j \quad (6)$$

(4)

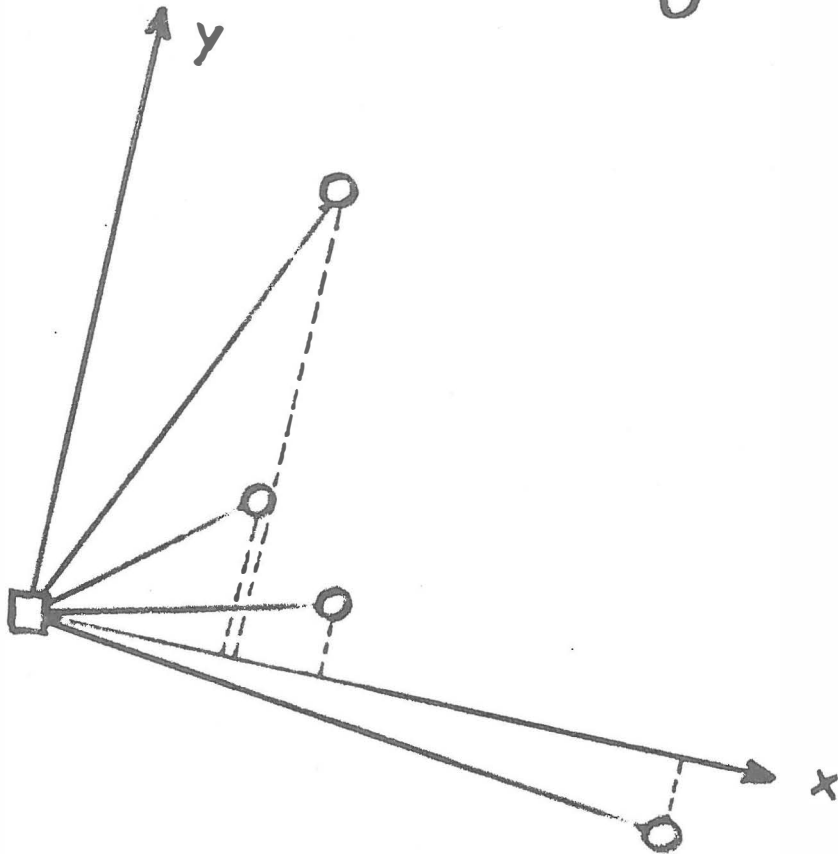
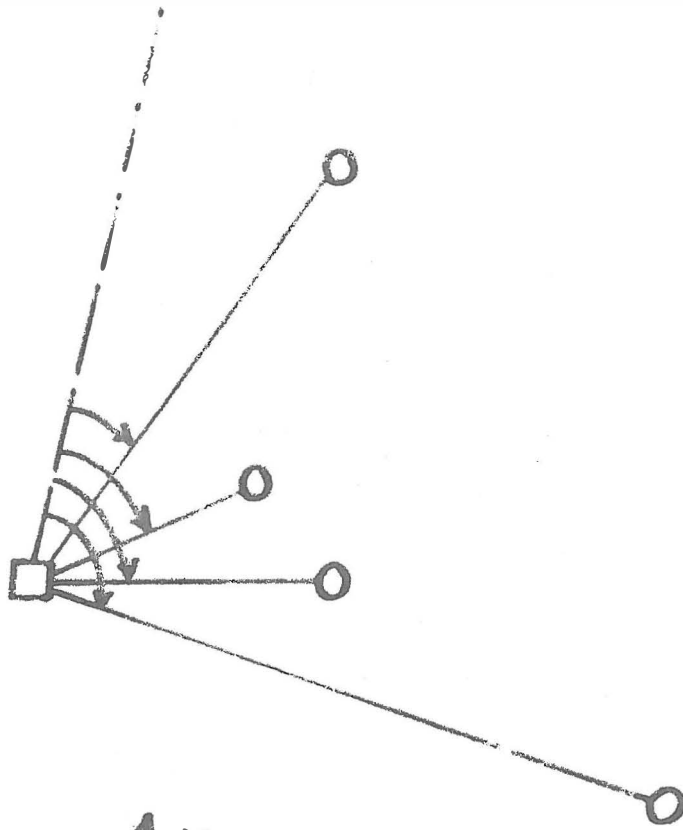


Bild 4

(5)

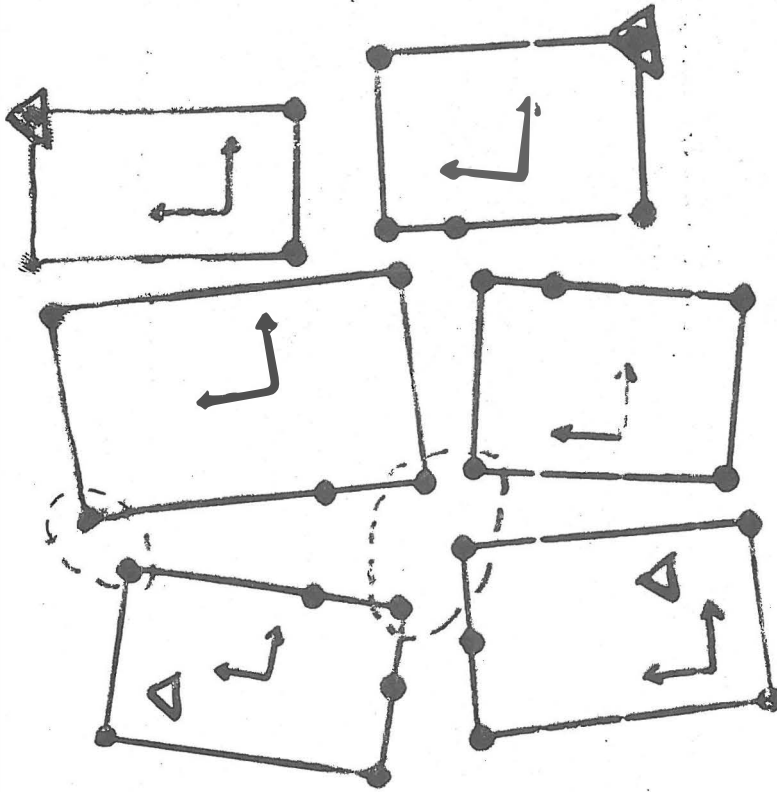
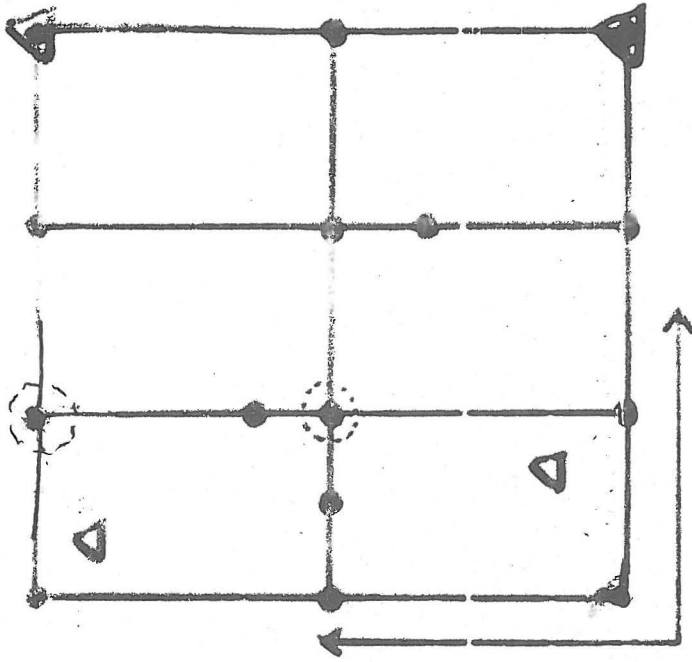


Bild 5

(6)

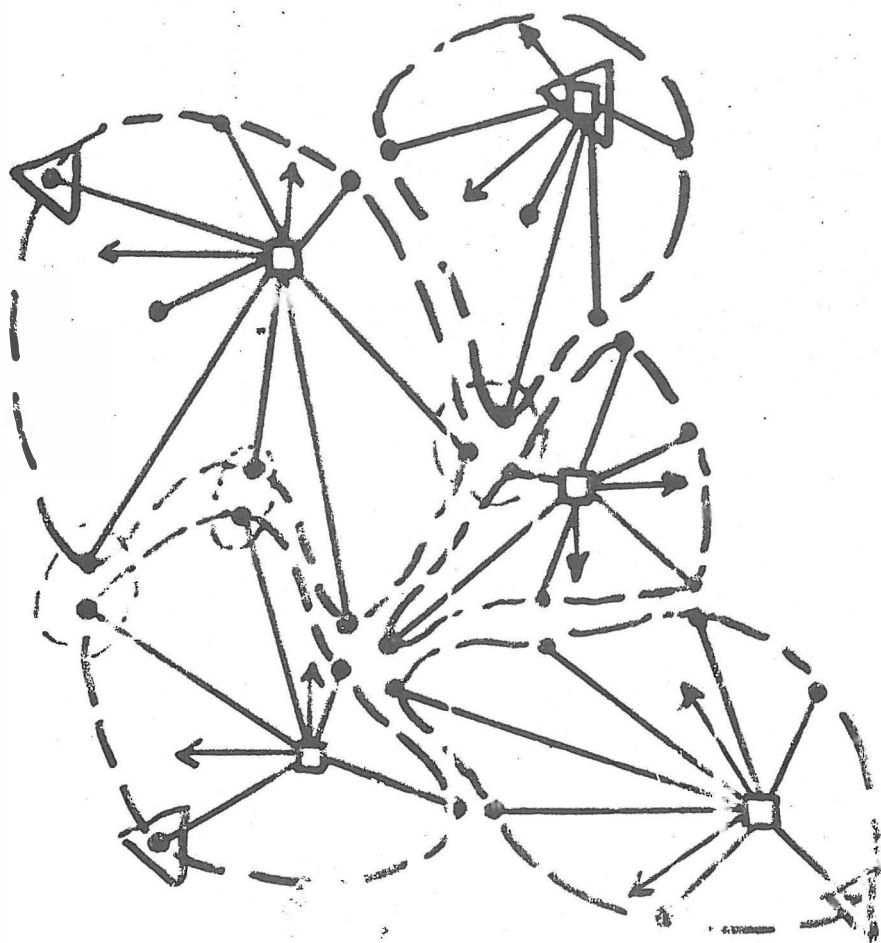
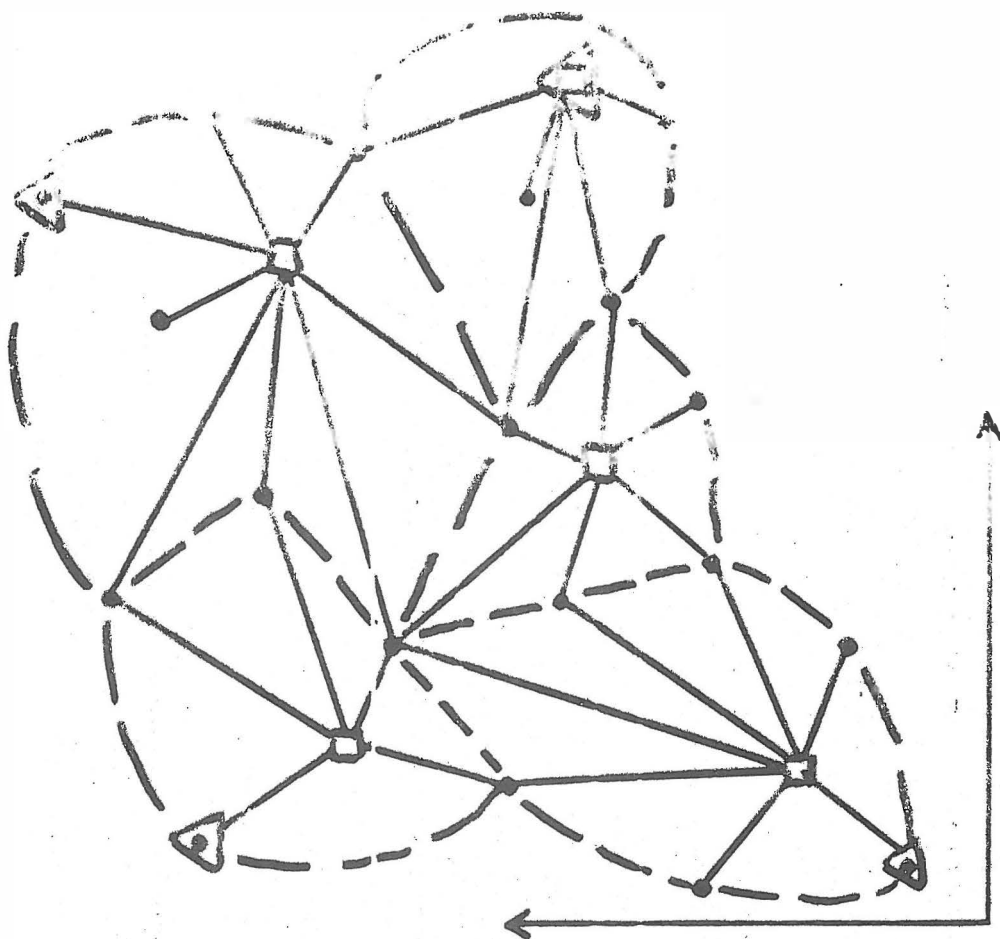


Bild 6

(7)

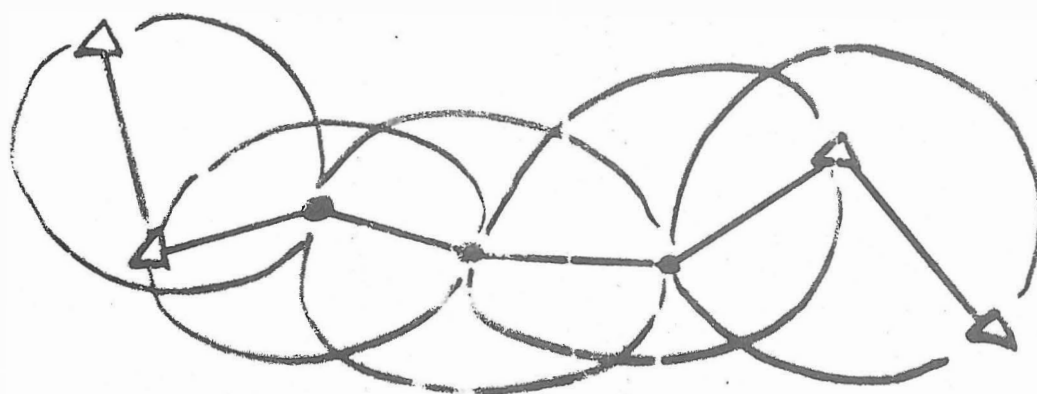
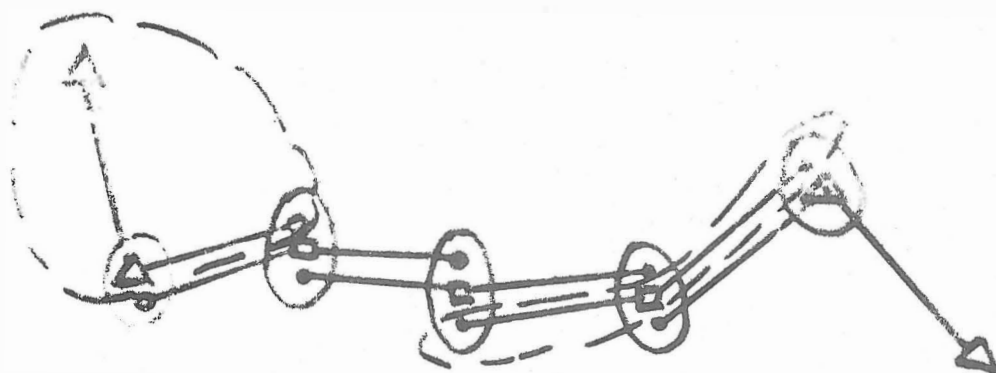


Bild 7

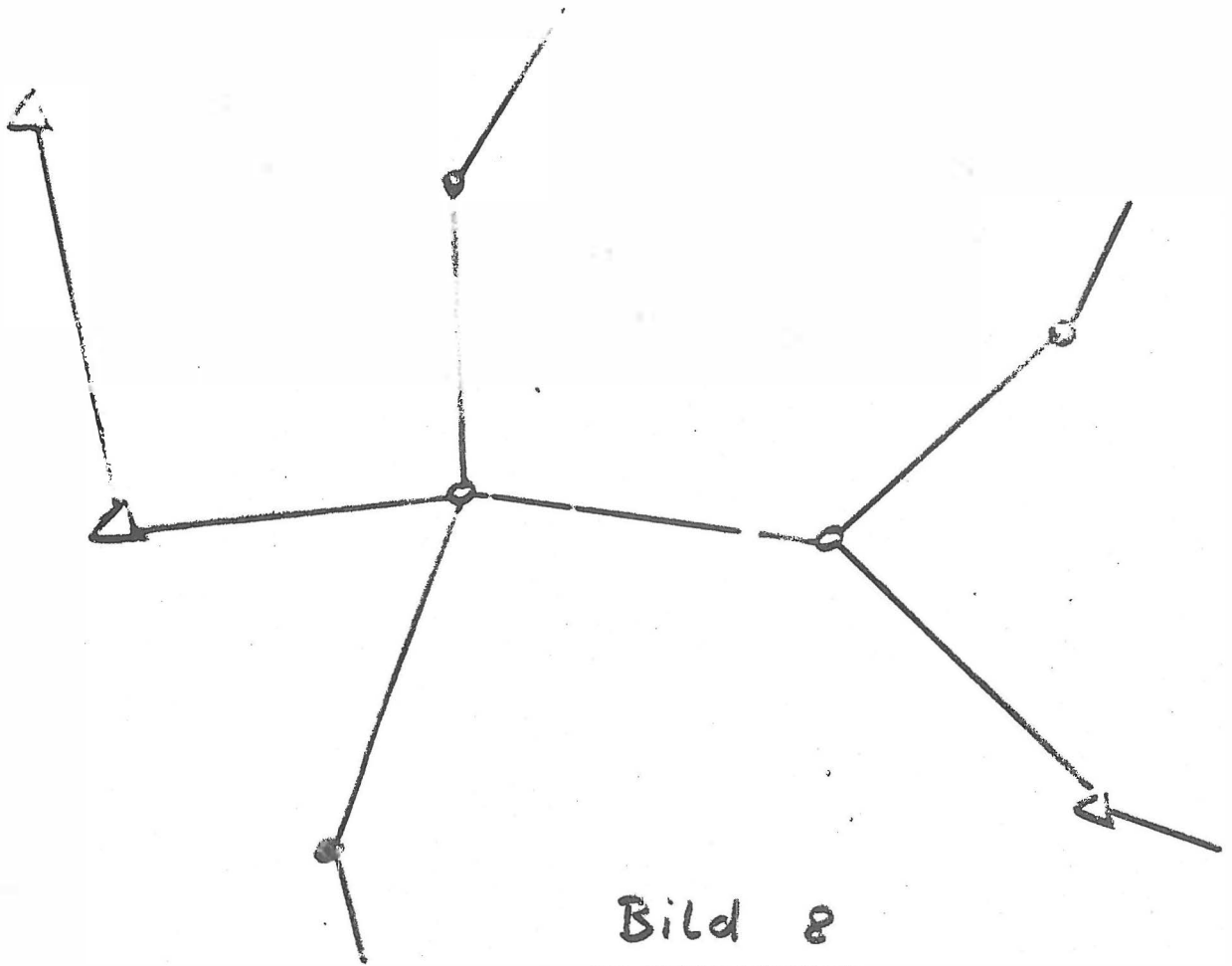


Bild 2

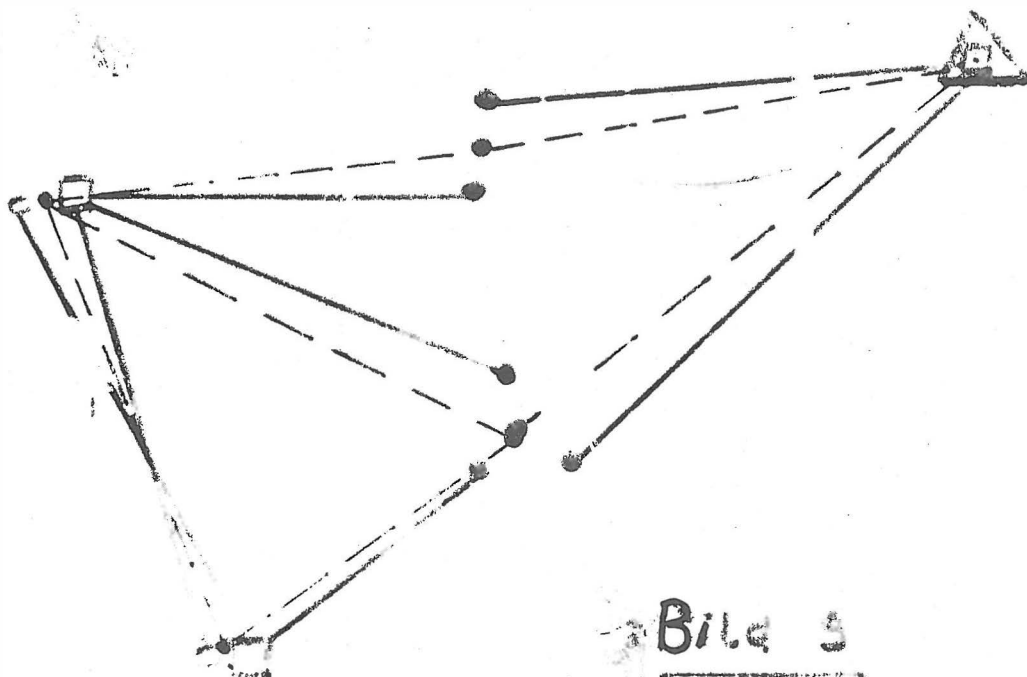


Bild 3

(9)

$$X_j + V_j^* = a_i x_{ij} - b_i y_{ij} + c_i \quad (1a)$$

$$Y_j + V_j^* = a_i y_{ij} + b_i x_{ij} + d_i \quad (1b)$$

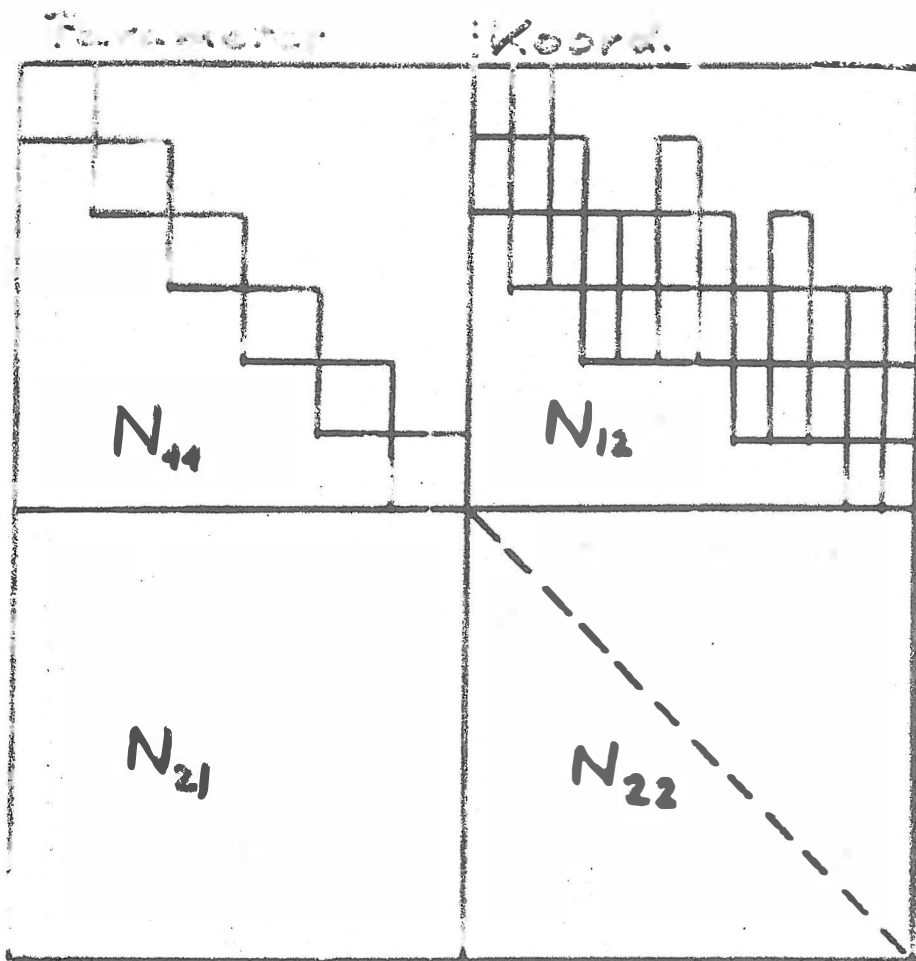
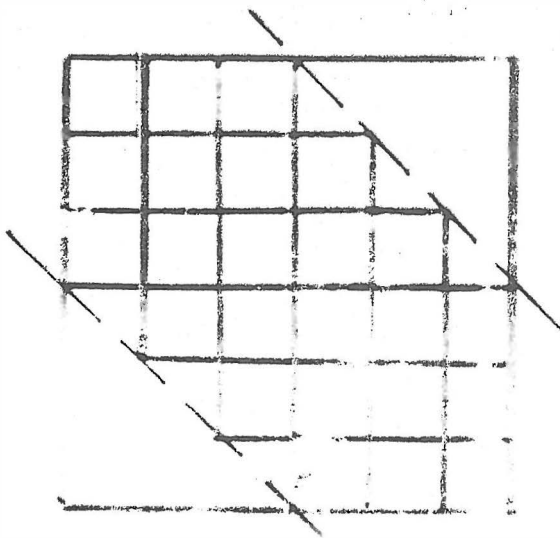


Bild 10



$$(N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{21})$$

Bild 11



(10)

$$(r, s, x_T, y_T) \rightarrow (x, y) \quad (1a)$$

$$(r, s, x_T, y_T) \rightarrow (x, y, \omega) \quad (1b)$$

$$r_{ij} + v_{ij}^r = \arctg \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} - \omega_i \quad (2a)$$

$$s_{ij} + v_{ij}^s = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (2b)$$

$$v_{ij}^r = -dx_i + \left(\frac{y_i - y_j}{s_{ij}^r}\right) \cdot \rho dx_j - \left(\frac{x_j - x_i}{s_{ij}^r}\right) \cdot \rho dy_j \quad (30)$$

$$= \left(\frac{y_i - y_j}{s_{ij}^r}\right) \cdot \rho dx_j + \left(\frac{x_i - x_j}{s_{ij}^r}\right) \cdot \rho dy_j - f_{ij}$$

wobei  $f_{ij} = r_{ij} + \omega_0 - \arctg\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right)_0$  (31)

$$v_{ij}^s = -\left(\frac{x_j - x_i}{s_{ij}^s}\right) dx_i - \left(\frac{y_i - y_j}{s_{ij}^s}\right) dy_i + \left(\frac{x_j - x_i}{s_{ij}^s}\right) dx_j + \left(\frac{y_i - y_j}{s_{ij}^s}\right) dy_j - l_{ij} \quad (32)$$

wobei  $l_{ij} = s_{ij} - s_{ij}^0 = s_{ij} - \sqrt{(x_j - x_i)_0^2 + (y_j - y_i)_0^2}$  (33)

1. Näherung:  $(x_0, y_0, w_0) \rightarrow$  Linearisierung  $\rightarrow$

1. Ausgleichung  $\rightarrow (dx_0, dy_0, dw_0)$

2. Näherung:  $(x_1 = x_0 + dx_0$

$$y_1 = y_0 + dy_0$$

$$w_1 = w_0 + dw_0) \rightarrow$$

Linearisierung  $\rightarrow$

2. Ausgleichung  $\rightarrow (dx_1, dy_1, dw_1)$

3. Näherung  $(x_2 = x_1 + dx_1$

$\vdots$

$\vdots$

usw. bis Konvergenz erreicht ist

(\*)

$$v^r = -dw + (y_j \cos r - x_j \sin r - y_i \cos r + x_i \sin r) \frac{S}{S_0} \quad (70)$$

oder

$$d = -dw \cdot \frac{S_0}{S} + y_j \cos r - x_j \sin r - y_i \cos r + x_i \sin r \quad (71)$$